

## Parâmetros Petrofísicos que influenciam a propagação da onda P lenta

Francisco Cabrera Zambrano, Marco A Bassottelli Botelho, CPGG-UFBA

Copyright 2006, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

*Este texto foi preparado para a apresentação no II Simpósio de Geofísica da Sociedade Brasileira de Geofísica, Natal, 21-23 de setembro de 2006. Seu conteúdo foi revisado pela Comissão Técnico-científica do II SBGF mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.*

### Resumo

A teoria de Biot estabelece para um sistema poroso, saturado com um fluido viscoso, a propagação de três ondas: P rápida, S e a onda P lenta. Em particular a chamada onda P lenta é altamente atenuada e sua propagação é análoga ao fenômeno difusivo. Neste trabalho mostra-se a influencia dos parâmetros petrofísicos descritivos de uma rocha de reservatório principalmente da viscosidade, para a resposta da onda p lenta. Se resolve as equações de Biot, para valores diferentes dos parâmetros, se demonstra que para valores grandes de viscosidade, a onda p lenta não é registrada.

### Introdução

Nos trabalhos de Biot (1956 a,b) o resultado fundamental da sua teoria é que no meio geram-se três tipos de ondas, duas ondas P e uma onda S. A primeira onda  $p$  é conhecida como "onda P rápida", a outra tem velocidade muito menor que a primeira; a onda P lenta é altamente atenuada e sua propagação é análoga ao fenômeno de condução de calor, para frequências baixas, o meio não pode suportar a onda P lenta, por ser um processo difusivo, segundo Biot (1956b) o efeito da viscosidade é dominante sobre os efeitos inerciais.

O conteúdo de fluidos no meio poroso e seu movimento no interior do meio são fatores muito importantes para avaliar por exemplo a capacidade de um reservatório ou um aquífero. Os parâmetros fundamentais que determinam o movimento do fluido são, além da porosidade, a permeabilidade e a viscosidade, os quais são os responsáveis da atenuação da onda P lenta .

Define-se  $e = \text{div } \bar{u} \Leftrightarrow \text{div } \bar{U}$ , onde  $u$  e  $U$  são respectivamente os deslocamentos do sólido e do fluido. As equações seguintes descrevem a propagação sísmica em um meio poroso e homogêneo

$$N \nabla^2 \bar{u} + (A + N) \nabla e + Q \nabla \epsilon = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \bar{u} + \rho_{12} \bar{U}) + b \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} - \bar{U}) \quad (1)$$

$$\nabla(Qe + R \epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \bar{u} + \rho_{12} \bar{U}) - b \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} - \bar{U}). \quad (2)$$

Se o meio é estatisticamente isotrópico, a onda  $s$  é desacoplada das ondas compressoriais  $p$ . Tomando a divergência nas equações anteriores temos a versão acústica das equações de Biot:

$$\nabla^2(Pe + Q \epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} e + \rho_{12} \epsilon) + b \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon) \quad (3)$$

$$\nabla^2(Qe + R \epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} e + \rho_{22} \epsilon) - b \frac{\partial}{\partial t} (e - \epsilon). \quad (4)$$

Os parâmetros  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  são coeficientes elásticos e os coeficientes de massas  $\rho$  são escritos em termos dos módulos de compressibilidade do fluido  $K_f$ , o modulo de compressibilidade do sólido  $K_s$ , o modulo da matriz  $K_m$  e os parâmetros de porosidade  $\phi$ , viscosidade  $\eta$  e permeabilidade  $\kappa$ :

$$\rho_{11} = \rho_s (1 - \phi) + \phi \rho_f (\tau - 1)$$

$$\rho_{12} = \phi \rho_f (1 - \tau)$$

$$\rho_{22} = \tau \phi \rho_f$$

$$P = [(1 - \phi)(\alpha - \phi)K_s + \phi K_s K_m / K_f] / D + 4 \mu / 3$$

$$R = \phi^2 K_s / D \quad (5)$$

$$Q = (\alpha - \phi) \phi K_s / D$$

$$D = \alpha - \phi + K_s / K_f$$

$$\alpha = 1 - K_m / K_s$$

$$b = \eta \phi^2 / \kappa,$$

Onde  $\alpha$  é uma variável intermediária e  $\tau$  é chamada de tortuosidade. O termo  $b$  é fundamental para obter a segunda onda P e está relacionado com os três parâmetros fundamentais: porosidade, viscosidade e permeabilidade; se fosse zero, a onda p lenta apareceria como se fosse a onda P rápida, no caso de que a viscosidade aumenta, a atenuação da onda é muito rápida e não é possível ter registro dela nos pontos mais afastados da fonte; além disso, mudando os valores dos parâmetros se obtém diferentes respostas do meio, desde que leve-se em conta a frequência  $\omega$  da fonte que excita o meio.

Nos trabalhos de Biot (1956b, 1962a,b) o termo de atenuação  $b$  é função da frequência; definindo o chamado operador viscoelástico, o qual é um operador que descreve a combinação dos efeitos inerciais e de fricção, desta forma Biot obtém seus resultados em todo o espectro de frequências. Carcione (1996) fornece soluções analíticas no caso acústico para o espectro das frequências baixas e altas, ele mostra que os fatores

principais na resposta sísmica são a porosidade, a permeabilidade e a viscosidade.

A existência da segunda onda compressional, depois de que Biot (1956a, 1956b, 1962) predisse, foi sujeita a muitas especulações durante vários anos. Mais de uma década depois se teve evidência de sua existência, em condições experimentais apropriadas.

### Metodologia/ Problema Investigado

Neste trabalho se resolve as equações de Biot no caso do meio poroso homogêneo usando um modelo 2D de comprimento 2250 m em x e z, vide figura 1.

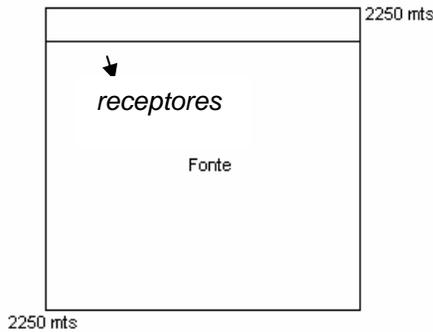


Figura 1 Descrição geométrica do arranjo fonte- receptores.

Coloca-se uma fonte pontual no centro (1125,1125). A expressão funcional da fonte é  $F(x,z,t) = \delta(x,z)f(t)$  onde  $f(t)$  é a derivada da gaussiana. Como o meio é bifásico a fonte é distribuída nas partes sólidas e fluidas:  $f_s = (1-\phi)F$ ,  $f_f = \phi F$ , com sua intensidade ponderada pela porosidade. Vide os trabalhos de Hassanzadeh (1991) e de Pinheiro e Botelho (1996). Os receptores são colocados na profundidade de  $z = 264$  m.

As equações são resolvidas por meio de um esquema de diferenças finitas de segundo ordem no tempo e de quarta ordem no espaço, para diminuir a dispersão numérica se tomou um passo de malha de 10 mts nas direções x e z. Foram feitas simulações para diferentes valores dos parâmetros  $\phi$ ,  $\eta$  e  $\kappa$ . Para resolver as equações de Biot, se faz necessário escrever as equações na forma matricial, definindo as seguintes matrizes:

$$M = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12} & \rho_{22} \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} P & Q \\ Q & R \end{pmatrix} \quad \text{a matriz de atenuação}$$

$$B = \begin{bmatrix} b & -b \\ -b & b \end{bmatrix} \quad \text{e vetor } Z = \begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix},$$

então o sistema de Biot fica da seguinte forma :

$$T \nabla^2 Z = B \dot{Z} + M \ddot{Z}. \quad (4)$$

Na esquerda estão as derivadas espaciais e na direita as derivadas temporais. Seja  $\Omega^n$  o valor dessa variável no tempo  $n$ , então definimos as variáveis:  $F^n$  e  $G^n$  dadas por:

$$\begin{bmatrix} F^n \\ G^n \end{bmatrix} = [\Delta t^2 T \nabla^2 + 2M] Z^n - [M - 0.5\Delta t B] Z^{n-1}. \quad (5)$$

O laplaciano é calculado com um esquema de diferenças finitas de quarta ordem, embora possa ser calculado utilizando um método pseudo espectral. Definindo os seguintes valores

$$\begin{aligned} a_{11} &= \rho_{11} + 0.5b\Delta t \\ a_{12} &= \rho_{12} - 0.5b\Delta t \\ a_{22} &= \rho_{22} + 0.5b\Delta t \\ \det &= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{12}. \end{aligned}$$

Então os valores das variáveis  $e, \epsilon$  no tempo  $n+1$  é dada por:

$$\begin{aligned} e^{n+1} &= [F^n a_{22} - G^n a_{12}] / \det \\ \epsilon^{n+1} &= [G^n a_{11} - F^n a_{12}] / \det. \end{aligned} \quad (6)$$

A escolha do passo de tempo  $dt$  se baseia no critério de estabilidade:  $dt \leq \frac{dx}{\sqrt{2}V_p}$ ,  $dx$  o passo da malha na

direção  $x(dx=dz)$  e  $V_p$  a velocidade da onda P rápida. O esquema de propagação é similar ao proposto por Hassanzadeh (1991). As equações acústicas de Biot podem ser desacopladas em alguns casos, por exemplo supondo viscosidade zero e quando os parâmetros  $\rho_{12}$  e  $Q$  são identicamente zero, neste caso temos duas ondas independentes representadas pelas equações:

$$\begin{aligned} \nabla^2 e &= \frac{\rho_{11}}{P} \ddot{e} \\ \nabla^2 \epsilon &= \frac{\rho_{22}}{R} \ddot{\epsilon}. \end{aligned} \quad (7)$$

Pelas expressões destes parâmetros em termos dos parâmetros petrofísicos, se tem que  $\rho_{12}$  é zero quando  $\tau$  a tortuosidade é 1 e  $Q$  é zero se  $K_m = K_s(1-\phi)$  e por tanto as equações anteriores ficam:

$$\begin{aligned} \nabla^2 e &= \frac{\rho_s}{K_s} \ddot{e} \\ \nabla^2 \epsilon &= \frac{\rho_f}{K_f} \ddot{\epsilon}. \end{aligned} \quad (8)$$

Essas equações significam duas ondas P totalmente independentes; uma no sólido e outra no fluido. No caso de não ter desacoplamento as duas ondas correspondem ao movimento em fase do sólido e fluido para a onda P rápida e ao movimento fora de fase para a onda P lenta.

Os valores dos parâmetros utilizados no experimento mostrado neste trabalho são fornecidos abaixo:

$$K_s = 35 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$K_m = 1.7 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$K_f = 2.4 \times 10^9 \text{ Pa}$$

$$\phi = 0.3 \text{ Porosidade}$$

$$\tau = 2 \text{ Tortuosidade}$$

$$\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3 \text{ Densidade do solido}$$

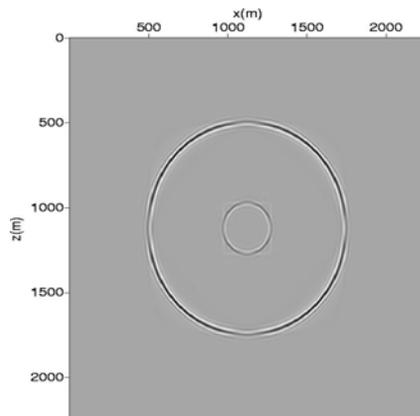
$$\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ Densidade do fluido}$$

$$\eta \leq 0.1 \text{ cp Viscosidade do fluido}$$

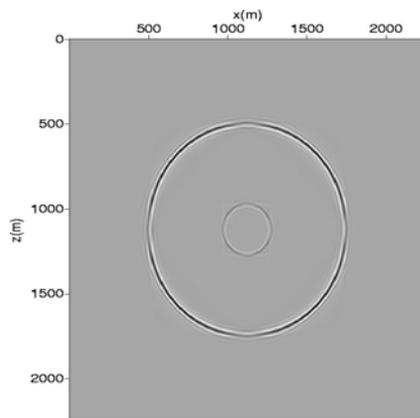
$$\kappa = 1 \times 10^{-12} \text{ Permeabilidade hidraulica.}$$

## Resultados

A seguir vamos mostrar os resultados numéricos obtidos para modelo acima descrito. Nos diferentes casos, as velocidades das ondas P rápida e lenta são em média de 3634 m/seg e 1540 m/seg respectivamente, tomando-se uma porosidade  $\phi$  igual a 0.3. Nas Figuras 1 e 2 mostra se instantâneas das frentes de ondas produzidas no instante de tempo de 0.16 s e 0.33 s, nos casos de viscosidade zero (figura a) e viscosidade diferente de zero (figura b). Como é esperado a onda P lenta é visualizada (registrada) melhor no caso de atenuação nula, embora sua amplitude seja sempre menor que a amplitude da onda P rápida.



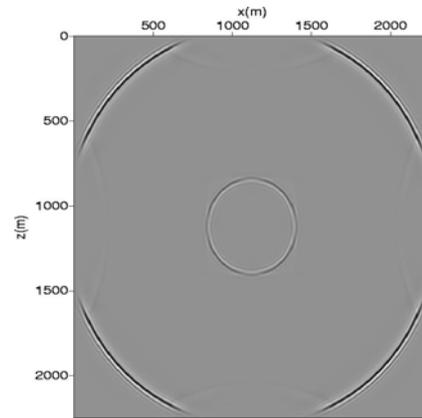
(a)



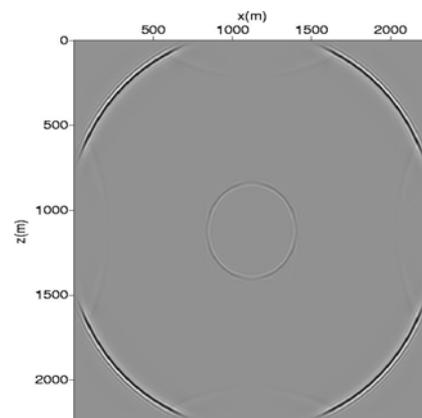
(b)

Figura 1 a- b. As duas ondas P no tempo  $t=0.16 \text{ s}$

(a)  $\eta=0$ , (b)  $\eta=1.0 \times 10^2 \text{ cp}$



(a)



(b)

Figura 2 a- b. As duas ondas p no tempo  $t=0.33 \text{ s}$

(a)  $\eta=0$ , (b)  $\eta=1.0 \times 10^2 \text{ cp}$

Pode ver que a onda P lenta é atenuada rapidamente e sua visualização (registro) é mais difícil para tempos maiores. Comparando as Figuras 3 e 4 que mostram só a onda P lenta no tempo 0.4 s nos casos de viscosidade nula e viscosidade não nula. Existem os artefatos da dispersão numérica e principalmente reflexões de borda da onda P rápida que foi mal absorvida pelas bordas absorcivas. Vide figura 3 e 4.

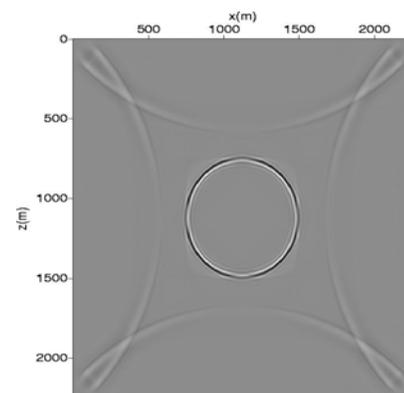


Figura 3. A onda p lenta no tempo  $t=0.4 \text{ s}$

$\eta=0 \text{ cp}$ .

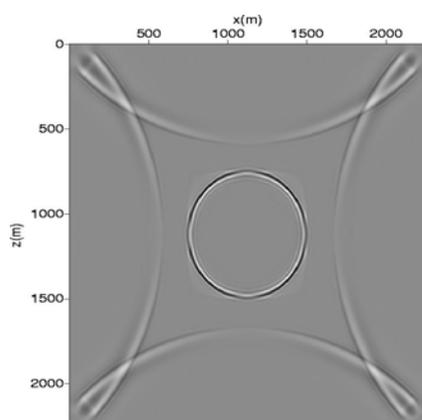


Figura 4. A onda p lenta no tempo  $t = 0.4$  s  
 $\eta = 1.0 \times 10^{-2}$  cp.

Finalmente apresenta-se um sismograma para um tempo de registro de 1.3 segundos; onde o sismograma foi construído considerando-se o caso irreal da viscosidade nula para que a onda P lenta fique bem definida.

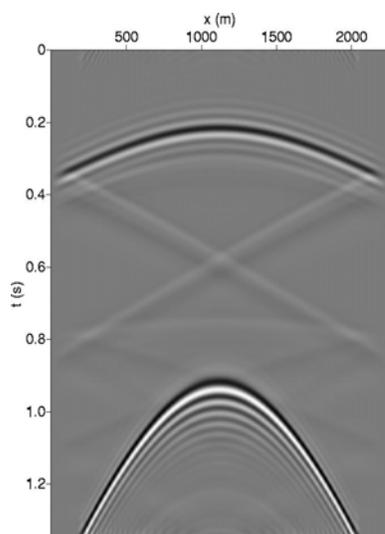


Figura 5. Sismograma no caso de viscosidade zero.

## Conclusões

Neste trabalho mostra-se a influência dos valores dos parâmetros petrofísicos, na propagação da onda p lenta. Os parâmetros fundamentais são a viscosidade, a porosidade e permeabilidade hidráulica, observa-se que quanto maior for a viscosidade, o termo b correspondente à atenuação será maior e por tanto a onda p lenta será mais difícil de visualizar, acentuando o caráter difusivo desta onda. O valor empregado da porosidade para os resultados mostrados foi de 0.3, de  $1 \times 10^{-12}$  para a permeabilidade e a viscosidade no intervalo de zero até um valor máximo de  $3 \times 10^{-4}$ .

Nesta pesquisa utilizou-se uma malha quadrada simples e emprego-se operadores de quarta ordem para resolver as derivadas espaciais e de segunda ordem para resolver as derivadas temporais.

O fenômeno da dispersão numérica torna mais difícil a captação da onda P lenta, para tempos maiores e posições afastadas da fonte, devido a isso os autores propõem resolver as equações utilizando outros esquemas como as malhas diferenciadas e resolver as derivadas espaciais com os métodos pseudo espectrais.

## Agradecimentos

O primeiro autor agradece a CAPES pelo suporte financeiro através da bolsa de estudos. O segundo autor agradece a Rede de Risco exploratório, CTPETRO/ CNPQ- FINEP pelo apoio estrutural.

## Referencias

- Biot M.A. 1956. Theory of propagation of elastic waves in a fluid –saturated porous solid. I. Low –frequency range. Journal of the Acoustical Society of America 28,168-178.
- Biot M.A. 1956. Theory of propagation of elastic waves in a fluid –saturated porous solid. I. Higher –frequency range. Journal of the Acoustical Society of America 28,179-191.
- Biot M.A. 1962. Mechanic of deformation and acoustic propagation in porous media. Journal of Applied Physics 33,1482-1498.
- Biot M.A. 1962. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. Journal of the Acoustical Society of America 34, 1254-1264.
- Carcione J.M. 1996. Full frequency-range transient solution for compressional waves in a fluid saturated viscoacoustic porous medium. Geophysical Prospecting 44, 99-129.
- Hassanzadeh S. 1991. Acoustic modeling in fluid- saturated porous medium. Geophysics 56, 424-435.
- Pinheiro N, V., e Botelho, MAB., 1996, Solução do sistema de equações de Biot para meios acústicos porosos usando diferenças finitas com operadores de quarta ordem, Revista Brasileira de Geofísica 14(2) 131-145.