IV Simpósio de Geofísica





# Medidas de coerência para análise de velocidade na migração em tempo

Jonathas da Silva Maciel<sup>1</sup> e Jessé Carvalho Costa<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Pará, <sup>2</sup> INCT-Geofísica de Petróleo

Copyright 2010, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica Este texto foi preparado para a apresentação no IV Simpósio Brasileiro de Geofísica, Brasília, 14 a 17 de novembro de 2010. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do IV SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

## ABSTRACT

Iterative methods for migration velocity analysis depend on objetive functions to measure the flatness of reflection events in common image gathers (CIG). Time migration is a simple image method to evaluate these objetive functions. Using time migration we studied the influence of objective functions in the results of migration velocity analysis. We propose two new objective functions for migration velocity analysys: the extended diferential semblance and the product of classical semblance times the extended differential semblance. Numerical experiments using the Marmousoft data show the effectiveness of the new objective functions to estimate velocity models producing flat events in common image gathers.

### INTRODUÇÃO

A qualidade das imagem imagens sísmica depende do modelo de velocidade utilizado para a migração. A estimativa de modelos de velocidade para a migração pode ser formulada como um problema de otimização não linear (Gauthier et al., 1986). A função objetivo mede o alinhamento de eventos em famílias de ponto imagem comum como critério para estimar o modelo de velocidade ótimo. Mulder & ten Kroode (2002) propuseram o semblance diferencial como medida de coerência a ser minimizada na migração Kirchhoff. O semblance diferencial foi utilizado posteriormente na estimativa automática de modelos de velocide para a migração em profundidade usando a equação de onda (Shen et al., 2003; Shen and Symes, 2010; de Hoop et al., 2005; Albertin et al., 2006; Khoury et al., 2006).

Recentemente, Abbad et al.(2009) avaliaram a aplicação do diferencial semblance na análise de velocidade em dados reais de grande afastamento. Este autores observaram que o semblance diferencial pode apresentar

valores muito baixos mesmo quando os eventos ainda apresentam alguma curvatura. Para corrigir esta limitação propõem uma permutação aleatória dos traços nas famílias CIG antes de avaliar o semblance diferencial. Estes autores também observaram que o semblance clássico discrimina melhor eventos com pequena curvatura nos CIGs. Baseado nestas observações, apresentam um novo funcional para medir o alinhamento de eventos em dados de grande afastamento que é o produto do semblance diferencial pelo semblance clássico avaliado em CIG com traços permutados aleatoriamente. Este novo funcional é apresentado como uma estratégia de refinamento de modelos de velocidade estimados através da otimização do semblance diferencial. Entretanto, este novo funcional não permite a utilização de métodos de otimização eficientes do tipo quasi-Newton (Nocedal and Write, 2000).

Na busca de funcionais que tenham as característica do funcional proposto por Abbad et al.(2009), mas que possam ser otimizados usando métodos quasi-Newton, avaliamos dois funcionais alternativos para análise de velocidade automática. Utilizamos a migração em tempo, por ser um método de imageamento mais simples, para avaliar o desempenho destes funcionais. Apresentamos a dedução do gradiente de cada um dos funcionais através do método de estados adjuntos (Chavent, 1974; Plessix, 2006) e experimentos numéricos nos dados sintéticos Marmousoft.

### **METODOLOGIA**

O processo de formação da imagem sísmica em tempo reguer dois passos a estimação de um modelo de velocidade e a migração dos dados. Métodos de análise de velocidade usando a própria migração avaliam o modelo de velocidade construindo o cubo de imagens migradas a partir de seções de afastamento comum  $I(x, \tau, h; V)$ , em que x indica a coordenada horizontal do ponto imagem,  $\tau$  o tempo migrado, h o semi-afastamento entre fontes e receptores e  $V(x, \tau)$  o modelo de velocidade usado na migração . Um modelo de velocidade é consistente com os dados quando eventos de reflexão em seções de ponto imagem comum,  $I(x_{CIG}, \tau, h; V)$ , estão alinhados horizontalmente. A análise de velocidade através da migração, MVA, pode ser formulada como um problema de otimização não-linear utilizando-se funções objetivo para avaliar a coerência de eventos horizontalmente alinhados (Chauris and Noble, 2001).

O semblance diferencial foi proposto Symes & Carazzone (1991) como medida de coerência para análise de velocidade. A relação entre o modelo de velocidade e o volume migrado é determinada pela integral de migração em tempo:

$$I = \int d\xi W(\xi, h, x, \tau; V) \mathcal{D}[\xi, h, t = t_D(\xi, h, x, \tau; V)], \quad (1)$$

em que,  $\xi$  indica a coordenada do CMP,  $W(\xi, h, x, \tau; V)$ a função peso (Peles et al., 2001),  $\mathcal{D}$  representa os dados em famílias de afastamento comum e  $t_D$  indica a curva de difração utilizada para migração em tempo,

$$t_D(\xi, h, x, \tau; V) = \sqrt{\frac{(\xi + h - x)^2}{V^2(x, \tau)} + \frac{\tau^2}{4}} + \sqrt{\frac{(\xi - h - x)^2}{V^2(x, \tau)} + \frac{\tau^2}{4}}.$$
 (2)

Para a análise de velocidade usando a migração o semblance diferencial normalizado é definido pela função objetivo:

$$J(I,V) = \frac{1}{2} \int dx \int d\tau \int dh \frac{\left[\frac{\partial}{\partial h}I(x,\tau,h;V)\right]^2}{\int d\tau' \int dh' I^2(x,\tau',h';V)} .$$
(3)

Chauris & Noble (2001) aplicaram este funcional para a análise de velocidade através de migração. O modelo de velocidade pode ser estimado através de métodos de otimização não-linear aplicados a este funcional se o gradiente de J(I, V) em relação ao modelo de velocidade  $V(x, \tau)$  for conhecido (Nocedal and Write, 2000). Para avaliar este gradiente pode-se aplicar o método de estado adjunto (Plessix, 2006; Chavent, 1974).

Inicialmente se estende a função o objetivo a ser minimizada

$$\mathcal{L}(I,\lambda,V) = J(I,V) + \int dx \int d\tau \int dh \lambda(x,\tau,h) F(x,\tau,h)$$
(4)

em que,  $\lambda(x, \tau, h)$  é o estado adjunto e

$$F(x,\tau,h) = I(x,\tau,h)$$
(5)  
-  $\int d\xi W(\xi,h,x,\tau;V) \mathcal{D}[\xi,h,t_D(\xi,h,x,\tau;V)] = 0.$ 

O passo seguinte é a avaliação da variação deste funcional em relação a I,  $\lambda \in V$ . Exigindo-se que a variação em relação a I se anule determina-se a expressão para o estado adjunto,  $\lambda(x, \tau, h)$ . Sob esta condição a variação de  $\mathcal{L}$  em relação a V, devido ao vínculo da equação (5), coincide com a variação de J em relação a V que é o gradiente desejado (Mulder and ten Kroode, 2002). Para o semblance diferencial se obtem para o estado adjunto

$$\lambda(x,\tau,h) = \frac{1}{\mathcal{N}(x)} \left( \frac{\partial^2 I}{\partial h^2} + \frac{\mathcal{S}_D(x)}{\mathcal{N}(x)} I \right) , \qquad (6)$$

em que

$$\mathcal{N}(x) = \int d\tau \int dh I^2(x, \tau', h'; V) \tag{7}$$

е

$$S_D(x) = \int dx \int d\tau \int dh \left[ \frac{\partial}{\partial h} I(x, \tau, h; V) \right]^2 .$$
 (8)

O gradiente da função objetivo é

$$\delta \mathcal{L}(I, V) = \delta J(I, V) =$$

$$-\int dx \int d\tau \delta V(x, \tau) \int \lambda(x, \tau, h)$$

$$\int d\xi W(\xi, h, x, \tau; V) \mathcal{D}[\xi, h, t_D] \frac{\partial t_D}{\partial V}, \qquad (9)$$

considerando-se que a derivada da função peso em relação a velocidade tem ordem inferior que  $\partial t_D / \partial V$  no limite de altas frequências.

Para a implementação deste resultado é necessário uma parametrização para o modelo de velocidade. Neste trabalho o modelo é representado na forma

$$V(x,\tau) = \sum_{I=1}^{N_x} \sum_{J=1}^{N_\tau} V_{IJ} B_I(x) B_J(\tau)$$
(10)

em que as funções base  $B_I \in B_J$  são B-splines,  $V_{IJ}$  são os coeficientes que representam o modelo de velocidade,  $N_x \in N_\tau$  indicam o número de nós nas coordenadas  $x \in \tau$ , respectivamente. Substituindo-se este resultado em (9) se obtem a expressão final para o gradiente da função objetivo em relação aos coeficientes  $V_{IJ}$ ,

$$\frac{\partial J}{\partial V_{IJ}} = -\int dx \int d\tau B_I(x) B_J(x)$$
$$\int dh\lambda(x,\tau,h) \int d\xi W(\xi,h,x,\tau) \mathcal{D}[\xi,h,t_D)] \frac{\partial t_D}{\partial V}.$$
 (11)

Uma característica do semblance diferencial é sua menor sensibilidade em comparação com o semblance para detectar eventos de pequena curvatura. Em consequência, o semblance diferencial apresenta menos mínimos locais que o semblance e melhor performance em métodos automáticos de análise de velocidade através de algoritmos quasi-Newton (Chauris and Noble, 2001). Para melhorar a resolução dos modelos estimados a partir de MVA com semblance diferencial, aumentando a sensibilidade da análise de velocidade a eventos de pequena curvatura, Abbad et al.(2009) propõem uma permutação aleatória dos traços nas famílias CIG antes de avaliar o semblance diferencial e utilizar métodos de busca para resolver o problema de otimização. Como alternativa a esta abordagem propomos duas novas funcões objetivo para a MVA: o semblance diferencial estendido, e a combinação deste funcional com o semblance. Estas novas funções objetivo podem ser otmizadas através de métodos quasi-Newton.

#### Alternativas ao semblance diferencial

Para aumentar a sensibilidade da função objetivo a eventos com pequena curvatura propomos estender o semblance diferencial para traços não adjacentes em um intervalo de afastamentos L, mantendo a diferenciabilidade da função objetivo. Um funcional com estas característica é o diferencial semblance estendido (SDE),

$$J(I,V) = \frac{1}{2} \int dx \frac{1}{\int d\tau' \int dh' I^2(x,\tau',h')} \qquad (12)$$
$$\int d\tau \int_0^L d\gamma \int_{\gamma}^{H-\gamma} dh W_h(\gamma) \left[\Delta I(x,\tau,h,\gamma)\right]^2 ,$$

em que *H* é o afastamento máximo, *L* o intervalo de avaliação de diferenças entre traços,  $W_h$  é uma ponderação em função do afastamento e  $\Delta \mathcal{I}(x, z, h, \gamma)$  são as diferenças

$$\Delta I(x,\tau,h,\gamma) = I(x,\tau,h+\gamma) - I(x,\tau,h-\gamma).$$
(13)

Baseado nas observações de Abbad et al.(2009) investigamos a combinação do semblance diferencial estendido com o semblance clássico (SDES) através do funcional:

$$J(I,V) = \frac{1}{2} \int dx \frac{1}{\int d\tau' \int dh' I^2(x,\tau',h')} \qquad (14)$$

$$\int d\tau \int_0^L d\gamma \int_{\gamma}^{H-\gamma} dh W_h(\gamma) \left[\Delta I(x,\tau,h,\gamma)\right]^2 \\ \left[1 - \frac{\int d\tau' \left[\int dh I(x,\tau',h)\right]^2}{H \int d\tau' \int dh' I^2(x,\tau',h')}\right].$$

Devido ao seu maior custo computacional este funcional pode ser aplicado como uma estratégia de refinamento em modelos de velocidade previamente estimados através do semblance diferencial ou do semblance diferencial estendido. A avaliação do gradiente dos funcionais (12) e (14) segue os mesmos passos descritos na seção anterior.

### **EXPERIMENTOS NUMÉRICOS**

Para avaliar o desempenho dos funcionais propostos utilizamos o conjunto de dados Marmousoft (Billette et al., 2003), uma versão suavizada de um do modelo Marmousi (Versteeg, 1993). O modelo Marmousoft é a combinação de um campo de velocidade suave com um campo complexo de refletividade. Este conjunto de dados foi modelado através de teoria do raio e aproximação de Born e, portanto, não apresenta múltiplas. Os dados Marmousoft simulam um levantamento sísmico marinho constituído de 261 tiros gravados em 96 receptores e espaçados em 25 m. Os afastamentos variam de 100 m a 2450 m e o tempo de amostragem é de 4 ms. Apesar de suave este modelo apresenta variações laterais de velocidade que violam as hipótese do imageamento em tempo.

Em todos os experimentos numéricos o modelo de velocidade foi estimado em uma malha regular com 8 nós ao longo do tempo e 9 nós na coordenada horizontal. O intervalo entre nós é 0.2 s no tempo e 1000 m no espaço. Apresentamos seções CIGs nas posições 4000 m, 5000 m, 6500 m e 7500 m para todos os modelos de velocidade estimados. Os CIGs 4000 m, 5000 m estão em regiões do modelo de velocidade com moderada variação lateral de velocidade de acordo as hipóteses da migração em tempo. Os CIGs 6500 m, 7500 m estão em regiões de maior variação lateral de velocidade que violam as hipóteses da migração em tempo. A Figura 1 apresenta o resultado da migração dos dados Marmousoft com um modelo homogêneo com velocidade 1500 m/s, este modelo foi o modelo inicial em todos os testes descritos a seguir. Os CIGs resultantes para este modelo são mostrados na Figura 2. A curvatura dos eventos nestas seções indica que este modelo não é consistente com os dados.

Efetuamos a estimativa do modelo de velocidade através do semblance diferencial (SD), equação (3), do semblance diferencial estendido (SDE), equação (12), e da combinação do semblance diferencial estendido com o semblance (SDES), equação (14). Para a inversão com os funcionais DSE e DSES tomamos L = 4 e peso unitário. A função objetivo foi avaliada seções CGI a cada 50.0 m. As Figuras 3, 4 e 5 mostram as seções CIG para cada uma destas estimativas, respectivamente. Estes resultados indicam que os três funcionais foram eficazes em estimar modelos de velocidades consistentes particularmente na região de moderada variação lateral de velocidade do modelo Marmousoft, CIGs em 4000 m e 5000 m. Nas regiões de maior variação lateral de velocidade, a perda de focalização é causada pelos não alinhados horizontalmente nos CIGs em 6500 m e 7500 m. A semelhanças entre os CIGs correspondentes para os modelos de velocidade estimados através dos três funcionais decorre deste conjunto de dados sintéticos não apresentar ruído e variações locais amplitude e fase ao longo dos eventos, como se poderia esperar em aplicações a dados reais. Uma avaliação quantitativa dos resultados está indicada na Tabela 1. Observa-se que os modelos estimados com os funcionais propostos, SDE e SDES, apresentam melhores valores de coerência que o modelo estimado usando semblance diferencial. Particularmente, a combinação do semblance diferencial estendido com o semblance, SDES, estimou o modelo de velocidade com maior valor de coerência sobre todos os CIGs.

A Figura 6 mostra o modelo de velocidade estimado usando o funcional DSES, a imagem migrada correspondente está indicada na Figura 7. A focalização dos eventos é muito boa exceto no intervalo de 5500 m e 7500 m e abaixo de 0.5 s, região que o modelo Marmousoft apresenta maior variação lateral de velocidade.



Figura 1: Imagem migrada com o modelo de velocidade inicial homogêneo.



Figura 2: Seções CIG para modelo homogêneo com velocidade 1500 m/s. A curvatura acentuada dos eventos indica que o modelo não é consistente com os dados.

Função	Coerência		
Objetivo	SD	SDE	SDES
SD	15,1	237,2	100,8
SDE	14,9	236,3	98,3
SDES	14,6	226,4	95,2

Tabela 1: Medida de coerência após a análise de velocidade. Cada linha indica o funcional utilizado para estimar o modelo de velocidade. Nas colunas, a medida de coerência avaliada sobre todos os CIGs para cada modelo de velocidade estimado.

### CONCLUSÕES

Apresentamos dois funcionais para análise de velocidade usando migração em tempo. O semblance diferencial estendido generaliza o conceito de diferencial semblance, podendo medir a diferença entre traços não adjacentes em famílias CIG. Para melhorar ainda mais a sensibilidade a eventos de pequena curvatura utilizamos a combinação do semblance diferencial estendido com o semblance clássico.

Experimentos numéricos nos dados sintéticos Marmousoft indicam que estes dois funcionais são eficazes para estimativa de modelos de velocidade para a migração



Figura 3: Seções CIG obtidas pelo semblance diferencial SD.



Figura 4: Seções CIG obtidas pelo funcional SDE.



Figura 5: Seções CIG obtidas pelo funcional SDES.

em tempo. O modelo de velocidade estimado usando o semblance diferencial estendido combinado com o semblance clássico apresentou maior coerência, indicando a maior sensibilidade deste funcional na estimativa automática de modelos de velocidade através de migração.

### AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece o apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo – ANP, através do seu programa de recursos humanos - PRH-06. Agradecemos a PETRO-BRAS, FINEP e CNPq pelo apoio financeiro. Agradecemos a Pascal Podvin pela disponibilização dos dados Marmousoft.



Figura 6: Modelo de velocidade obtido pela MVA com o funcional SDES.



Figura 7: Imagem migrada com o funcional SDES. Observe a focalização dos eventos fora do intervalo entre 5500m e 7500m, regi ao em que a migração em tempo é adequada.

### REFERÊNCIAS

- Albertin, U., Sava, P., Etgen, J., and Maharramov, M., 2006, Adjoint wave equation velocity analysis: 76rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pages 3345–3349.
- Billette, F., Le Bégat, S., Podvin, P., and Lambaré, G., 2003, Practical aspects and applications of 2d stereotomography: Geophysics, **68**, no. 3, 1008–1021.
- Chauris, H., and Noble, M., 2001, Two-dimensional velocity macro model estimation from seismic reflection data by local differential semblance optimization: applications to synthetic and real data sets: Geophysics Journal International, **144**, 14–26.
- Chavent, G., 1974, Identification of function parameters in partial differential equations, in identification of parameter distributed systems: eds Goodson, R.E. & Polis.

- de Hoop, M., Foss, S. K., and Ursin, B., 2005, Depthconsistent reflection tomography using pp and ps seismic data: Geophysics, **70**, no. 5, U51–U65.
- Gauthier, O., Virieux, J., and Tarantola, A., 1986, Twodimensional nonlinear inversion of seismic waveforms: numerical results: Geophysics, **51**, 1387–1403.
- Khoury, A., Symes, W. W., Williamson, P., and Shen, P., 2006, Dsr migration velocity analysis by diferential semblace optimization: 76rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pages 2450– 2454.
- Mulder, W., and ten Kroode, A., 2002, Automatic velocity analysis by differential semblance optimization: Geophysics, **67**, 1184–1191.
- Nocedal, J., and Write, S., 2000, Numerical optimization: Springer-Verlag.
- Peles, O., Kosloff, D., Koren, Z., and Tygel, M., 2001, A pratical approach to true-amplitude migration: Journal of seismic exploration, **10**, 183–203.
- Plessix, R. E., 2006, A review of the adjoint-state method for computing the gradient of functional with geophysical applications: Geophysical Journal International, 167, 495–503.
- Shen, P., and Symes, W. W., 2010, Automatic velocity analysis via shot profile migration: Geophysics, **73**, no. 5, 49–59.
- Shen, P., Symes, W., and Stolk, C., 2003, Differential semblance velocity analysis by wave-equation migration: 73rd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, pages 2135–2139.
- Versteeg, J. R., 1993, Sensitivity of prestack depth migration to the velocity model: Geophysics, **58**, no. 6, 873–882.