



## Estimativa de parâmetros elásticos a partir das amplitudes sísmicas de ondas refletidas PP PSv SvP e SvSv: Parte I. Estratégia de inversão não linear.

Oleg Bokhonok<sup>\*</sup>, Liliana Alcazar Diogo<sup>\*\*</sup>, Renato Luiz Prado<sup>\*\*</sup>, <sup>\*</sup>IAG/USP - Programa de Pós-graduação, <sup>\*\*</sup>IAG/USP – Departamento de Geofísica

Copyright 2010, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

*Este texto foi preparado para a apresentação no IV Simpósio Brasileiro de Geofísica, Brasília, 14 a 17 de novembro de 2010. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do IV SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.*

### Resumo

This paper shows a numerical study aiming to predict the seismic velocities and densities from non linear AVO analysis of multicomponent shallow seismic data. To modeling the synthetic data we used the exact solution of the Zoeppritz equations. In this approach we propose to use the amplitudes of PP, PSv, SvP and SvSv waves. Searching the minimum values of an objective function we estimated the “real values” of Vp, Vs and densities of the proposed model. To optimize the objective function we used parallel MultiStart run for Controlled Random Search algorithm (CRS) and kernel density estimation.

### Introdução

Através dos valores de velocidade da onda P ( $\alpha$ ), da onda S ( $\beta$ ) e a densidade ( $\rho$ ) é possível o acesso direto às informações sobre o comportamento mecânico e hidráulico dos maciços rochosos e terrosos (compressibilidade, resistência ao cisalhamento, porosidade, permeabilidade, razão de Poisson, variação de razão Vp/Vs etc.). Como exemplo de possíveis aplicações do uso destas informações na escala de investigação rasa destacam-se: a detecção das mudanças quantitativas ocorridas nas características de subsuperfície durante a elaboração de túneis (Kneib, G. *et al.*, 2000); a caracterização de aquíferos (Giustiniani *et al.*, 1999); identificação das mudanças litológicas e de porosidade (Domenico, 1984); entendimento dos efeitos produzidos pela Zona de Baixa Velocidade no imageamento sísmico usado para exploração de hidrocarbonetos (Guevara, S., 2001).

Devido à dependência da refletividade com o ângulo de incidência, a estimativa de parâmetros elásticos do meio geológico através de inversão AVO ou AVA (variação de amplitude do sinal refletido, respectivamente, com afastamento, ou com o ângulo de incidência) tem sido empregada com frequência na indústria do petróleo. Os coeficientes de reflexão das ondas sísmicas incidindo numa interface entre dois meios distintos são fornecidos pelas equações de Zoeppritz descritas em função de seis parâmetros elásticos (velocidades da onda P ( $\alpha$ ) e da onda S ( $\beta$ ) e a densidade ( $\rho$ ), todos acima e abaixo da

interface refletora). Dada à complexidade matemática e o caráter não linear destas expressões é habitual inverter as amplitudes sísmicas usando linearizações, que são aproximações válidas apenas para ângulos de incidência inferiores ângulo crítico (Aki, K. & Richards, P. G., 1980), e em geral, abaixo de 30 graus. Essas aproximações são aceitáveis na escala de investigação de petróleo. Entretanto, na escala de investigação rasa, onde os meios possuem altos contrastes de velocidade e, devido a interferência de ruídos coerentes que dificultam a observação das reflexões em afastamentos curtos, é comum o registro de reflexões em ângulos de incidência superiores ao ângulo crítico. Sendo assim neste trabalho optou-se pelo uso da solução exata das equações de Zoeppritz.

Na literatura que trata do tópico de inversão elástica das amplitudes refletidas (ou seja, dos coeficientes de reflexão) em sua grande maioria são citadas dificuldades no uso das equações exatas de Zoeppritz para a estimativa dos parâmetros do meio com base no cálculo das amplitudes. No entanto a maioria dos autores concordam que existem algumas maneiras de estabilizar o problema inverso. Uma possibilidade é incluir as refletividades das ondas convertidas PSv, SvP e da onda Sv além da refletividade de onda P, como é feito na forma convencional (de Haas & Berkhout, 1990; Demirbag and Çoruh, 1988). Outra forma é usar todos os afastamentos possíveis, antes e depois de ângulo crítico (Ostrander, 1984; de Haas & Berkhout, 1990).

Uma das maiores discussões neste tópico é a escolha adequada de vetor dos parâmetros. Debski e Tarantola (1995) defendem que as melhores escolhas são: {densidade, impedância de onda P e razão de Poisson} e {densidade, impedância de onda P e impedância de onda S}. No trabalho de Ursin e Tjaland (1996) os autores afirmam que é possível estimar as razões:  $\{\alpha_1/\alpha_2; \alpha_1/\beta_1; \alpha_1/\beta_2; \rho_1/\rho_2\}$ . No entanto Larsen (1999) num estudo numérico mostrou que usando as amplitudes de onda P e PSv é possível estimar as velocidades sísmicas e a razão das densidades:  $\{\alpha_1; \alpha_2; \beta_1; \beta_2; \rho_1/\rho_2\}$ .

No presente trabalho é apresentada uma estratégia para inversão não linear dos coeficientes de reflexão das ondas sísmicas refletidas PP, PSv, SvP e SvSv para obtenção das velocidades sísmicas e das densidades:  $\{\alpha_1; \alpha_2; \beta_1; \beta_2; \rho_1; \rho_2\}$ . Escolheu-se investigar essa parametrização por serem os parâmetros necessários para qualquer aplicação prática.

Quanto à aquisição de dados sísmicos de reflexão multicomponente, trabalhos recentes de Dasios et al. (1999), Guy (2006), Pugin (2008) e Pugin et. al. (2009) demonstraram a viabilidade na obtenção de registros sísmicos multicomponente na escala rasa com uma boa razão sinal/ruído.

### Estimativa de parâmetros elásticos

A estimativa de parâmetros elásticos de subsuperfície, formulada pela inversão dos coeficientes de reflexão exatos das ondas refletidas PP, PSv, SvP e SvSv (Figura 1) é um problema não linear que consiste em encontrar o vetor de parâmetros  $\mathbf{m} = [m_1, m_2, \dots, m_6]$  de modo que uma função objetivo  $f(\mathbf{m})$  seja otimizada. O problema de inversão dos coeficientes de reflexão é conhecido como extremamente mal-posto. Neste caso distintos modelos podem representar igualmente bem os dados, pois não existe solução única. Uma análise minuciosa das características dos problemas direto e inverso não linear é indispensável para estimar os parâmetros com sucesso.

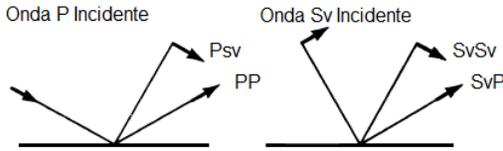


Figura 1 – Desenho de ondas refletidas PP, PSv, SvP, SvSv incidindo numa interface entre dois meios sólidos, indicando as direções do movimento de partículas.

#### Problema direto

A formulação matemática do problema direto resolvido dentro de processo de inversão correspondeu ao cálculo exato dos coeficientes de reflexão Rpp, Rpsv, Rsvp, Rsvsv, através das equações de Zoeppritz extraídas de Ikelle e Amundsen (2005) (Equações 1, 2, 3 e 4) e implementadas em ambiente MatLab.

Para a modelagem das fases e amplitudes foram utilizadas as mesmas equações citadas acima. Na Figura 4 estão apresentados os sismogramas sintéticos das reflexões e as respectivas curvas dos coeficientes de reflexão, ilustrando as ondas sísmicas PP, PSv, SvP e SvSv decompostas em planos vertical (z) e radial (x). Os cálculos foram realizados usando os parâmetros do modelo numérico de Pullan & Hunter (1985) (Tabela 1). Para gerar os sismogramas sintéticos, os tempos das reflexões foram calculados pelo método do raio implementado no pacote Seis88 (Cerveny & Psencik, 1988). Foram simulados registros sísmicos multicomponente adquiridos com a configuração para análise de ruído (*Walkaway-noise test*), com afastamento mínimo (fonte-receptor) e distância entre os receptores de 1 m e afastamento máximo de 192 m.

$$R_{PP} = \frac{c_1 d_2 - c_3 d_4}{d_1 d_2 + d_4 d_3} \quad (1)$$

$$R_{PSv} = -\left(\frac{\alpha_1}{\beta_1}\right) \frac{c_3 d_1 + c_1 d_3}{d_1 d_2 + d_4 d_3} \quad (2)$$

$$R_{SvP} = -\left(\frac{\beta_1}{\alpha_1}\right) \frac{c_4 d_2 - c_2 d_4}{d_1 d_2 + d_4 d_3} \quad (3)$$

$$R_{SvSv} = -\frac{c_2 d_1 + c_4 d_3}{d_1 d_2 + d_4 d_3} \quad (4)$$

$$d_1 = 2p^2 \Delta\mu(q_{\alpha_1} - q_{\alpha_2}) + (\rho_1 q_{\alpha_2} + \rho_2 q_{\alpha_1})$$

$$d_2 = 2p^2 \Delta\mu(q_{\beta_1} - q_{\beta_2}) + (\rho_1 q_{\beta_2} + \rho_2 q_{\beta_1})$$

$$d_3 = p[2\Delta\mu(q_{\alpha_1} q_{\beta_2} + p^2) - \Delta\rho]$$

$$d_4 = p[2\Delta\mu(q_{\alpha_2} q_{\beta_1} + p^2) - \Delta\rho]$$

$$c_1 = 2p^2 \Delta\mu(q_{\alpha_1} + q_{\alpha_2}) - (\rho_1 q_{\alpha_2} - \rho_2 q_{\alpha_1})$$

$$c_2 = -[2p^2 \Delta\mu(q_{\beta_1} + q_{\beta_2}) - (\rho_1 q_{\beta_2} - \rho_2 q_{\beta_1})]$$

$$c_3 = -p[2\Delta\mu(q_{\alpha_1} q_{\beta_2} - p^2) + \Delta\rho]$$

$$c_4 = -p[2\Delta\mu(q_{\alpha_2} q_{\beta_1} - p^2) + \Delta\rho]$$

$$q_{\alpha_1} = \sqrt{(p/\alpha_1^2) - p^2} \quad q_{\alpha_2} = \sqrt{(p/\alpha_2^2) - p^2}$$

$$q_{\beta_1} = \sqrt{(p/\beta_1^2) - p^2} \quad q_{\beta_2} = \sqrt{(p/\beta_2^2) - p^2}$$

$q_\alpha$  é a vagarosidade vertical para ondas P,

$q_\beta$  é a vagarosidade vertical para ondas S,

$p = \text{sen}\theta/\alpha_1$  é vagarosidade horizontal para ondas P,

$p = \text{sen}\theta/\beta_1$  é vagarosidade horizontal para ondas S,

$\mu_1 = \beta_1^2 \rho_1$  e  $\mu_2 = \beta_2^2 \rho_2$  são os módulos de cisalhamento.

Tabela 1 - Parâmetros de modelo numérico.

$\alpha_1$	1500 m/s
$\alpha_2$	3750 m/s
$\beta_1$	452 m/s
$\beta_2$	2165 m/s
$\rho_1$	1530 kg/m <sup>3</sup>
$\rho_2$	2430 kg/m <sup>3</sup>
h	50 m

### Análise da sensibilidade

A denominação “análise da sensibilidade” foi atribuída ao estudo realizado sobre a modelagem das amplitudes. Procurou-se verificar a sensibilidade dos coeficientes de reflexão com a variação dos parâmetros. Quanto maior for a alteração nos valores dos coeficientes de reflexão quando um dos parâmetros do meio é modificado, tanto melhor será a determinação do parâmetro em questão, ou seja, menor será a ambigüidade na estimativa desse parâmetro. Para cada um dos coeficientes de reflexão ( $R_{pp}$ ,  $R_{psv}$ ,  $R_{svp}$  e  $R_{svsv}$ ) foram construídos gráficos introduzindo-se um erro de 10% em um dos parâmetros deixando outros cinco parâmetros corretos. Na Figura 5, no formato de uma matriz 4x6, para cada combinação dos coeficientes de reflexão (colunas) e parâmetros (linhas), está apresentado o módulo da diferença entre os valores dos coeficientes de reflexão: calculados para todos parâmetros corretos e calculados com erro em um dos parâmetros.

Resumidamente, as principais conclusões do estudo de sensibilidade são: 1. as densidades são os parâmetros que apresentam menor sensibilidade em todos os coeficientes e portanto, são os mais difíceis (não impossíveis) de serem estimados; 2. a melhor opção para estimar as 4 velocidades é usando as amplitudes das ondas SvSv e SvP, desde que as reflexões possam ser identificadas nos registros sísmicos em afastamentos curtos, para ângulos de incidência pequenos (<30 graus); 3. os coeficientes de reflexão de ondas PP e PSv apresentam sensibilidade em uma faixa ampla de afastamentos.

### Função objetivo

A função objetivo utilizada no procedimento de inversão é a função de mínimos quadrados para quantificar a semelhança entre as amplitudes calculadas e observadas da onda cisalhante refletida. Portanto, o melhor ajuste dos dados calculados aos observados está associado ao valor mínimo de  $f_{R_{pp}}$ ,  $f_{R_{psv}}$ ,  $f_{R_{svp}}$  e  $f_{R_{svsv}}$  dados pelas expressões:

$$f_{R_{pp}} = \sum_j \left[ \sum_k (A_{j,k}^{obs} - A_{j,k}^{calc})^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

$$f_{R_{psv}} = \sum_j \left[ \sum_k (A_{j,k}^{obs} - A_{j,k}^{calc})^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

$$f_{R_{svp}} = \sum_j \left[ \sum_k (A_{j,k}^{obs} - A_{j,k}^{calc})^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

$$f_{R_{svsv}} = \sum_j \left[ \sum_k (A_{j,k}^{obs} - A_{j,k}^{calc})^2 \right]^{1/2} \quad (8)$$

Onde: o índice  $j$  refere-se ao número do traço registrado; o índice  $k$  refere-se ao número da amostra dentro da janela de tempo;  $A^{obs}$  são as amplitudes observadas e  $A^{calc}$  são as amplitudes calculadas (problema direto).

Com intuito de avaliar as vantagens de explorar possíveis redundâncias ou complementação de informação foram analisadas as funções de objetivo conjuntas (todas as combinações possíveis das equações 5 a 9). Avaliou-se também o efeito da presença de ruído, no comportamento das funções objetivo e nos resultados de suas otimizações. Na figura 2 pode ser observado o efeito de ruído aditivo gaussiano branco (AWGN), usando como exemplo a curva do coeficiente de reflexão da onda P.

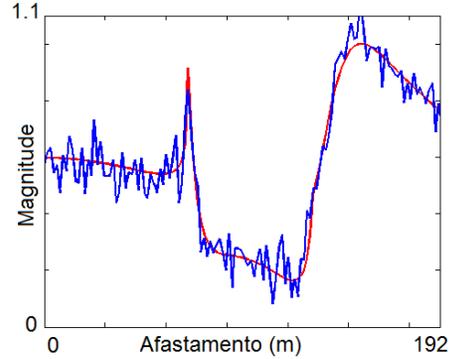


Figura 2 – Curva de coeficiente de reflexão de onda P ideal e com ruído gaussiano branco aditivo.

Para avaliar as características multidimensionais das funções objetivo, tais como: linearidade, mínimos locais, ambigüidades etc., foi adotada uma metodologia baseada na análise dos mapas de dispersões (Bokhonok, O. *et al.*, 2010), que correspondem a representação do conjunto de soluções encontradas através de várias execuções de um algoritmo de busca aleatória. No caso foi utilizado o algoritmo do tipo simplex. Na figura 3 está apresentado um exemplo de mapa de dispersão para  $f_{R_{pp}}$  de um par de parâmetros ( $\alpha_1 - \alpha_2$ ).

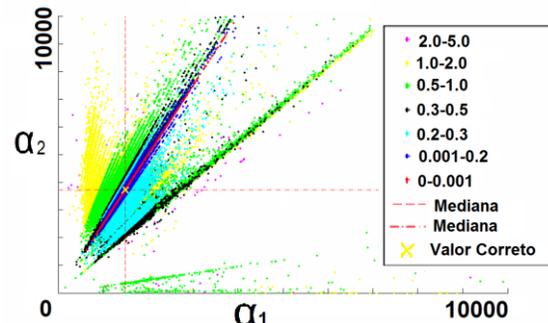


Figura 3 – Mapa de dispersão para  $f_{R_{pp}}$  do um par de parâmetros ( $\alpha_1 - \alpha_2$ ). A escala de cores marca as faixas de valores de mínimos encontrados pela repetição do procedimento de otimização.

Analisando este mapa é fácil diferenciar a ambigüidade global e os mínimos locais marcados com cores diferentes. Estas cores correspondem às faixas de diferentes valores da função objetivo, permitindo assim visualizar sua topografia.

### Otimização dos parâmetros

A busca do mínimo global da função objetivo é realizada com a implementação de procedimento *Multi-Start* usando algoritmo estocástico de otimização global CRS (*Controlled Random Search*) (Price, 1979, Price, 1983, Elgius et al, 2001). Um conjunto de pontos para iniciar a busca (pontos *start*) são gerados randomicamente e uniformemente dentro de um amplo espaço de busca inicial, assumindo que não existe uma boa informação *a priori* sobre o meio investigado. Após a obtenção de um conjunto inicial de soluções de mínimo, da análise da dispersão destes pontos, pode-se reduzir o espaço para gerar os pontos iniciais de busca. Para tal é usado o método de agrupamento pelo núcleo de densidade (*kernel density estimation*) implementado por Botev, *et al.* (2010).

Este procedimento é repetido tantas vezes quanto necessário até se obter um espaço onde o algoritmo de busca converge com facilidade. O objetivo é conseguir uma boa distribuição de pontos em torno do mínimo global (Figura 3) que permita a determinação dos valores dos parâmetros usando a mediana. Uma vantagem de usar procedimento *Multi-Start* é a facilidade de usar computação em paralelo. Cada uma das soluções é otimizada usando um núcleo diferente de cluster em seqüência montando uma matriz com todas as soluções das estimativas dos parâmetros.

### Resultados

Usando os coeficientes de reflexão de ondas PP, PSv, SvP e SvSv individualmente foi possível estimar todos os parâmetros propostos. As densidades, em geral, foram pior determinadas, o que está de acordo com as conclusões obtidas a partir de análise de sensibilidade. O erro na estimativa foi inferior a 1% para todos os parâmetros usando qualquer uma das funções objetivo (individual ou conjuntas).

Adicionando-se ruído ao dado sintético o erro aumenta e fica superior a 2% para as velocidades e superior a 3% para densidades, quando são usadas funções objetivo individuais. Neste caso cresce a necessidade de usar as funções objetivo conjuntas. A melhor função objetivo

conjunta foi a soma de  $f_{RPP}$ ,  $f_{Rpsv}$ ,  $f_{Rsvsv}$ : todos parâmetros ficam com erro inferior a 1%. Seguida pela soma de  $f_{RPP}$  e  $f_{Rpsv}$ , onde erro para as velocidades é inferior a 1% e para as densidades inferior a 2%.

### Discussão e Conclusões

Os resultados obtidos até o momento indicam que é possível usar as equações exatas de Zoeppritz para determinar individualmente os 6 parâmetros do modelo. Isto foi possível graças a implementação de um procedimento *Multi-Start* para algoritmo estocástico de otimização global seguida por uma análise estatística das distribuições em torno do mínimo global.

Considerando uma situação ideal sem ruído, o uso de qualquer um dos coeficientes de reflexão é suficiente para estimar os parâmetros. Já na presença de ruído, é desejável o uso conjunto das funções objetivo. As melhores combinações são: a soma de  $f_{RPP}$ ,  $f_{Rpsv}$  e  $f_{Rsvsv}$ , seguida pela soma de  $f_{RPP}$  e  $f_{Rpsv}$ .

A análise dos mapas de dispersão foi uma ferramenta útil para avaliar as características multidimensionais das funções objetivo e escolher a melhor estratégia de otimização global.

### Agradecimentos

Ao CNPq Processo No 483725/2007-2

### Referências

AKI, K. & RICHARDS, P. G. **Quantitative Seismology: Theory and Methods**. W. H. Freeman & Co. 1980.

BOTEV, Z. I.; GROTHOWSKI J. F.; KROESE, D. P. Kernel density estimation via diffusion. **Ann. Statist.**, v. 56, p. 2916-2957, 2010.

BOKHONOK, O.; DIOGO, A.L.; PRADO, R.L. Estimativa de parâmetros elásticos a partir das amplitudes sísmicas de ondas refletidas P-P P-Sv Sv-P e Sv-Sv: Parte II. Análise do problema de inversão não linear. **IV Simpósio Brasileiro de Geofísica**, Anais-CDROM.: SBGF, 2010.

DASIOS, A.; McCANN, C.; FENNING, P. Seismic imaging of the shallow subsurface: shear-wave case histories. **Geophysical prospecting**. v. 47 n. 4, p. 565, 1999.

DEBSKI, W., TARANTOLA A. Information on elastic parameters obtained from the amplitudes of reflected waves. **Geophysics**, v. 60, p. 1426-1436, 1995.

DEMIBAG, E. & CORUH, C. Inversion of Zoeppritz equations and their approximations: **58th Ann. Internat. Mtg., Soc.**, Expanded Abstracts, 1988.

de HAAS, J. C. & BERKHOUT, A. J. Local inversion of PP, PS, SP and SS reflections. **60th Annual Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys.**, Expanded Abstracts, p. 1189-1192, 1990.

GIUSTINIANI M., ACCAINO F., PICOTTI S., TINIVELLA U.. Characterization of the shallow aquifers by high-resolution seismic data. **Geophysical Prospecting**. v. 56, p. 655-666, 2008.

GOFORTH, T.; HAYWARD, C. Seismic reflection investigations of a bedrock surface buried under alluvium. **Geophysics**, v.57, n.9, p.1217-1227, 1992.

GUEVARA, S. **Analysis and filtering of near-surface effects in land multicomponent seismic data**. M.Sc. thesis, University of Calgary, 2001.

KNEIB, G., KASSEL, A. and LORENZ, K. Automatic seismic prediction ahead of the tunnel bore machine. **First Break**, v. 18, p. 295-302, 2000.

LAGARIAS, J. C.; REEDS, J. A.; WRIGHT, M. H., WRIGHT, P. E. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions. **Journal on Optimization**. v. 9. p. 112-147, 1998.

LARSEN, J.A., **AVO Inversion by Simultaneous P-P and P-S Inversion**. M.Sc. Thesis, University of Calgary Department of Geology and Geophysics, 1999.

OSTRANDER, W. J. Plane-wave reflection coefficients for gas sand at non normal angles of incidence. **Geophysics**, v. 49 1637-1648, 1984.

PRICE, W.L., A controlled random search procedure for global optimization. **Computer Journal**. v. 20, p.367-370, 1979.

PRICE, W.L., Global optimization algorithms by controlled random search. **Journal of Optimization Theory and Applications**. v. 40, p. 333-348, 1983.

ELIGIUS, M.T., HENDRIX, P.M., GARCIA I., On success rates for controlled random search. **J. Global Optim.** v. 21, p. 239-263, 2001.

PULLAN, S.E. & HUNTER, J.A.. Seismic model studies of the overburden-bedrock problem. **Geophysics**, v.50, p.1684-1688, 1985.

URSIN, B. & TJALAND, E. The information content of the elastic reflection matrix. **Geophysical Journal International**, v. 125, p. 214-228, 1996.

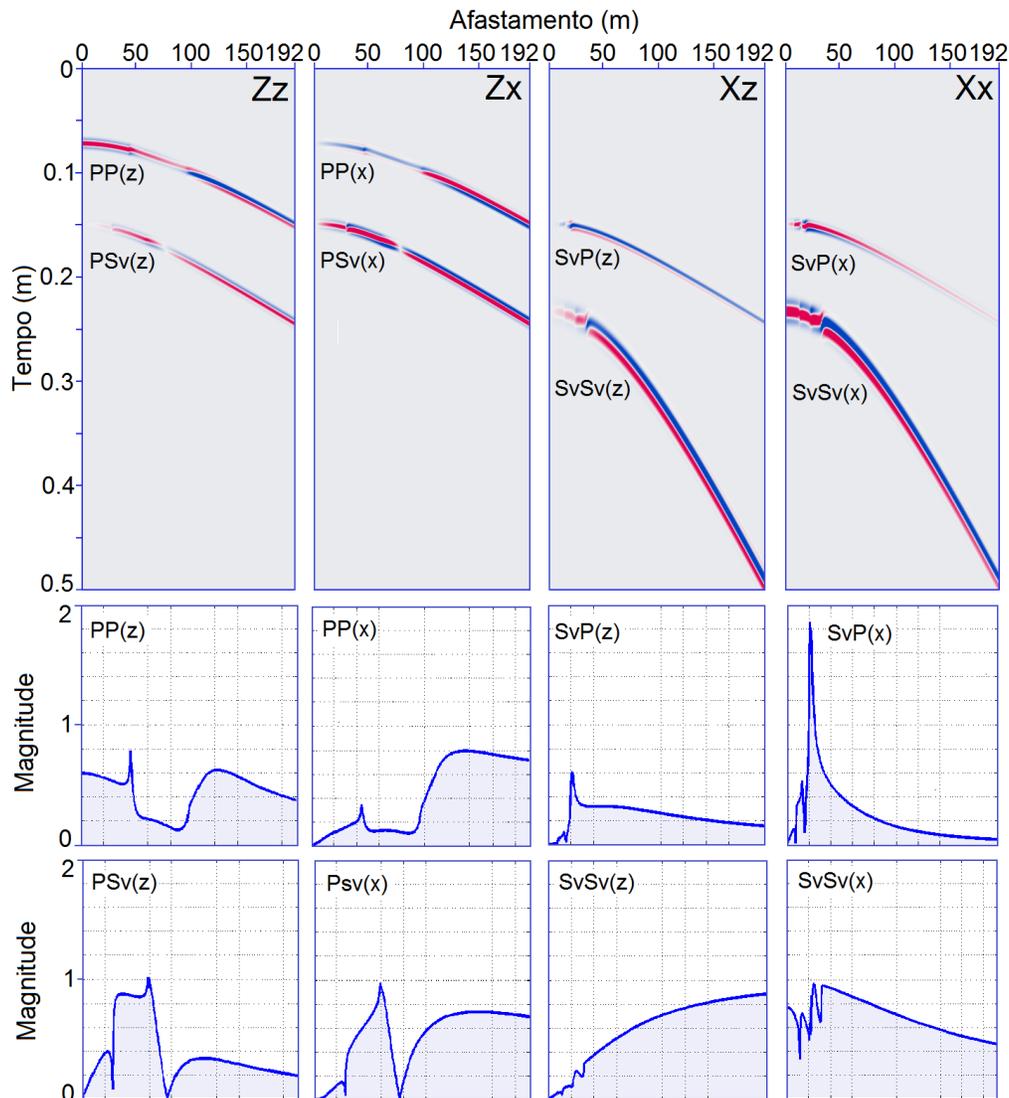


Figura 4 – Sismogramas sintéticos das reflexões e as respectivas curvas dos coeficientes de reflexão, ilustrando as ondas sísmicas PP, PSv, SvP e SvSv decompostos em planos vertical (z) e radial (x).

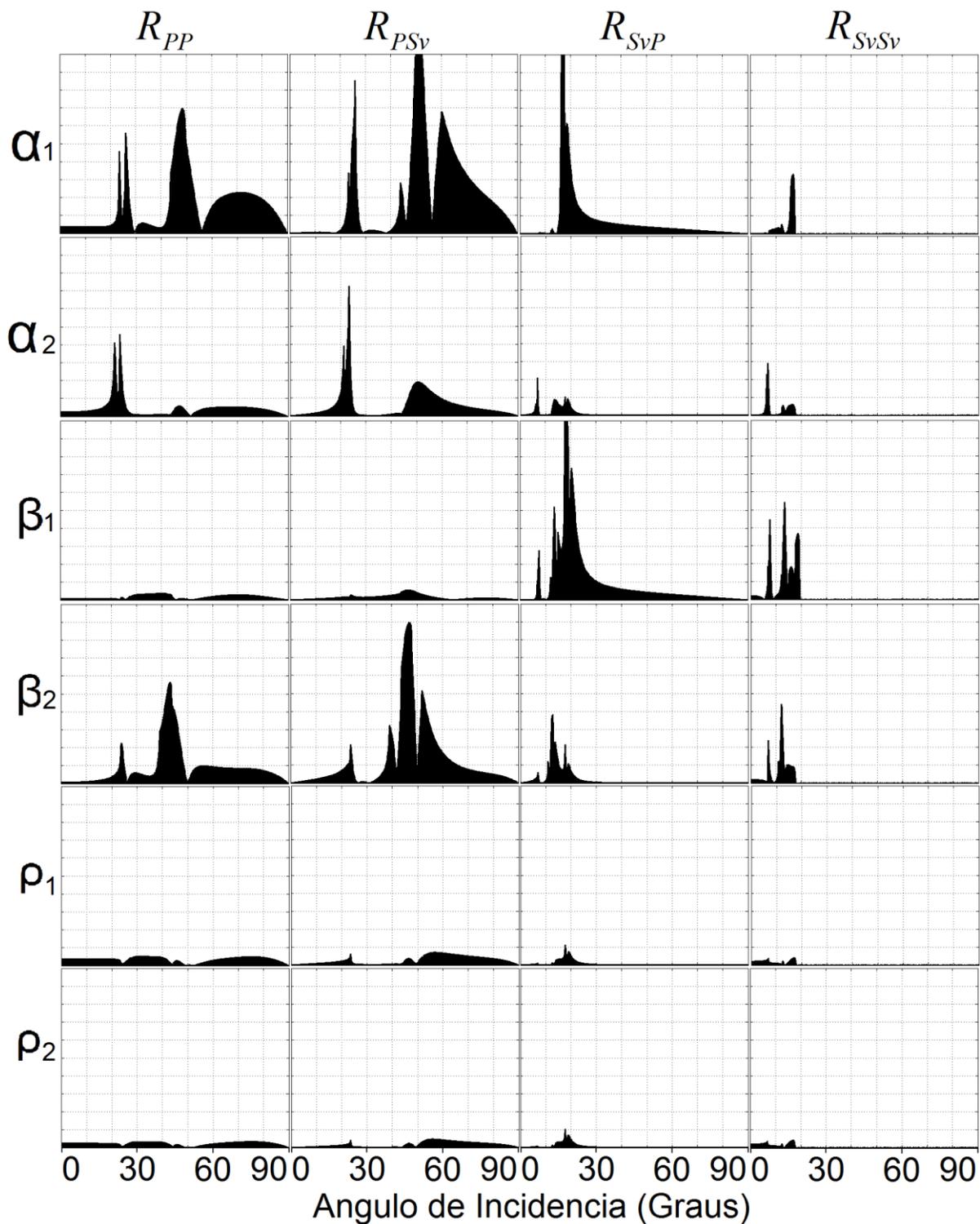


Figura 5 – Análise de sensibilidade: gráficos do módulo da diferença entre os valores dos coeficientes de reflexão: calculados para todos parâmetros corretos e calculados com erro no parâmetro indicado.