

Análisis de la condición de imagen tipo deconvolución para datos con múltiples disparos

Ligia E. Jaimes Maestría en ciencias de la Tierra- Universidad EAFIT, Flor A. Vivas Departamento de Física y Geología- Universidad de Pamplona, Herling Gonzalez Grupo de Geofísica-ICP Ecopetrol

Copyright 2010, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica Este texto foi preparado para a apresentação no IV Simpósio Brasileiro de Geofísica, Brasília, 14 a 17 de novembro de 2010. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do IV SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

RESUMEN

Obtener los valores de amplitud sobre los reflectores de la imagen migrada y compararlos con los valores esperados de la reflectividad, es una etapa necesaria al evaluar las técnicas de migración con amplitud verdadera. Dicho análisis es usualmente realizado en un dato con un único disparo y receptores cubriendo todo el modelo de velocidades, en este caso dos posibilidades de aplicación de una condición de imagen tipo deconvolución aparecen. Para el caso de datos con múltiples disparos, describimos cinco posibilidades de aplicación de una condición de imagen tipo deconvolución. Se muestra que en solamente tres casos es obtenido un valor de reflectividad que corresponde al valor esperado, compensando de forma correcta la dispersión geométrica. En los otros dos casos los reflectores más profundos aparecen con valores menores de amplitud a los esperados de forma similar a cuando es aplicada una condición de imagen tipo correlación. Adicionalmente se muestra que para datos con múltiples disparos, los valores de las amplitudes obtenidas para el coeficiente de reflexión están influenciados por la cobertura del punto medio común y en dos de las cinco condiciones de imagen aplicadas se compensa este efecto.

INTRODUCCIÓN

El método de migración preapilado por continuación de los campos de onda en la dirección de la profundidad, utiliza las ecuaciones de sentido único OWWE (one way wave equation, de sus siglas en ingles), como ecuaciones que gobiernan la propagación. Este tipo de migración es ampliamente utilizado por su ventaja en tiempo de cálculo en relación a la migración por extrapolación en tiempo RTM (reverse time migration, de sus siglas en ingles).

Las ecuaciones de sentido único no preservan la amplitud (Wapenaar, 1990; Godin, 1999) y deben ser modificadas como fue planteado por Zhang, (1993), Zhang et al., (2003), Vivas and Pestana, (2010), introduciendo nuevos términos en las ecuaciones que implican la evaluación del gradiente vertical y lateral de la velocidad. Estas nuevas ecuaciones son conocidas como ecuaciones

de sentido único con amplitud verdadera OWWE-TA (one way wave equation-true amplitude, de sus siglas en ingles). Adicionalmente una condición de imagen tipo deconvolución debe ser aplicada para garantizar la obtención del valor correcto del coeficiente de reflexión, (Claerbout, 1985; Valenciano and Biondi, 2003; Chattopadhyay and McMechan, 2008).

En datos con un único disparo y receptores cubriendo todo el campo de velocidades, aparecen dos posibilidades de aplicación de una condición de imagen tipo deconvolución y se ha mostrado su equivalencia (Vivas et al., 2009). Para datos con múltiples disparos, una sumatoria sobre las reflectividades obtenidas para cada disparo debe ser realizada. El valor de la reflectividad para cada disparo depende del ángulo en que el reflector es iluminado, obteniéndose al sumar por el disparo un valor de reflectividad promediada por el ángulo.

La aparición de una segunda sumatoria en la condición de imagen permite plantear cinco posibilidades de aplicación de una condición de imagen tipo deconvolución, así como un nuevo dominio de estabilización de la condición de imagen. En este trabajo mostramos que solamente tres de estas condiciones compensan de forma correcta la dispersión geométrica, en los otros dos casos no se logra compensar el efecto de dispersión geométrica obteniéndose en los reflectores más profundos menores valores de los esperados para el coeficiente de reflexión.

Adicionalmente es analizada la influencia de la cobertura del punto medio común en el valor obtenido del coeficiente de reflexión. Se muestra que de las cinco condiciones de imagen propuestas, solamente en dos es eliminado este efecto, proporcionando una mayor continuidad de los reflectores en la imagen migrada.

Experimentos numéricos con datos sintéticos de múltiples disparos en un campo de velocidad con gradiente vertical, gradiente vertical y lateral, y con el dato Mar-mousi son presentados.

ECUACIONES DE SENTIDO ÚNICO CON AMPLITUD VERDADERA

La migración por extrapolación de los campos de onda en la dirección de la profundidad es realizada en dos etapas. En la primera etapa, se solucionan las ecuaciones que modelan la propagación del campo de onda descendente y ascendente:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial z} + i\Lambda \right) D_s - \Gamma D_s &= 0, \\ D_s(x, z = 0; \omega) &= \frac{1}{2i\Lambda} \delta(x - x_s, z), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial z} - i\Lambda \right) U_s - \Gamma U_s &= 0, \\ U_s(x, z = 0; \omega) &= Q(x; \omega), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

donde los operadores estan dados por:

$$\Lambda = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 + \frac{\Delta_T}{\omega^2}}, \quad \Gamma = \frac{v_z}{2v} [1 - (\omega^2 + \Delta_T)^{-1} \Delta_T], \quad (3)$$

$$v_z = \frac{\partial v(x, z)}{\partial z}, \quad \Delta_T = \left(v \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 = v^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + v v_x \frac{\partial}{\partial x}.$$

Una vez los campos son extrapolados desde el nivel z_j a z_{j+1} , el proceso de migración se completa aplicando una condición de imagen tipo deconvolución en la forma

$$R_s(x, z) = \sum_{\omega} \frac{U_s(x, z; \omega)}{D_s(x, z; \omega)}, \quad (4)$$

para un dato con un único disparo, ó

$$\sum_s R_s(x, z) = \sum_s \sum_{\omega} \frac{U_s(x, z; \omega)}{D_s(x, z; \omega)}, \quad (5)$$

para datos con múltiples disparos, apareciendo una doble sumatoria.

Operador *phase shift* con amplitud verdadera (PS+TA)

Para un medio que depende solamente de la profundidad, $v = v(z)$, podemos aplicar la transformada de Fourier en x y escribimos los operadores λ y γ en el dominio número de onda global $(k_x, z; \omega)$ en la forma

$$\lambda = \frac{\omega}{v} \sqrt{1 - \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2}}, \quad (6)$$

$$\gamma = \lambda^{1/2} \frac{\partial \lambda^{-1/2}}{\partial z} = \frac{v_z}{2v} \left(1 + \frac{v^2 k_x^2}{\omega^2 - v^2 k_x^2} \right).$$

Las Ecuaciones (1) y (2) escritas en el dominio $(k_x, z; \omega)$ se expresan como,

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial z} + i\lambda \right) \tilde{D}_s - \gamma \tilde{D}_s &= 0, \\ \tilde{D}_s(k_x, z = 0; \omega) &= \frac{1}{2i\lambda} e^{ik_x x_s}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial z} - i\lambda \right) \tilde{U}_s - \gamma \tilde{U}_s &= 0, \\ \tilde{U}_s(k_x, z = 0; \omega) &= Q(k_x; \omega). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

El término γ en las Ecuaciones 7,8, puede ser eliminando a través de la introducción de las nuevas variables

$$\tilde{q}_{D_s}(k_x, z; \omega) = \lambda^{1/2} \tilde{D}_s(k_x, z; \omega),$$

$$\tilde{q}_{U_s}(k_x, z; \omega) = \lambda^{1/2} \tilde{U}_s(k_x, z; \omega),$$

haciendo innecesario el cálculo numérico directo de la derivada del campo de velocidad vertical y reduciendo la extrapolación de los campos desde el nivel z_j al nivel z_{j+1} al producto de dos factores, uno asociado a la

corrección de fase y otro asociado a la corrección de amplitud, en la forma:

$$\tilde{D}_s^{z_{j+1}} = \left(\frac{\lambda_{z_j}}{\lambda_{z_{j+1}}} \right)^{1/2} \exp^{-i\omega \lambda_{z_j} (z_{j+1} - z_j)} \tilde{D}_s^{z_j}, \quad (9)$$

$$\tilde{U}_s^{z_{j+1}} = \left(\frac{\lambda_{z_j}}{\lambda_{z_{j+1}}} \right)^{1/2} \exp^{i\omega \lambda_{z_j} (z_{j+1} - z_j)} \tilde{U}_s^{z_j}.$$

Operador *phase shift plus interpolation* con amplitud verdadera (PSPI+TA)

En medios con variación lateral de la velocidad, $v = v(x, z)$, es comunmente utilizado el esquema de migración PSPI (Gazdag and Sguazzero, 1984). En este esquema se realiza una extrapolación en profundidad de los campos \tilde{D} y \tilde{U} del nivel z al nivel $z_j + z_{j+1}$ a través de un corrimiento de fase $e^{\pm i\lambda(z_j)\Delta z}$ en el dominio $(k_x; \omega)$. El operador $\lambda(z_j)$ es calculado con n velocidades de referencias, seleccionadas en cada nivel z_j . Las variaciones laterales de la velocidad son introducidas en el dominio $(x; \omega)$ mediante la interpolación de los n campos de onda, acorde con la velocidad local $v(x)$.

Para implementar la migración PSPI basada en la técnica *phase shift* con amplitud verdadera en el apartado anterior (Ecuación 9), es necesario aplicar la corrección de amplitud $\left(\frac{\lambda_z}{\lambda_{z+1}} \right)^{1/2}$, por lo que m velocidades de referencia en el nivel z_{j+1} deben ser tenidas en cuenta para evaluar λ_{z+1} , generando así un conjunto de $m.n$ campos a ser interpolados.

Una segunda alternativa es solucionar las Ecuaciones 1 y 2 en dos pasos. Inicialmente el esquema PSPI es utilizado para obtener los campos de onda $q_{D_s}^{z_{j+1}}$ y $q_{U_s}^{z_{j+1}}$, con una corrección de fase equivalente a la del algoritmo conveccional. En un segundo paso la corrección de amplitud es realizada siguiendo el cambio de variables $D^{z_{j+1}} = \Lambda^{-1/2} q_{D_s}^{z_{j+1}}$ y $U^{z_{j+1}} = \Lambda^{-1/2} q_{U_s}^{z_{j+1}}$ en el dominio $(x, z; \omega)$ (Vivas and Pestana, 2010).

CONDICIONES DE IMAGEN TIPO DECONVOLUCIÓN

La condición de imagen tipo deconvolución (Ecuación 4) para datos con un único disparo, se escribe en terminos de una correlación del campo ascendente con el campo descendente, en la forma:

$$R_s(x, z) = \sum_{\omega} \frac{U_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)}{E(x, z; \omega)}. \quad (10)$$

El término $E(x, z; \omega) = D_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)$ dentro de la sumatoria, corresponde a la densidad espectral del campo de onda descendente.

El mapa de densidad espectral $E(x, z; \omega)$ contiene puntos con valores muy pequeños o nulos de energía, pro-

duciendo problemas de estabilidad computacional al realizar la división. Diferentes técnicas para solucionar esta inestabilidad numérica, asociada a errores de redondeo, han sido propuestas (Claerbout, 1971; Valenciano and Biondi, 2003; Vivas et al., 2009). En este trabajo retomamos la técnica de estabilización de la condición de imagen en puntos con baja densidad espectral propuesto por Vivas et al., (2009).

La estabilización de la condición de imagen (Ecuación 10) se realiza en el dominio $(x, z; \omega)$, definiéndose para cada frecuencia un valor promedio de la densidad espectral del campo de onda descendente

$$E_M(z; \omega) = \frac{1}{N_x} \sum_x D_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)$$

. Estableciendo el criterio para determinar los puntos que poseen valores malos y buenos de densidad espectral $E(x, z; \omega)$, en la forma:

$$\begin{cases} E_{buena}(x, z; \omega) > \lambda E_M(z; \omega), \\ E_{mala}(x, z; \omega) \leq \lambda E_M(z; \omega). \end{cases} \quad (11)$$

En los puntos con buena densidad espectral la condición de imagen puede ser aplicada de forma directa, en cuanto en los puntos con mala densidad espectral, el valor es remplazado por el valor promedio. Así un nuevo mapa de densidad espectral $E(x, z; \omega)$ es obtenido,

$$\bar{E}(x, z; \omega) = \begin{cases} E(x, z; \omega) & \text{si } E(x, z; \omega) > \lambda E_M(z; \omega), \\ \lambda E_M(z; \omega) & \text{si } E(x, z; \omega) \leq \lambda E_M(z; \omega). \end{cases} \quad (12)$$

La segunda opción de aplicación de la condición de imagen (Ecuación 4), consiste en normalizar la condición de imagen tipo correlación por la denominada función iluminación del disparo $I(x, z) = \sum_{\omega} E(x, z; \omega)$, obteniéndose la condición de imagen en la forma

$$R_s(x, z) = \frac{\sum_{\omega} U_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)}{I(x, z)}. \quad (13)$$

En este caso la estabilización debe realizarse en la función $I(x, z)$, definiéndose el valor medio de la función iluminación en el nivel z como $I_M(z) = \frac{1}{N_x} \sum_x I(x, z)$ y estableciendo el siguiente criterio para determinar los puntos con buena o mala iluminación:

$$\begin{cases} I_{buena}(x, z) > \epsilon I_M(z), \\ I_{mala}(x, z) \leq \epsilon I_M(z). \end{cases} \quad (14)$$

En los puntos con buena iluminación se puede aplicar la condición de imagen de forma directa, mientras que en puntos con mala iluminación el valor será ϵI_M , formado un nuevo mapa de iluminación:

$$\bar{I}(x, z) = \begin{cases} I(x, z) & \text{si } I(x, z) > \epsilon I_M(z), \\ \epsilon I_M(z) & \text{si } I(x, z) \leq \epsilon I_M(z). \end{cases} \quad (15)$$

Los valores de las constantes λ y ϵ deben ser menores que uno y son determinados para cada campo de velocidades. La equivalencia de las Ecuaciones 10 y 13 para

el caso de un dato con un único disparo ha sido probada (Vivas et al., 2009).

Para datos con múltiples disparos la condición de imagen (Ecuación 5) es,

$$R(x, z) = \sum_s R_s(x, z) = \sum_s \sum_{\omega} \frac{U_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)}{E_s(x, z; \omega)}. \quad (16)$$

La Ecuación 16 puede ser aplicada en forma directa remplazando la densidad espectral $E_s(x, z; \omega)$ por $\bar{E}(x, z; \omega)$, como en la Ecuación 12.

La aparición de una nueva sumatoria (Ecuación 16) nos lleva a formular las condiciones de imagen,

$$R(x, z) = \sum_s \frac{\sum_{\omega} U_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)}{\sum_{\omega} \bar{E}(x, z; \omega)}, \quad (17)$$

$$R(x, z) = \frac{\sum_s \sum_{\omega} U_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)}{\sum_s \sum_{\omega} \bar{E}(x, z; \omega)}. \quad (18)$$

Se resalta que en la Ecuación 18 no se esta realizando exactamente una condición de imagen tipo deconvolución, sino una normalización de la condición de imagen tipo correlación por la función $\sum_s \sum_{\omega} \bar{E}(x, z; \omega)$.

Dos condiciones de imagen tipo deconvolución adicionales se obtienen cuando la estabilización es realizada en la función iluminación, en la forma:

$$R(x, z) = \sum_s \frac{\sum_{\omega} U_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)}{\bar{I}(x, z)}, \quad (19)$$

$$R(x, z) = \frac{\sum_s \sum_{\omega} U_s(x, z; \omega) D_s^*(x, z; \omega)}{\sum_s \bar{I}(x, z)}. \quad (20)$$

Nuevamente, la condición de imagen de la Ecuación 20, representa una normalización de la condición de imagen tipo correlación por la iluminación total modificada $\bar{I} = \sum_s \bar{I}(x, z)$.

De las ecuaciones 18 y 20 se espera que los puntos medio común con baja cobertura, presenten menor iluminación total, produciendo valores de reflectividad mayores de los esperados.

EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Con el objetivo de comparar las amplitudes obtenidas sobre los reflectores de imágenes migradas, utilizando la condición de imagen tipo correlación y las cinco condiciones tipo deconvolución descritas en las Ecuaciones 16 17,18,19 y 20, se genero un dato sintético con 250 disparos y 49 geófonos por disparo en los offsets de 40 m a 1960 m.

El primer experimento se realizo en un campo de velocidades $v(z) = 2000 + 0,3z$, donde fueron embebidos cuatro reflectores en las profundidades 1000, 2000, 3000 y 4000 m, con un valor asignado de reflectividad igual a la unidad. Para este caso la migración utilizada fue PS+TA.

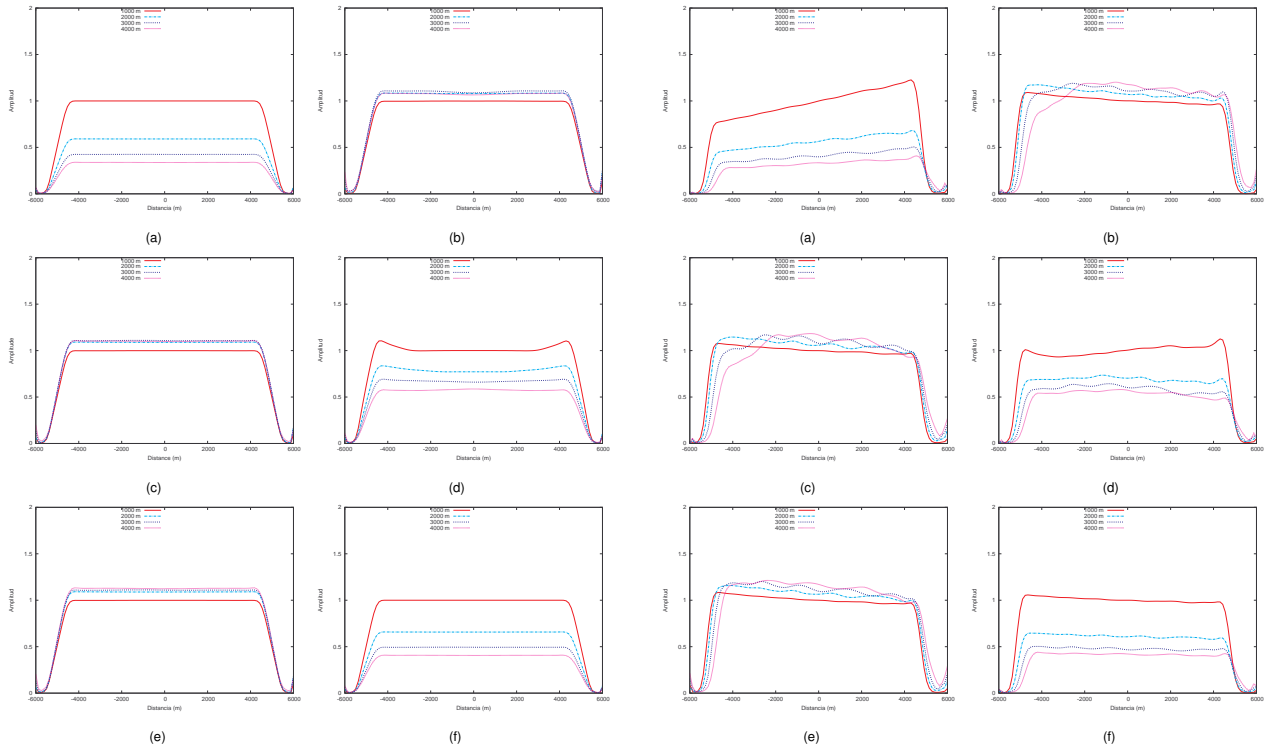


Figura 1: Amplitudes obtenidas a través de la migración PS + TA, utilizando las condiciones de imagen tipo (a) correlación y deconvolución según las Ecuaciones (b) 16, (c) 17, (d) 18, (e) 19 y (f) 20.

La Figura 1 presenta las amplitudes obtenidas sobre la imagen migrada con cinco condiciones de imagen tipo deconvolución propuestas. En tres de ellas se obtiene un valor de reflectividad cercano al valor unidad esperado compensando de forma correcta la dispersión geométrica (Figura 1b y 1c y 1e). En los otros dos casos (Figuras 1d y 1f) los reflectores más profundos aparecen con menor amplitud con un comportamiento equivalente a cuando se aplica una condición de imagen tipo correlación (Figuras 1a). En la Figura 1d se observa que los valores de amplitud obtenidos para el coeficiente de reflexión en los bordes de los reflectores están influenciados por la cobertura, presentando valores mayores de reflectividad en los puntos de menor cobertura, como se esperaba.

El segundo experimento numérico se realizó en un campo de velocidades con gradiente vertical y lateral $v(x, z)$, por lo tanto la migración utilizada fue PSPI+TA.

En la Figura 2 se observa que las condiciones de imagen dadas por las Ecuaciones 16, 17 y 19 compensan de manera correcta la dispersión geométrica, ya que sus valores de amplitud son cercanos a la unidad. En la Figura 2e y 2f, que representan las condiciones de imagen de la Ecuación 19 se observa la correcta compensación del efecto de cobertura sobre el coeficiente de reflexión, esperando mayor continuidad en los reflectores,

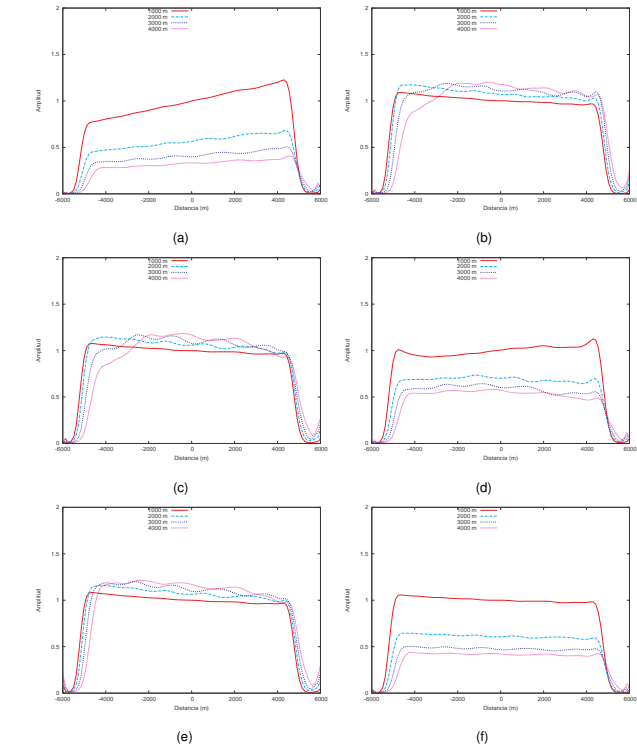


Figura 2: Amplitudes obtenidas a través de la migración PSPI + TA, utilizando las condiciones de imagen tipo (a) correlación y deconvolución según las Ecuaciones (b) 16, (c) 17, (d) 18, (e) 19 y (f) 20.

de la imagen migrada en modelos complejos.

En la Figura 3 se presenta el dato sintético Marmousi.

Se observa que las imágenes migradas obtenidas aplicando las condiciones de imagen dadas por las Ecuaciones 18 y 20 (Figuras 3d y 3f) presentan un comportamiento equivalente a cuando se aplica la condición de imagen tipo correlación (Figura 3a), con un poco de atenuación de los reflectores menos profundos, debido a la normalización por la iluminación total. La resolución tanto lateral como vertical de estas imágenes es la misma. Para los otros casos (Figuras 3b, 3c y 3e) se observa buena definición para los reflectores más profundos dejando claro que la dispersión geométrica está siendo corregida.

De las cinco condiciones de imagen mostradas la representada por la Ecuación 19 (Figura 3e) es la que presenta mejor continuidad y definición en los reflectores, determinando que esta condición de imagen es la que compensa de forma correcta el efecto de cobertura y la dispersión geométrica.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

De las cinco condiciones de imagen tipo deconvolución

presentadas se mostro que solamente tres de ellas obtienen valores de reflectividad cercanos a los valores esperados y compensa de forma correcta la dispersión geométrica.

Para multiples disparos los valores de amplitud obtenidos para los coeficientes de reflexión en un punto dado de la imagen estan influenciados por la cobertura del punto y solamente dos de las cinco condiciones de imagen compensa este efecto proporcionando mayor continuidad en los reflectores.

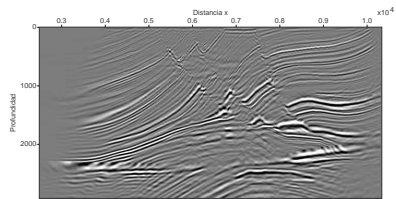
Se determino la condición de imagen que proporciona valores confiables de reflectividad en imágenes migradas, las cuales compensan de forma correcta la dispersión geométrica y el efecto de cobertura, proporcionando una mejor continuidad lateral a los reflectores.

AGRADECIMIENTOS

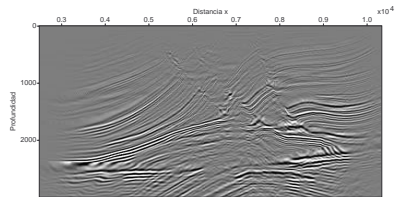
Los autores agradecen a la Universidad de Pamplona, a la Universidad EAFIT y a el Instituto Colombiano del Petróleo - Ecopetrol por la financiación de esta investigación.

REFERENCIAS

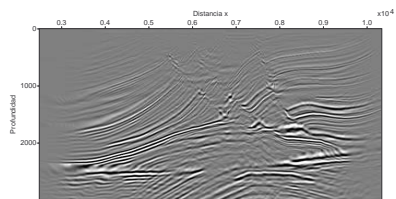
- Chattopadhyay, S., and McMechan, A., 2008, Imaging conditions for prestack reserve time migration: *Geophysics*, **73**, 581–589.
- Claerbout, J. C., 1971, Towards a unified theory of reflector mapping: *Geophysics*, **36**, 467–481.
- Claerbout, J., 1985, *Imaging the earth's interior*: Blackwell Scientific Publications.
- Gazdag, J., and Sguazzero, P., 1984, Migration of seismic data by phase shift plus interpolation: *Geophysics*, **49**, 124–131.
- Godin, O., 1999, Reciprocity and energy conservation within the parabolic approximation: *Wave Motion*, **29**, 175–194.
- Valenciano, A., and Biondi, B., 2003, 2d deconvolution imaging condition for shot-profile migration: 77th, *Ann. Internat. Mtg., Soc. of Expl. Geophysics*, Expanded Abstracts.
- Vivas, F., and Pestana, R. P., 2010, True amplitude one-way wave equation migration in the mixed domain: *Geophysics*.
- Vivas, F., Pestana, R. P., and Bjorn, U., 2009, A new stabilized least-squares imaging condition: *Journal Of Geophysics And Engineering*, **6**, 264 – 268.
- Wapenaar, C., 1990, Representation of seismic sources in the one-way wave equations: *Geophys. Surv.*, **55**, 786–790.
- Zhang, Y., Zhang, G., and Bleistein, N., 2003, True amplitude wave equation migration arising from true amplitude one-way wave equations: *Inverse Problems*, **19**, 1113–1138.
- Zhang, G., 1993, System of coupled equations for up-going and down-going waves: *Acta Math. Appl. Sinica*, **16**, 251–263.



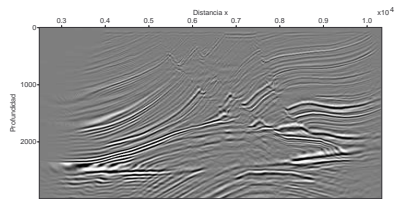
(a)



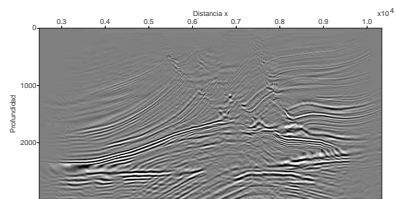
(b)



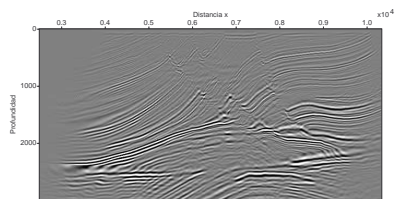
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 3: Migración PSPI + TA utilizando las condiciones de imagen tipo (a) correlación y deconvolución según las Ecuaciones (b) 16 (c) 17, (d) 18, (e) 19 y (f) 20.