



Estudo Sobre a Geração de malhas de elementos finitos para a modelagem numérica do método mcsem

Alberto F. Akel – ON/UFPA

Copyright 2008, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no III Simpósio Brasileiro de Geofísica, Belém, 26 a 28 de novembro de 2008. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do III SimBGF, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

Resumo

Neste trabalho realizamos uma revisão sobre as técnicas para geração de malhas adaptativas para o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a modelagem numérica do método geofísico de exploração de hidrocarbonetos mCSEM. A carência de ferramentas para interpretação e de códigos com bons desempenhos computacionais tornaram o método dos elementos finitos uma das principais ferramentas para essa modelagem. Para o bom desenvolvimento do MEF, a criação de malhas é fundamental, assim neste trabalho apresentamos várias técnicas para geração de malhas e, como exemplos de aplicação das metodologias descritas.

Introdução

A metodologia marine Controlled Source Electromagnetic (mCSEM) é uma nova técnica disponível para a prospecção de hidrocarbonetos em águas profundas. Ela consiste na medição do campo elétrico de um dipolo por receptores dispostos no assoalho oceânico

Esta metodologia foi desenvolvida à quase três décadas atrás pra estudar a condutividade de estruturas abaixo do assoalho oceânico. Recentemente a metodologia foi aplicada para detectar a presença de reservatórios de hidrocarbonetos em formações oceânicas (Eidesmo et AL, 2000), e agora, cada vez mais, há um maior número de companhias que está providenciando este tipo de serviço. Em virtude disso, há uma necessidade crescente de ser fazer um maior estudo da metodologia para torná-la cada vez mais eficiente e mais segura.

Modelamentos 1D (Chave e Cox 1982; Flosadottir e Constable, 1996 apud Li, 2007) foram usados por muitos anos, no entanto, as estruturas offshore não favorecem esse tipo de análise devido a complexidade geológica. Algoritmos para modelagem 3D usando o métodos das diferenças finitas (E.G, Newman e Alumbaugh, 1995; Weiss e Constable, 2006) permitem o melhor estudo das heterogeneidades geológicas, no entanto requerem de um grande suporte computacional. Para o modelamento eletromagnético 2D, descrito como 2.5 D devido a fonte do sinal ser 3D, têm sido feitas aproximações usando o Método dos Elementos Finitos (MEF). O desenvolvimento de malhas adaptativas para MEF é fundamental para a boa performance do método

As malhas desenvolvidas necessitam de um refinamento próximo a área de grande variação de resistividades, para assim poder delimitar adequadamente zonas onde possibilitam a presença de hidrocarboneto.

Este trabalho vem apresentar uma pequena revisão sobre os processos de construção de malhas assim como um estudo desenvolvido a cerca do desenvolvimento de malhas adaptativas para modelos de reservatório

Metodologia

Para a realização do método de elementos finitos com um tempo de processamento adequado e com boa aproximação da solução, é necessário o desenvolvimento de malhas que se adaptem a cada problema específico, ou seja, que tenham elementos pequenos nas regiões em que esperamos taxas de variação elevadas na função solução e elementos grandes onde essa taxa de variação é baixa.

As malhas são classificadas em 3 grandes grupos: Estruturadas, não estruturadas e híbridas. Entretanto não há grande consenso quanto à definição de cada tipo. Em uma malha estruturada, é semelhante a uma grade retangular, onde os cruzamentos são exatamente os nós, onde basta termos as coordenadas dos nós para se determinar todas as relações de conectividade existentes

Em uma malha não estruturada cada nó compõe um número de elementos diferente conforme a região da malha. Nessas é preciso criar uma matriz de conexão (informando as ligações de cada elemento).

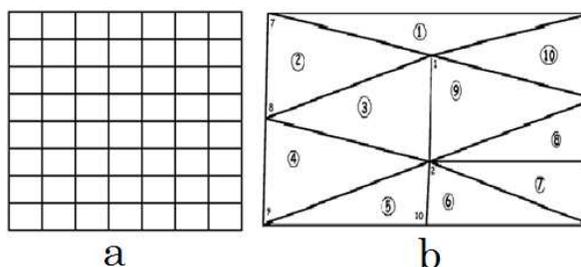


Figura 1 a -malha estruturada, b-malha não estruturada

Malhas uniformes, ou regulares, possuem todos, ou quase todos, os seus elementos com o mesmo tamanho, e quando estamos trabalhando com problemas suaves, sem grandes variações na função solução, essas malhas são suficientes. No entanto para a solução de problemas como os encontrados nas aplicações da Geofísica, nas quais existem grandes variações de propriedades físicas envolvidas, domínios com cantos, domínios com geométricas complexas, essas malhas precisam apresentar níveis de discretização diferentes, ou seja,

regiões com tamanhos de elementos diferentes. Nesses problemas, há a necessidade de discretização fina onde a solução terá maior taxa de variação, mas a discretização pode ser mais grossa onde a função for mais suave. Nestes casos, um nível de discretização alto em toda a malha demandaria um tempo muito longo para o cálculo da solução, sem melhorar consideravelmente a aproximação quando comparada com uma malha não uniforme bem construída. Atualmente existem vários métodos geradores de malhas para elementos finitos, muitos destes são a combinação de um ou mais geradores. A seguir apresento alguns dos principais métodos geradores utilizados atualmente.

Triangulação de Delaunay

A triangulação de um conjunto de pontos no plano é um processo para a geração de um conjunto de triângulos cujos vértices são estes pontos, sendo que o interior dos triângulos não se intercepta.

Para a implementação a triangulação de Delaunay é utilizada o critério do circuncírculo. Esse critério afirma que uma triangulação é de Delaunay se: O círculo que passa pelos três vértices de cada triângulo da malha triangular não contém, no seu interior, nenhum ponto do conjunto das amostras além dos vértices do triângulo em questão.

Qualidade das Malhas

A precisão numérica é diretamente relacionada com a distribuição dos nós no domínio do problema. Situações que necessitam de adaptação, como os refinamentos em algumas regiões da malha muitas vezes acabam gerando triângulos angulosos e distorcidos. Assim a necessidade de algoritmos para melhorar a qualidade final da malha é essencial para malhas adaptativas

O erro devido as aproximações das variáveis é mínimo para elementos triangulares equiláteros, devido este apresentar melhor distribuição. Elementos triangulares com ângulos internos muito pequenos são denominados de triângulos degenerados e por isso devem se evitados, assim uma malha formada por grande parte de elementos triangulares equiláteros é dita de boa qualidade.

Troca de Diagonal

A troca de diagonais é feita para um par de elementos adjacentes, a fim de se melhorar a regularidade de uma malha. Se o ângulo mínimo do novo par for maior que o ângulo mínimo do novo par. Esse teste é realizado encontrando um círculo circunscrito a um triângulo ABC, é então feita uma verificação com o triângulo adjacente (BCD). Se o nó oposto ao A, "D", estiver dentro do círculo circunscrito, então a troca é sugerida

Suavização Laplaciana

Essa técnica melhora consideravelmente a qualidade final de uma malha. É usada especialmente após ter alcançado o nível de refinamento desejado.

Cada nó é deslocado para a média dos valores dos nós em volta, ou para o centróide do polígono formado pelos lados oposto a esse nó

A suavização então é definida da seguinte forma: Os elementos E_1, E_2, \dots, E_k e os seus respectivos vértices P_1, P_2, \dots, P_k que compartilham o vértice P , a suavização Laplaciana define uma nova coordenada P_L através da equação

$$P_L = \sum_{n=1}^k \frac{P_n}{k} \quad (1)$$

A nova coordenada P_L , é imediatamente usada por todas as coordenadas subsequente. Aplicando - se um processo de suavização recursiva, a qualidade geral da malha melhora a cada interação a até um limiar de saturação.

Exemplos de Construção de Malhas 2D

Neste estudo, mostraremos alguns exemplos do trabalho de geração de malhas bi-dimensionais voltadas para a modelagem do método MCSEM, nos quais modelamos os reservatórios de hidrocarbonetos como corpos tabulares.

Os modelos geológicos estudados são marcados pela variação abrupta de resistividade entre o reservatório e as rochas sedimentares circundantes, e entre o assoalho e o oceano. Próximo a essas discontinuidades, necessitamos de uma discretização mais fina, pois é nest que os campos Elétrico e magnético terão sua maiores taxa de variações

A seguir mostraremos três exemplos desenvolvidos para a geração de malhas para um modelo de corpo tabular.

Exemplo 1

Neste exemplo foi utilizada uma função exponencial(2) para geração dos nós no qual posição do nó. Para se ter a distribuição de nós para um único corpo, temos que considerar 2 regiões: A região externa ao corpo e as regiões internas e estas são definidas pela constante b , que assume os valores da fronteira do corpo. a constante k defini o crescimento dos espaçamentos dos nós

$$f(x) = \pm k^x + b \quad (2)$$

Assim temos os espaçamentos para as duas regiões do corpo.

A figura 3 apresenta a distribuição dos nós para um corpo tabular. Observamos que nas proximidades do corpo ocorre exatamente o que desejamos o detalhamento das bordas do corpo. No entanto observamos que a discretização na direção x , repete para todo z , e isto procede da mesma maneira na direção z para todo x .

Um procedimento que foi aplicado a fim de minimizar isto foi à utilização do algoritmo de delaunay, com o principal objetivo de deixar mais espaçados nas regiões mais externa ao corpo (figura 4). Foi observado no estudo que para modelos no qual estamos trabalhando, o processo torna-se satisfatório para poucas iterações, na ordem de vinte.

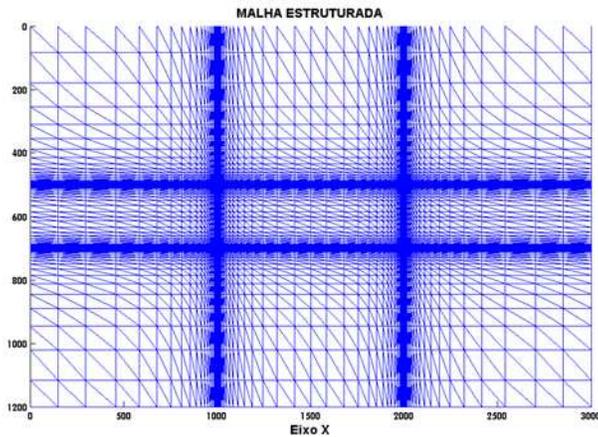


Figura 2-Malha estruturada

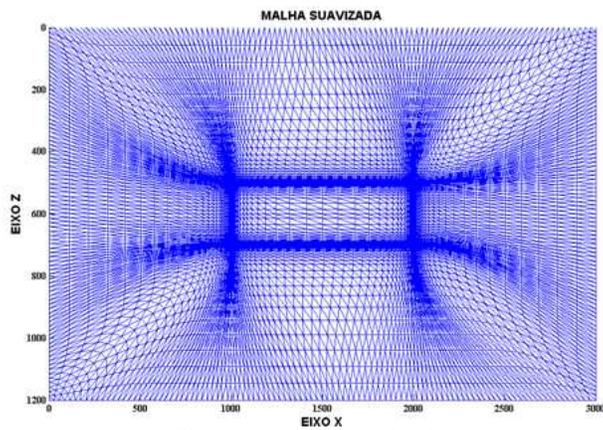


Figura 3-malha suavizada

Neste exemplo, eu desenvolvi uma idéia de malha híbrida, usando uma malha não estruturada sobre a região externa ao corpo e uma malha estruturada na região interna. Na região interna utilizou os mesmos procedimentos da malha anterior em quanto na a região externa o procedimento imitou curvas de contorno tabulares. Como no exemplo 1, aplicou-se a suavização laplaciana para homogeneizar as regiões onde ocorreu uma discretização desnecessária.

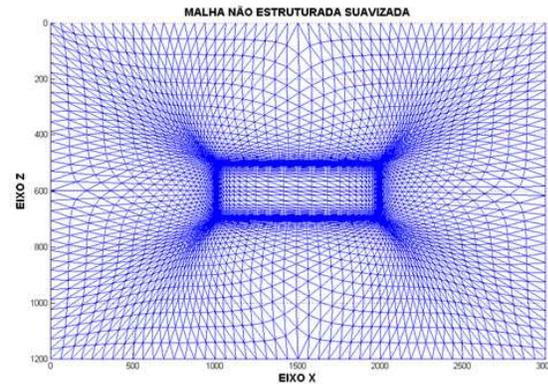


Figura 4-malha híbrida suavizada

Exemplo 3

Neste exemplo adaptou-se ferramenta pdeTool do ambiente matlab para gerar malhas refinadas. Esta ferramenta usa basicamente duas técnicas: A da colocação do eu, que consiste em gerar inicialmente os nós nas fronteiras e a triangulação de delaunay. A ferramenta foi adaptada de maneira que forçou a gerar várias fronteiras próximas a fronteira do corpo, desta forma forçando a uma maior discretização.

pdeTool

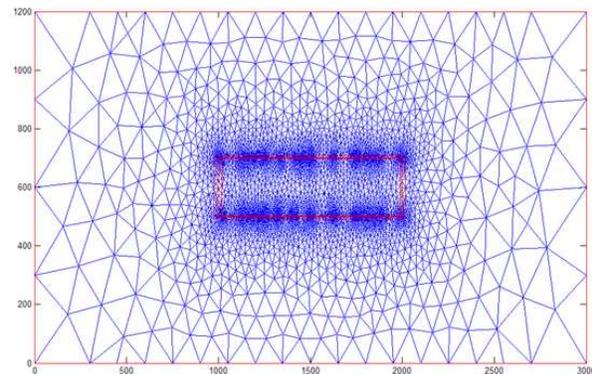


Figura 5-malha com triangulação de delaunay via pdeTool

Resultados

Em uma análise quantitativa do número de elementos e do número de nós, observamos que o exemplo 3 com a apresenta menores quantidade com apresentado pelo histograma da figura 6 e ao avaliarmos a qualidade usando a comparação dos ângulos internos de todos os elementos, o exemplo 3 apresentou cerca de 18% de ângulo com aproximadamente 50° , 35% de ângulos com aproximadamente 60° , de 25% de ângulo com aproximadamente 70° .

Este resultado favoreceu a criação de uma rotina para criação de camadas geológicas e corpos tabulares como mostrado na figura 7

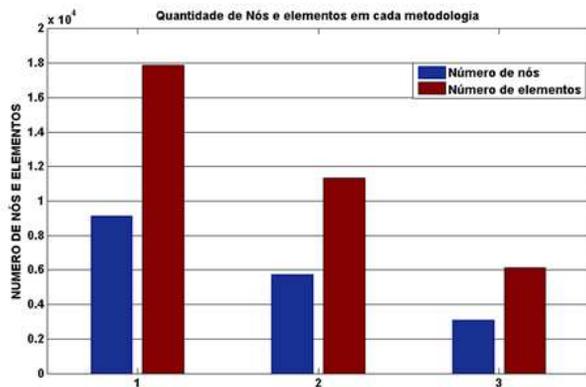


Figura 6-quantidade de nos e elementos

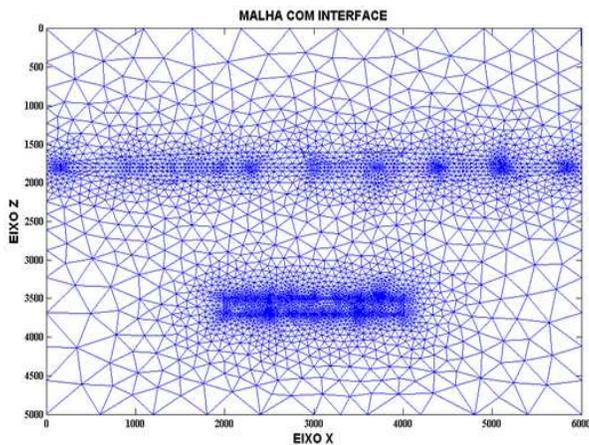


Figura 7

Conclusões

A necessidade de se desenvolver malhadoreis eficientes é fundamental para o bom desempenho do MEF, assim foi realizado um estudo acerca das formas de geração de malhas. Com isso foram desenvolvidos alguns algoritmos cuja finalidade era apresentar uma abordagem prática acerca do desenvolvimento das malhas. Neles foram mostrados através de três exemplos objetivando o refino da borda de um corpo tabular.

No exemplo 1 utilizamos uma função para a geração dos nós e manipulamos os elementos de maneira estruturada. No exemplo 2 utilizamos a mesma ideia da função para geração dos nós, todavia construímos a malha de maneira híbrida. Em ambos os exemplos utilizamos a suavização laplaciana a fim de melhorar a distribuição dos nós. No exemplo 3 foi utilizada a ferramenta pdetool do ambiente matlab para a geração dos nós e malha. Tal malha, dita não estruturada, baseia-se na triangulação de delaunay.

O desenvolvimento de malhas adaptativas é uma tarefa fundamental ao bom desempenho do código de elementos finitos, definir uma malha ideal ou perfeita para uma aplicação, como o exposto, é uma tarefa que depende de muitos fatores como o número de nós,

elementos, tempo de processamento, este não realizado neste trabalho. Desse modo o desenvolvimento deste trabalho ajudou a solidificar a importância das malhas adaptativas

Agradecimentos

A ANP pela concessão da bolsa, aos professores Cícero Régis e Luiz Rijo pela orientação e pela sugestão do tema do trabalho respectivamente, e ao doutorando Rodrigo da Conceição pela ajuda durante a elaboração dos programas de trabalho.

Referências

Batisita, L.S. Otimização computacional da técnica elementos finitos para o modelamento geofísico eletromagnético. 1991. 80f. Dissertação (Mestrado em geofísica) - Curso de Pós graduação em geofísica, Centro de Geociências, UFPa,

Cosntable, S. Srnka, L. J. An introduction to marine controlled-source electromagnetic methods for hydrocarbon exploration. *Geophysics*, v. 72, n. 2, p. WA3-WA12, 2007.

Eidesmo, T.; Ellingsrud, S.; Macgregor, L.; Cosntable, S.; Sinha, M.; Kong, F.; Johansen, S.; Westerdahla, H. Sea Bed Logging (SBL), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas. *First Break*, v. 20, p. 144-152. 2002.

Prazeres, P.G. Desenvolvimento de elementos finitos híbridos para a análise de problemas dinâmicos usando superposição modal avançada. 2005. 170f. (Mestrado em engenharia civil) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

Almeida, F. F. M. de, 1969. Diferenciação tectônica da Plataforma Brasileira (Tectonic differentiation of the Brazilian Platform). *Proceedings 33rd. Brazilian Geological Congress*, Salvador(BA), Brazil, vol. 1: 29-46.

