



## II Simpósio Brasileiro de Geofísica



### Inversão quadrática de dados de avo usando o algoritmo de Marquardt

Mendes, A.C.M., Protázio, J.S., Garabito, G. & Santos, D.

Copyright 2006, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

*Este texto foi preparado para a apresentação no II Simpósio de Geofísica da Sociedade Brasileira de Geofísica, Natal, 21-23 de setembro de 2006. Seu conteúdo foi revisado pela Comissão Tecno-científica do II SR-SBGF mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.*

#### Abstract

In this work it will be presented the Zoeppritz exact equations and quadratic approximations for the  $R_{pp}$  and  $R_{sp}$  amplitude coefficients. Sequentially, the Marquadt inversion method is used to invert these parameters, using the quadratic approximation previously obtained. This work is an extension of a previous approach, where it was noticed that in the case of  $R_{pp}$  reflections and dissociated  $R_{sp}$  converted, only one parameter can be estimated, while the combination of these two events provides a good inversion stability, allowing an estimate of at least two media parameters in consideration.

#### Introdução

A análise de amplitude versus afastamento (AVO) estuda as amplitudes de ondas espalhadas através de interfaces entre meios elásticos com relação à distância fonte-receptor (afastamento). O seu estudo é importante na indústria de hidrocarbonetos por sua potencialidade na solução de problemas de monitoramento e delineamento de poços em regiões produtoras, particularmente como discriminador litológico ou indicador de presença e saturação de hidrocarbonetos (Wu, 2000). A descoberta de que a presença de gás produz, em geral, altas amplitudes, conhecidas como "bright spots", deu-se por volta de 1960 e Ostrander (1984), em seu trabalho pioneiro, mostrou como utilizar o "bright spots" para prospectar hidrocarbonetos através de dados sísmicos de AVO. O seu uso, como indicador direto de hidrocarbonetos, está associado às diferentes respostas da velocidade de ondas p em presença de gás em rochas porosas. Isto não afeta a velocidade da onda s, mas reduz a velocidade da onda p. Assim sendo, a análise de AVO constitui um recurso muito útil em presença de respostas sísmicas anômalas.

Entretanto, as amplitudes dos coeficientes das ondas espalhadas através de interfaces planas são dadas pelas equações de Knott-Zoeppritz (Shoenberg & Protázio, 1992) e são bastante intrincadas, o que torna difícil a análise de AVO em termos dos parâmetros sísmicos. O

uso de aproximações convenientes torna-se, portanto, necessário e uma vasta literatura sobre o assunto é apresentada em Castagna (1993), com ênfase para as aproximações lineares.

Recentemente, Santos (2002) apresentou aproximações lineares e quadráticas dos coeficientes da refletida  $R_{pp}$

e de sua convertida  $R_{sp}$  em termos dos contrastes

relativos da impedância ( $\bar{\delta Z}$ ), da velocidade da onda p

( $\bar{\delta \alpha}$ ) e do módulo de cisalhamento ( $\bar{\delta \mu}$ ) entre os meios e

aplicou o método de inversão linear visando estimar os

parâmetros físicos dos meios a partir de dados de AVO

em meios perfeitamente elásticos, homogêneos e

isotrópicos. Nos procedimentos anteriores à inversão

propriamente dita, foram feitas as análises de

sensibilidade e de ambiguidade das aproximações

linearizadas utilizando-se, para isto, o método SVD e as

curvas de contorno das funções objetivo. Na inversão, foi

utilizado o método do inverso generalizado e as

conclusões resultantes dizem que as aproximações

combinadas dos coeficientes  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$  produzem

inversões muito mais estáveis que nos casos das

aproximações não combinadas. Entretanto, e apesar da

estabilização, apenas dois dos parâmetros físicos dos

meios podem ser invertidos. Tais resultados sugerem,

portanto, o uso de aproximações além das lineares

nestes procedimentos de inversão.

O objetivo deste trabalho é analisar a precisão das

aproximações quadráticas dos coeficientes  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$

e utilizar o algoritmo de Marquardt (Marquadt, 1963) para

inverter os parâmetros físicos do modelo a partir destas

aproximações. Nestes experimentos serão utilizadas

essas aproximações de formas dissociadas. Mapas de

contorno, a partir da fixação de um dos parâmetros, são

apresentados visando informações sobre o nível de

ambiguidade das inversões procedidas.

#### Obtenção da equação Knott - Zoeppritz

As equações de Knott-Zoeppritz descrevem o

comportamento das amplitudes dos coeficientes das

ondas espalhadas através de interfaces planas em

função do ângulo de incidência e das propriedades

físicas do modelo. Os dois meios serão tomados como

sendo elásticos, isotrópicos e homogêneos e apenas

eventos de ondas refletidas  $R_{pp}$  e de suas convertidas

$R_{sp}$  serão considerados, conforme mostra a Figura 1.

Sejam dois semi-planos elásticos, isotrópicos e homogêneos, separados pelo plano horizontal  $x_3 = 0$ , com o eixo  $x_3$  tomado positivo para baixo e com a propagação de ondas no plano vertical  $x_1 - x_3$ . Considerando o meio incidente como o semi-plano  $x_3 < 0$  e o meio subjacente como o semi-plano  $x_3 > 0$ ,

**Modelo em meios elásticos isotrópicos**

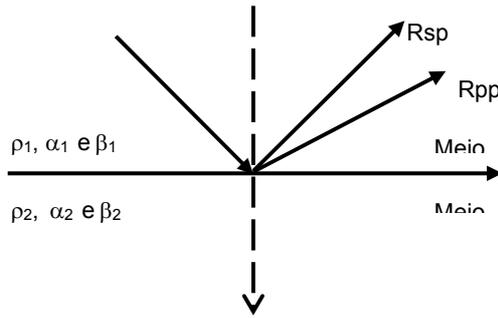


Figura 1 - Espalhamento devido a uma onda P incidente em que  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$  são as amplitudes das ondas refletida e convertida, respectivamente e  $\rho_k, \alpha_k$  e  $\beta_k$ , os parâmetros físicos dos meios  $k=1$  (incidente) e  $k=2$  (subjacente).

as amplitudes dos campos de ondas espalhados são dados pela solução do sistema matricial:

$$\begin{aligned} X_1(i+r) &= X_2t \\ Y_1(i-r) &= Y_2t, \end{aligned} \quad (01)$$

sendo  $i, r$  e  $t$  as amplitudes das ondas incidentes, refletidas e transmitidas, respectivamente. As matrizes  $X_k$  e  $Y_k$  dependem de cada componente horizontal da vazarosidade  $s$  (lei de Snell), da densidade ( $\rho_k$ ), das velocidades da ondas  $p$  ( $\alpha_k$ ) e  $s$  ( $\beta_k$ ) e das componentes verticais

$$q_{3pk} = \sqrt{1 - \alpha_k^2 s^2} \quad \text{e} \quad q_{3sk} = \sqrt{1 - \beta_k^2 s^2}, \quad (02)$$

o subscrito  $k$  representando o meio  $k=1$  (incidente) e  $k=2$  (subjacente) e apresentam as formas:

$$X_k = \begin{bmatrix} \alpha_k s & q_{3sk} \\ -\rho_k \alpha_k (1 - 2\beta_k^2 s^2) & 2\rho_k \beta_k^2 s q_{3sk} \end{bmatrix} \quad (03)$$

$$Y_k = \begin{bmatrix} -2\rho_k \beta_k^2 s s_{3pk} & -\rho_k \beta_k (1 - 2\beta_k^2 s^2) \\ q_{3pk} & -\beta_k s \end{bmatrix}$$

Considerando-se apenas eventos com propagação pré-crítica, uma solução de (1.1) é dada por (Schoenberg & Protázio, 1992):

$$\begin{aligned} r &= Ri \equiv (X_1^{-1}X_2 - Y_1^{-1}Y_2)(X_1^{-1}X_2 + Y_1^{-1}Y_2)^{-1}i \\ Ti &\equiv 2(X_1^{-1}X_2 + Y_1^{-1}Y_2)^{-1}i, \end{aligned} \quad (04)$$

sendo  $R$  e  $T$  conhecidas como as matrizes de reflexão e de transmissão, respectivamente. Neste trabalho estaremos interessados apenas em eventos de reflexões e a matriz  $R$  apresenta-se na forma:

$$R = \begin{bmatrix} R_{pp} & R_{ps} \\ R_{sp} & R_{ss} \end{bmatrix}, \quad (05)$$

sendo que nesta representação o segundo sub-índice denota o tipo da onda incidente e o primeiro, o da onda espalhado. As amplitudes dos coeficientes  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$ , de nosso interesse, são dadas por (Santos, 2002):

$$R_{pp} = \frac{(A_0 - B_0) + (A_2 - B_2)s^2 + (A_4 - B_4)s^4 - B_6 s^6}{(A_0 + B_0) + (A_2 + B_2)s^2 + (A_4 + B_4)s^4 + B_6 s^6} \quad (06)$$

$$R_{sp} = \frac{2\alpha_1 s (D_0 - D_2 s^2 + D_4 s^4) q_{3p1}}{(A_0 + B_0) + (A_2 + B_2)s^2 + (A_4 + B_4)s^4 + B_6 s^6}, \quad (07)$$

sendo

$$\begin{aligned} A_0 &= \rho_2 \alpha_2 (\rho_2 \beta_2 q_{3s1} + \rho_1 \beta_1 q_{3s2}) q_{3p1}, \\ A_2 &= 4G q_{3p1} q_{3s1} (G q_{3p2} q_{3s2} - \rho_2 \alpha_2 \beta_2), \\ A_4 &= 4G^2 \alpha_2 \beta_2 q_{3p1} q_{3s1}, \\ B_0 &= \rho_1 \alpha_1 (\rho_2 \beta_2 q_{3s1} + \rho_1 \beta_1 q_{3s2}) q_{3p2}, \\ B_2 &= \alpha_1 \beta_1 [4\rho_1 G q_{3p2} q_{3s2} + (\rho_2 - \rho_1)^2 \alpha_2 \beta_2], \\ B_4 &= 4G \alpha_1 \beta_1 [G q_{3p2} q_{3s2} - (\rho_2 - \rho_1) \alpha_2 \beta_2], \\ B_6 &= 4G^2 \alpha_1 \beta_1 \alpha_2 \beta_2, \\ D_0 &= -[\rho_2 (\rho_2 - \rho_1) \alpha_2 \beta_2 + 2\rho_1 G q_{3p2} q_{3s2}], \\ D_2 &= 2G [(2\rho_2 - \rho_1) \alpha_2 \beta_2 - 2G q_{3p2} q_{3s2}], \\ D_4 &= -4G^2 \alpha_2 \beta_2, \end{aligned} \quad (08)$$

sendo

$$G = \rho_2 \beta_2^2 - \rho_1 \beta_1^2 \equiv \mu_2 - \mu_1. \quad (09)$$

**As equações de Zoeppritz em função dos contrastes médios relativos.**

Para a obtenção das equações de Zoeppritz em função dos contrastes médios relativos dos parâmetros físicos dos meios, é necessário estabelecer uma reparametrização dos parâmetros elásticos em termos destes contrastes. Para isto, sejam:

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_2 + \rho_1}{2}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} \quad \text{e} \quad \bar{\beta} = \frac{\beta_2 + \beta_1}{2} \quad (10)$$

as médias aritméticas das densidades e das velocidades das ondas p e s, respectivamente e

$$\delta\rho = \frac{\rho_2 - \rho_1}{2}, \quad \delta\alpha = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \quad \text{e} \quad \delta\beta = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} \quad (11)$$

os contrastes médios das densidades e das velocidades das ondas p e s, respectivamente. Os contrastes médios relativos das densidades e das velocidades das ondas p e s são, então, definidos por:

$$\bar{\delta\rho} = \frac{\delta\rho}{\bar{\rho}}, \quad \bar{\delta\alpha} = \frac{\delta\alpha}{\bar{\alpha}} \quad \text{e} \quad \bar{\delta\beta} = \frac{\delta\beta}{\bar{\beta}}. \quad (12)$$

Os contrastes médios da impedância e do módulo de cisalhamento são definidos como:

$$\bar{\delta Z} = \bar{\delta\rho} + \bar{\delta\alpha} \quad \text{e} \quad \bar{\delta\mu} = \bar{\delta\rho} + 2\bar{\delta\beta}. \quad (13)$$

Portanto,  $\bar{\delta\rho} = \bar{\delta Z} - \bar{\delta\alpha}$  e  $\bar{\delta\beta} = \frac{1}{2}(-\bar{\delta Z} + \bar{\delta\alpha} + \bar{\delta\mu})$ ,

permitindo a reparametrização desejada em termos de  $\bar{\delta Z}$ ,  $\bar{\delta\alpha}$ , e  $\bar{\delta\mu}$ :

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \bar{\rho}(1 - \bar{\delta Z} + \bar{\delta\alpha}); & \rho_2 &= \bar{\rho}(1 + \bar{\delta Z} - \bar{\delta\alpha}) \\ \alpha_1 &= \bar{\alpha}(1 - \bar{\delta\alpha}); & \alpha_2 &= \bar{\alpha}(1 + \bar{\delta\alpha}) \\ \beta_1 &= \frac{\bar{\beta}}{2}(2 + \bar{\delta Z} - \bar{\delta\alpha} - \bar{\delta\mu}); & \beta_2 &= \frac{\bar{\beta}}{2}(2 - \bar{\delta Z} + \bar{\delta\alpha} + \bar{\delta\mu}) \end{aligned} \quad (14)$$

Outro parâmetro importante é a relação  $V_s/V_p$ , dada por  $\kappa = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\alpha}}$ . A substituição das equações (13) em (14)

determina a dependência das amplitudes  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$  em termos do vetor de parâmetros definido por  $\delta p = (\bar{\delta Z}, \bar{\delta\alpha}, \bar{\delta\mu})^t$ . O vetor de vagarosidade s pode ser definido de acordo com a lei de Snell:

$$s = \frac{\sin\theta_1}{\alpha_1} = \frac{\sin\theta_2}{\alpha_2} = \frac{\sin\varphi_1}{\beta_1} = \frac{\sin\varphi_2}{\beta_2}, \quad (15)$$

sendo  $\theta_1, \theta_2, \varphi_1$  e  $\varphi_2$  os ângulos de reflexão (igual ao de incidência) e sua convertida e de transmissão e sua convertida, respectivamente.

### Aproximações quadráticas

As aproximações quadráticas das amplitudes  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$  são calculadas a partir das suas expansões de Taylor em torno de  $\bar{\delta Z} = 0, \bar{\delta\alpha} = 0$  e  $\bar{\delta\mu} = 0$  e têm validade apenas para eventos pré-críticos e pequenos contrastes relativos dos parâmetros. Wang (1999) apresentou trabalho obtendo aproximações quadráticas para as amplitudes das ondas refletida  $R_{pp}$  e transmitida  $T_{pp}$ , utilizando o que ele chama de expansão pseudo-quadrática em termos do parâmetro do raio s. Nas condições propostas, as aproximações apresentam as formas:

$$R_{pp}(\theta_k) \cong m(\theta_k)^t \delta p + \delta p^t M(\theta_k) \delta p \quad (16)$$

$$R_{sp}(\theta_k) \cong q(\theta_k)^t \delta p + \delta p^t Q(\theta_k) \delta p, \quad (17)$$

sendo  $m(\theta_k)$  e  $q(\theta_k)$  vetores e  $M(\theta_k)$  e  $Q(\theta_k)$  matrizes que carregam informações sobre a geometria de aquisição dos dados para cada ângulo de incidência  $\theta_k$ ,  $k = 1, \dots, N_{obs}$ ,  $N_{obs}$  representando o número de observações. Os vetores e as matrizes acima definidos são dados por:

$$m(\theta_k) = \begin{bmatrix} 1 & \sin^2 \theta_k & -4\kappa^2 \sin^2 \theta_k \end{bmatrix}^t, \quad (18)$$

$$q(\theta_k) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2\kappa \end{bmatrix}^t \sin \theta_k + \begin{bmatrix} -\frac{\kappa^2}{2} & \frac{\kappa^2}{2} & \kappa(1+2\kappa) \end{bmatrix}^t \sin^3 \theta_k, \quad (19)$$

$$M(\theta_k) = \begin{bmatrix} -\kappa & \kappa & 0 \\ 2-\kappa & -4\kappa^2 & 4\kappa^3 \end{bmatrix} \sin^2 \theta_k, \quad (20)$$

$$Q(\theta_k) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4(1-4\kappa)} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4(1-4\kappa)} & 0 \end{bmatrix} \sin \theta_k \quad (21)$$

$$+ \begin{bmatrix} -\frac{\kappa^2}{4} & -\frac{1}{2(1+\kappa^2)} & -\frac{\kappa}{8(4-19\kappa+4\kappa^2)} \\ \frac{1}{4(4+5\kappa^2)} & \frac{\kappa}{8(12+5\kappa+4\kappa^2)} & \frac{\kappa^2(1-7\kappa)}{\kappa^2(1-7\kappa)} \end{bmatrix} \sin^3 \theta_k.$$

### A inversão quadrática de avo através do método dos mínimos quadrados.

Para a inversão quadrática de AVO será usado o ajuste de curvas por mínimos quadrados. Para isto, sejam:

$$\phi_{pp}(\delta p) = \sum_{j=1}^{N_{obs}} \left( R_{pp}^{obs}(\theta_k) - m(\theta_k)^t \delta p - \delta p^t M(\theta_k) \delta p \right)^2 \quad (22)$$

$$\phi_{sp}(\delta p) = \sum_{j=1}^{N_{obs}} \left( R_{sp}^{obs}(\theta_k) - q(\theta_k)^t \delta p - \delta p^t Q(\theta_k) \delta p \right)^2, \quad (23)$$

sendo  $R_{pp}^{obs}$  e  $R_{sp}^{obs}$  as amplitudes das ondas refletidas e convertidas observadas, respectivamente. A inversão consiste nos seguintes problemas de minimização:  $\min[\phi_{pp}(\delta p)]$  (caso  $R_{pp}^{obs}$ ),  $\min[\phi_{sp}(\delta p)]$  (caso  $R_{sp}^{obs}$ ) e  $\min[\phi_{pp}(\delta p) + \lambda \phi_{sp}(\delta p)]$  (caso combinado), sendo  $\lambda$  um parâmetro não negativo que pondera uma maior ou menor influência dos dados da onda convertida.

**Experimentos numéricos**

Nos experimentos numéricos que se seguem serão usados dois meios cujos parâmetros físicos são apresentados na Tabela 1. Na tabela 2, são apresentados os contrastes médios relativos correspondentes a estes dois meios.

**Tabela 1. Parâmetros para coeficientes de refletida  $R_{pp}$  e convertida  $R_{sp}$**

	Material	$\rho(g/cm^3)$	$\alpha(m/s)$	$\beta(m/s)$
Meio 1	Folhelho	2,20	3270	1650
Meio 2	Arenito	2,05	3040	2050

**Tabela 2. Contrastes médios relativos do modelo apresentado na tabela 1**

Contrastes	k	$\overline{\delta Z}$	$\overline{\delta \alpha}$	$\overline{\delta \mu}$
	0,5864	-0,0353	-0,0365	0,1081

**Precisão das aproximações quadráticas**

Os resultados das aproximações quadráticas das amplitudes  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$  são mostrados nas Figuras 1(a) e 1(b). Observa-se que estas aproximações apresentam excelente precisão dentro do intervalo de incidência  $[0^\circ, 30^\circ]$ , sugerindo, portanto, que os procedimentos de inversão sejam estabelecidos neste intervalo.

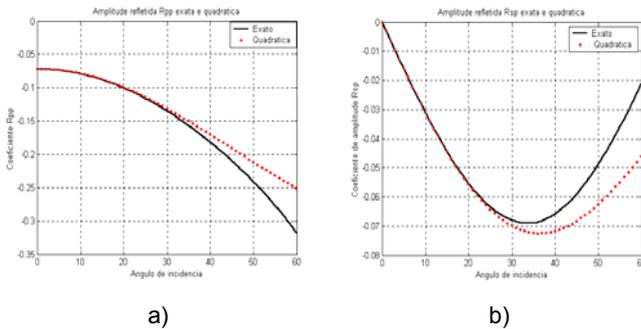


Figura 1: (a) Gráficos referentes ao coeficiente  $R_{pp}$ ; (b) Gráficos referentes ao coeficiente  $R_{sp}$ .

**Regiões de ambigüidade**

As figuras abaixo descrevem as regiões de ambigüidade das funções objetivos  $\phi_{pp}(\delta p)$  e  $\phi_{sp}(\delta p)$ . Como tais funções dependem de três parâmetros físicos, a obtenção das curvas de contorno abaixo é feita pela fixação de um dos parâmetros. Neste trabalho será fixado

$\overline{\delta \mu}$ . Observa-se, pelos exemplos apresentados:

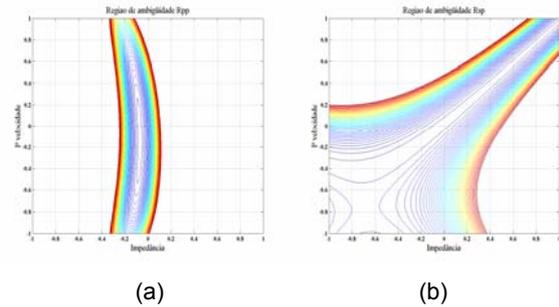


Figura 2: (a) Gráfico mostrando um modelo sintético de regiões de ambigüidade para o coeficiente da refletida  $R_{pp}$ ; (b) Gráfico mostrando um modelo sintético de regiões de ambigüidade para o coeficiente da convertida  $R_{sn}$

**Resultados**

As amplitudes dos coeficientes da onda refletida  $R_{pp}$  e da convertida  $R_{sp}$  foram obtidas sinteticamente pelas equações exatas de Zoepritz, descritas em (06) e (07). Foi, então, aplicado o Método de Marquardt para a inversão quadrática dos dados, utilizando-se as aproximações descritas em (22) e (23). A inversão foi feita em dois níveis, sem e com ruídos aleatórios de 5% e considerou apenas os dados de  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$  não combinados. Nos dois níveis de experimentos o parâmetro  $\overline{\delta \mu}$  foi mantido fixo e observou-se uma excelente convergência do estimador aplicado. As Figuras 3, 4, 5 e 6. ilustram estes resultados. Na parte (a) de cada figura são ilustradas as várias iterações obtidas pelo método de Marquardt enquanto na parte (b) são comparadas as amplitudes obtidas pelos dados sintéticos com as obtidas a partir dos parâmetros estimados. Os valores dos parâmetros estimados são comparados com os sintéticos através das Tabelas 3 e 4

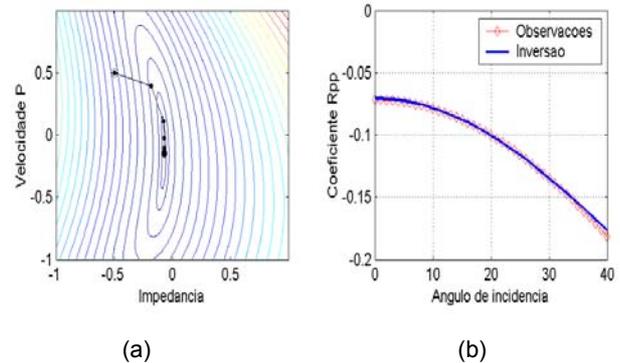


Figura 3: (a) Gráfico ilustrando o ponto ótimo localizado na região de ambigüidade do evento de reflexão  $R_{pp}$ ; (b) Gráfico ilustrando a curva de inversão dos parâmetros elásticos  $\overline{\delta Z}$  e  $\overline{\delta \alpha}$  na ausência de ruído.

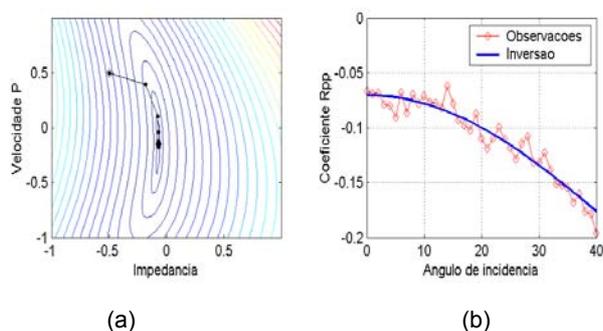


Figura 4: (a) Gráfico ilustrando o ponto ótimo da região de ambiguidade do evento refletido  $R_{pp}$ ; (b) Gráfico ilustrando a curva de inversão dos parâmetros elásticos  $\bar{\delta Z}$  e  $\bar{\delta\alpha}$  com presença de ruído aleatório de 5%.

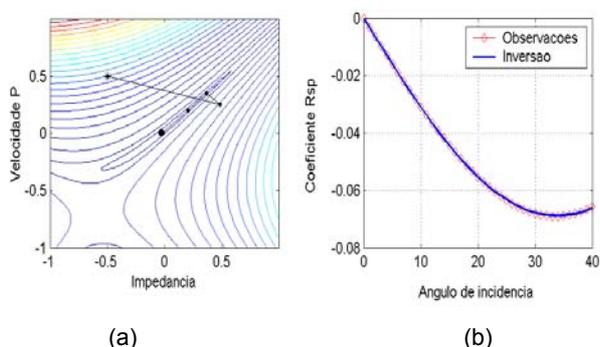


Figura 5: Gráfico (a) ilustra o ponto ótimo da região de ambiguidade do evento convertido  $R_{sp}$  e gráfico (b) mostra a curva de inversão dos parâmetros elásticos  $\bar{\delta Z}$  e  $\bar{\delta\alpha}$  com ausência de ruído.

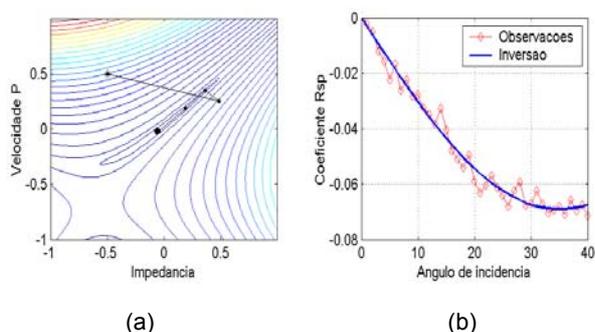


Figura 6: (a) Gráfico ilustrando o ponto ótimo da região de ambiguidade do evento convertido  $R_{sp}$ ; (b) Gráfico ilustrando a curva de inversão dos parâmetros elásticos  $\bar{\delta Z}$  e  $\bar{\delta\alpha}$  com presença de ruído aleatório de 5%.

As duas tabelas abaixo ilustram os resultados dos contrastes elásticos obtidos no processo de inversão através do método de Marquadt comparado aos

contrastos observados (exatos) e aproximados das amplitudes refletida  $R_{pp}$  e convertida  $R_{sp}$ .

**Tabela 3. Dados observados da amplitude refletida  $R_{pp}$ .**

Parâmetros elásticos	$\bar{\delta Z}$	$\bar{\delta\alpha}$	$\bar{\delta\mu}$ (fixo)
Exatos	-0.0717	-0.0365	0.1809
Invertidos sem ruído	-0.0706	-0.1484	0.1809
Invertido com ruído (5%)	-0.0702	-0.1483	0.1809

**Tabela 4. Dados observados da amplitude convertida  $R_{sp}$ .**

Parâmetros elásticos	$\bar{\delta Z}$	$\bar{\delta\alpha}$	$\bar{\delta\mu}$ (fixo)
Exatos	-0.0717	-0.0365	0.1809
Invertidos sem ruído	-0.0281	-0.0033	0.1809
Invertido com ruído (5%)	-0.0583	-0.0205	0.1809

### Conclusões

Neste trabalho foram apresentadas as equações exatas de Knott - Zoeppritz que calculam as amplitudes de onda refletida  $R_{pp}$  e convertida  $R_{sp}$  e de suas aproximações quadráticas em termos dos contrastes médios relativos da impedância ( $\bar{\delta Z}$ ), da velocidade de onda P ( $\bar{\delta\alpha}$ ) e do parâmetro cisalhante ( $\bar{\delta\mu}$ ). Em experimentos de incidência na faixa  $[0^{\circ}, 30^{\circ}]$  estas aproximações se mostraram bastante precisas e foram usadas como modelo para a inversão quadrática dos parâmetros a partir de dados sintéticos obtidos pelo uso das equações exatas de Knott-Zoeppritz. O método de Marquardt foi utilizado neste procedimento de inversão e se mostrou bastante estável, determinando boas estimativas dos parâmetros dos meios, mesmo considerando-se experimentos contaminados com 5% de ruído aleatório.

### Agradecimentos

Agradecimentos ao CNPq, à CAPES e à ANP pela concessão de bolsas e financiamentos, permitindo o desenvolvimento deste trabalho.

### Referencias

**Castagna, J. P.**, 1993, AVO analysis – Tutorial and Review. In Castagna, J.P. & Backus, M.M. Eds. Offset-dependent reflectivity – Theory and practice in AVO analysis: SEG: p. 3-35.

**Marquardt, D. W.**, 1963, An algoritmo for least – squares estimation of nonlinear parameter, J. Sor. Ind. Appl. Math.11, 431 - 441

**Ostrander, W. J.**, 1984, Plane Wave Reflection Coefficients for Gas Sand at Nonnormal Angles of Incidence. Geophysics, 49:1637-1648.

**Santos, D. F.**, 2002, Análise das Aproximações  $R_{pp}$  e  $R_{sp}$  para Meios Isotrópicos. Tese de Mestrado. Geofísica/CG/UFPa. Belém. PA.

**Schoenberg, M. & Protázio, J. P.**, 1992, Zoeppritz rationalized and generalized to anisotropy. *Journal of Seismic Exploration*. no. 1, p. 125-144.

**Wang, Y.**, 1999, Approximation to the Zoeppritz equations and their use in AVO analysis. *Geophysics*. v. 64, no. 6, p. 1920-1927.

**Wu, Y.**, 2000, Estimation of gas saturation using P to S converted waves. Annual Meeting SEG/Calgary 2000.