



## Inversão gravimétrica linear do relevo do embasamento de bacias sedimentares

João Batista Corrêa da Silva (CPGF/UFGA), Brasil  
Ana Carolina Melo de Araújo\* (FAGEOF/UFGA), Brasil

Copyright 2010, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no IV Simpósio Brasileiro de Geofísica, Brasília, 14 a 17 de novembro de 2010. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do IV SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

### Abstract

We present a new gravity inversion method applicable to the estimation of the basement relief of a sedimentary basin based on the linear approximation between the gravity anomaly and the thickness of the horizontal ribbon model. The observations are modeled by a set of juxtaposed horizontal ribbons, whose thicknesses are the parameters to be estimated. Each observation is modeled by a set of ribbons located at a given depth. The observations displaying smaller amplitude in absolute value are associated with shallower sets of ribbons. This procedure enhances the estimates of very deep basement features, which usually is not possible using the available methods based on linear approximations. The estimates, stabilized by the first-order Tikhonov stabilizing functional, retrieve the basement relief shape in a different scale from the true relief. A simple correction based on minimization of the misfit brings the estimated relief to the correct scale. The proposed method has been tested on synthetic and real gravity data, and produced always similar results as compared with the more precise nonlinear method. The proposed method, however, required less computational time. The difference between the required computer times increases with the number of observations and parameters.

### Introdução

O delineamento da topografia do embasamento, na busca de feições que indiquem a presença de falhas ou elevações, é de extrema importância para a localização de armadilhas estratigráficas ou estruturais.

Entre os métodos geofísicos voltados para esse fim, a gravimetria tem se destacado como um método eficiente e econômico (Bott, 1960; Corbató, 1965; Tanner, 1967; El-Batroukh e Zentani, 1980; Kieniewicz e Luyendyk, 1986; Barbosa et al., 1997; Silva et al., 2006; Menezes et al., 2007; Gimenez et al., 2009, por exemplo). No entanto, a crescente demanda de interpretações 3D e o uso de estabilizadores cada vez mais sofisticados (e.g. Barbosa et al., 1999; Silva et al., 2010) têm demandado tempos computacionais cada vez maiores. Isto ocorre porque a determinação da espessura de fontes

gravimétricas é um problema não linear que é, em geral, resolvido iterativamente.

Neste trabalho propomos um novo método linear para estimar o relevo suave de uma bacia sedimentar 2D. O procedimento é semelhante ao de Chavez e Garland (1985), diferindo dele em três aspectos. Primeiro, o modelo empregado, ao invés de uma distribuição superficial planar de massa, é a fita fina horizontal cujo parâmetro a ser estimado é a sua espessura. Segundo, ao invés de uma única distribuição planar, utilizamos diversos conjuntos de fitas situados a profundidades diferentes, que são calculadas através das estimativas das espessuras de placas Bouguer ajustadas a cada valor da anomalia gravimétrica observada. Assim, teremos tantas fitas quanto o número de observações. Esse procedimento garante que as fitas associadas a observações com alta amplitude, em módulo (correspondendo a grandes profundidades), estejam situadas a profundidades maiores, permitindo assim uma maior amplificação do sinal nestas áreas. Finalmente, para eliminar a instabilidade nas soluções, causada pela mencionada amplificação, introduzimos, explicitamente, informação a priori sobre a suavidade do relevo do embasamento.

O método foi testado em dados sintéticos, tendo produzido bons resultados na estimação de relevos de bacias tão profundas quanto 6 km. O método foi aplicado a um perfil transversal à bacia do Steptoe Valley, Nevada, Estados Unidos. Os resultados obtidos foram compatíveis com aqueles produzidos pelo método não linear de Barbosa et al. (1997), adaptado para bacias 2D, mas o tempo computacional foi uma ordem de magnitude menor.

### Metodologia

Empregamos o mesmo modelo da abordagem de Chavez e Garland (1985), mas diferindo dela em três aspectos:

- O parâmetro a ser estimado, no modelo *fita*, é a sua espessura e não a distribuição superficial de massa. A fita é presumida apresentar um contraste de densidade,  $\Delta\rho$ , constante e conhecido,
- Ao invés de uma única fita contendo a distribuição planar de massa, empregamos  $N$  fitas situadas a diferentes profundidades. A profundidade de cada fita,  $d_i$ , é determinada por

$$d_i = \frac{g_i}{2\pi\gamma\Delta\rho}, \quad (1)$$

ou seja, a profundidade está associada ao valor de uma observação. Uma observação com baixa amplitude (em valor absoluto) será ajustada através de elementos justapostos em forma de fita situados em uma profundidade rasa (Figura 1a), ao passo que uma observação com maior amplitude será ajustada por elementos em forma de fita situados em maiores profundidades (Figura 1b). Este procedimento permite uma maior amplificação nas estimativas de espessuras associadas às observações ajustadas por fontes profundas, uma vez que, neste caso, o ângulo  $\alpha_{ii} - \beta_{ii}$  (entre a  $i$ -ésima observação e o elemento da fita com maior influência no seu ajuste) será menor.

c) Informação a priori sobre o relevo do embasamento é explicitamente introduzido, incorporando-se ao relevo estimado um grau de suavidade suficiente para que a solução seja estável.

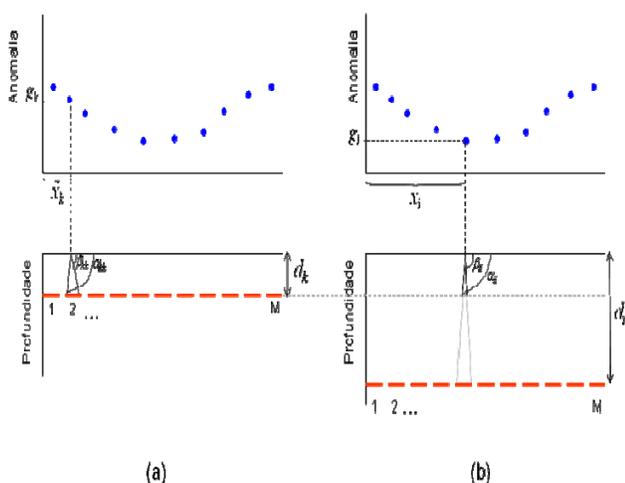


Figura 1: Modelo usado na aproximação linear empregada no método proposto. (a) a observação em  $x = x_k$  é ajustada por uma distribuição de fitas horizontais justapostas situadas à profundidade  $d_k = g(x_k) / 2\pi\gamma\Delta\rho$ . (b) a observação em  $x = x_i$  ajustada por uma distribuição de fitas horizontais justapostas situadas à profundidade  $d_i = g(x_i) / 2\pi\gamma\Delta\rho$ .

Os itens a e b acima definem a relação entre a anomalia gravimétrica,  $g_i$ , observada em  $x = x_i$ , devida a um elemento do modelo fita situado em  $x = x_i$ , e a sua espessura,  $t_j$ , como

$$g_i = 2\gamma\Delta\rho[\alpha_{ij}(g_i) - \beta_{ij}(g_i)]t_j, i = 1 \cdots N, \quad (2)$$

isto é, os elementos  $\alpha_{ij}$  e  $\beta_{ij}$  dependem, nesse caso, não somente das posições das observações, como também do seu valor (Figuras 1a e 1b). A anomalia gravimétrica devida a todos os elementos da fita é dada por

$$g_i = \sum_{j=1}^M 2\gamma\Delta\rho[\alpha_{ij}(g_i) - \beta_{ij}(g_i)]t_j, i = 1 \cdots N \quad (3)$$

O sistema de equações lineares (3) pode ser expresso em notação matricial como

$$\mathbf{g} = \mathbf{B}\mathbf{t}, \quad (4)$$

em que  $\mathbf{g}$  é o vetor  $N$ -dimensional, cujo  $i$ -ésimo elemento é dado na equação (3),  $\mathbf{t}$  é o vetor  $M$ -dimensional cujos elementos,  $t_i$ , contém os valores das espessuras dos elementos que compõem o modelo fita e  $\mathbf{B}$  é uma matriz  $N \times M$ , cujo  $i$ -ésimo elemento,  $b_{ij}$  é dado por

$$b_{ij} = 2\gamma\Delta\rho[\alpha_{ij}(g_i) - \beta_{ij}(g_i)] \quad (5)$$

A equação (4) é resolvida para  $\mathbf{t}$  através do método dos mínimos quadrados, estabilizando-se a solução através do funcional estabilizador de Tikhonov de primeira ordem:

$$\Phi = \mathbf{t}^T \mathbf{R}^T \mathbf{R} \mathbf{t}, \quad (6)$$

em que  $\mathbf{R}$  é matriz de primeiras derivadas discretas. A solução deste problema é dada por:

$$\hat{\mathbf{t}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B} + \mu \mathbf{R}^T \mathbf{R})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{g}, \quad (7)$$

em que  $\mu$  é o parâmetro de regularização. Usando as espessuras estimadas,  $\hat{\mathbf{t}} = [\hat{t}_1 \cdots \hat{t}_M]^T$ , para representar as estimativas das espessuras de prismas finitos, adotado no problema não linear, obtemos o ajuste, produzido por estas estimativas:

$$\hat{g}_i = \sum_{j=1}^M A(\hat{t}_j, \Delta\rho, r_i), i = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

Estimamos o fator de correção multiplicativo,  $f$ , que minimiza o erro médio quadrático entre as observações e os correspondentes valores ajustados,  $\hat{g}_i$ , dados pela equação (8):

$$\min_f \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (g_i^0 - f \cdot \hat{g}_i)^2}{N}} \quad (9)$$

As estimativas finais do relevo,  $\tilde{t}_j$ , são então obtidas corrigindo as estimativas  $\hat{t}_j$  pelo fator  $f$  estimado através da equação 9:

$$\tilde{t}_j = f \cdot \hat{t}_j, j = 1 \cdots M. \quad (10)$$

## Resultados

### Dados sintéticos:

A Figura 2a mostra, em pontos azuis, as observações gravimétricas geradas por uma bacia sedimentar simulada, cujo embasamento é em geral suave, mas apresenta descontinuidades locais (linha azul na Figura 2b). O contraste de densidade entre os sedimentos e o embasamento é constante e igual a  $-0,3 \text{ g/cm}^3$ . As observações gravimétricas teóricas foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de  $0,15 \text{ mGal}$ . O modelo para este teste consistiu de 301 fitas espaçadas regularmente ao longo do perfil, cuja extensão foi de  $300 \text{ km}$ . Por simplicidade, os números de observações e de fitas foram iguais. No entanto, esses números podem ser diferentes.

A solução produzida pelo método proposto (linha tracejada vermelha Figura 2b) usando parâmetro de regularização,  $\mu$ , igual a  $0,09$ , delineou de forma satisfatória o relevo do embasamento com suas descontinuidades. A Figura 2a mostra, em linha vermelha, a anomalia gravimétrica ajustada. A Figura 3b mostra em linha tracejada vermelha o resultado da inversão das mesmas observações utilizando o método não linear cuja correspondente anomalia ajustada é mostrada na Figura 3a em linha vermelha. O método não linear, usando  $\mu = 2$ , como esperado, produziu também bons resultados no delineamento do relevo, mas gastou aproximadamente vinte vezes mais tempo computacional em relação ao método proposto.

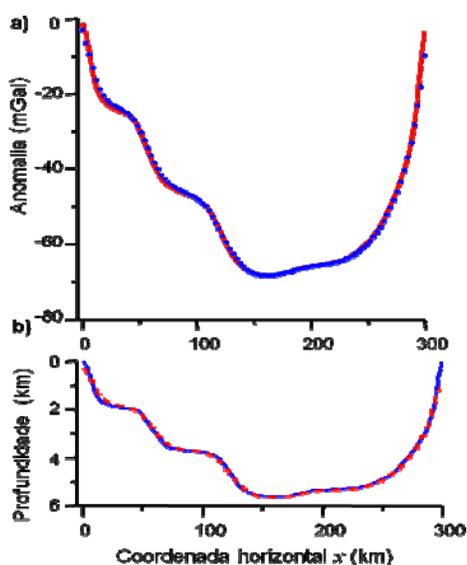


Figura 2: Bacia apresentando falhas escalonadas - Resultado com o método proposto. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Relevos, verdadeiro (linha azul) e estimado com  $\mu = 0,09$  (linha tracejada vermelha).

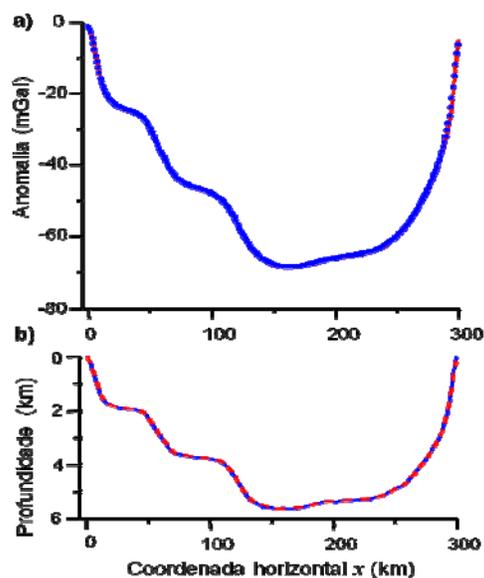


Figura 3: Bacia apresentando falhas escalonadas - Resultado com o método não linear. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Relevos, verdadeiro (linha azul) e estimado com  $\mu = 2$  (linha tracejada vermelha).

### Dados reais:

Steptoe Valley – Nevada

O modelo utilizado consistiu de 100 fitas bidimensionais justapostas ao longo de um perfil com extensão de  $30 \text{ km}$ . O contraste de densidade foi considerado constante e igual a  $-0,3 \text{ g/cm}^3$ , com base na descrição geológica de Carlson e Mabey (1963). O resultado da inversão desta anomalia com o método proposto estabilizado pela suavidade é mostrado na Figura 4b usando parâmetro de estabilização  $\mu = 0,009$ .

O relevo obtido é similar ao resultado obtido com o método não linear (Figura 5b) estabilizado pela suavidade com  $\mu = 0,8$ . As anomalias ajustadas para o método linear e não linear são exibidas, respectivamente, nas Figuras 4a e 5a em linhas vermelhas.

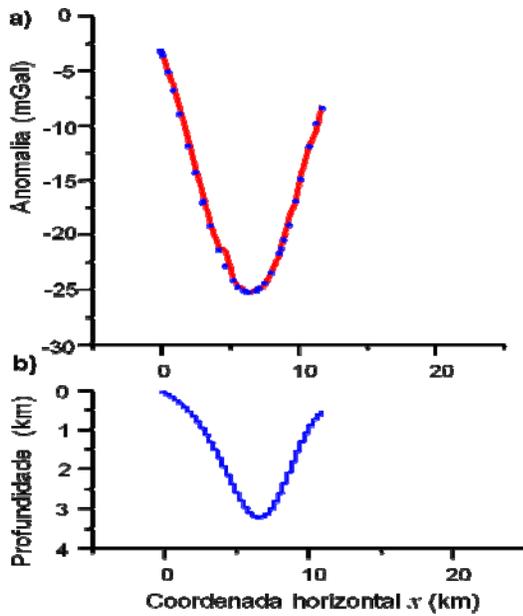


Figura 4: Steptoe Valley - Resultado com o método linear. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Relevo estimado com parâmetro de estabilização da suavidade,  $\mu \square = 0,009$  (linha step em azul).

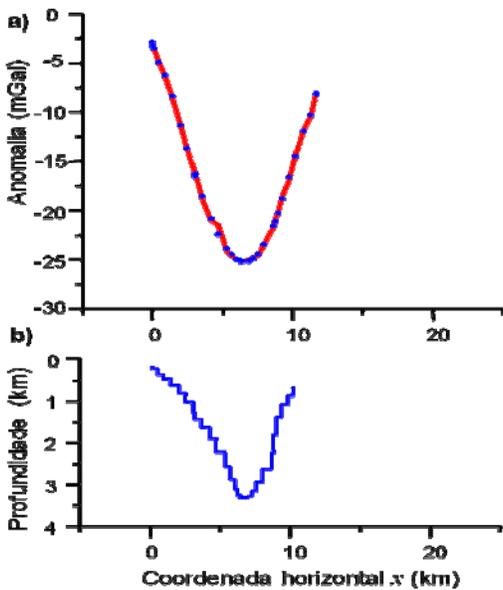


Figura 5: Steptoe Valley - Resultado com o método não linear. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos azuis) e ajustada (linha vermelha). (b) Relevo estimado com parâmetro de estabilização da suavidade,  $\mu \square \square = 0,8$  (linha step em azul) e 3 iterações.

**Avaliação da eficiência do método**

A eficiência do método proposto foi avaliada comparando-se o tempo computacional exigido pelo método com o tempo exigido pelo método não linear (Barbosa et al., 1997) para resultados em que as estimativas do relevo e os ajustes das observações são comparáveis aos obtidos pelo método não linear. Ambos os métodos foram aplicados a anomalias com diferentes números de observações, por simplicidade presumidos serem iguais aos números de parâmetros. O resultado é mostrado na Figura 6. Nota-se que o tempo exigido pelo método proposto é sempre menor que aquele exigido para o método não linear. Nota-se também que a diferença entre os tempos exigidos pelo método não linear e pelo método proposto cresce substancialmente com o número de observações (ou de parâmetros).

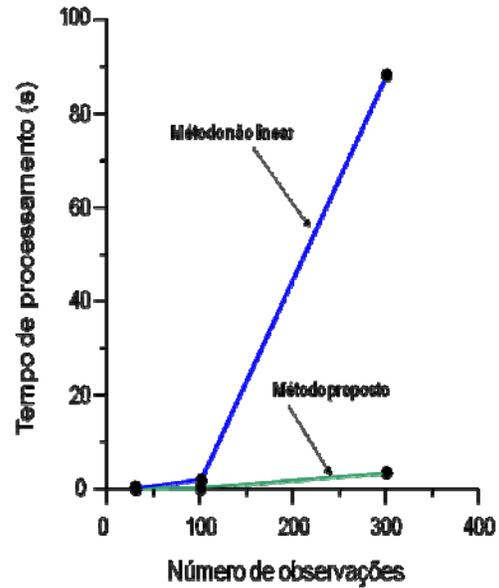


Figura 6: Tempo computacional requerido pelo método proposto (linha verde) e pelo método não linear (linha azul).

**Conclusões**

Apresentamos um novo método de inversão gravimétrica para estimar o relevo do embasamento de bacias sedimentares, baseado na aproximação linear entre a anomalia gravimétrica e a espessura do modelo fita horizontal. Diferentemente dos métodos anteriores baseados em aproximações lineares, o método proposto não é restrito a relevos situados a pequenas profundidades, da ordem de centenas de metros, nos quais a aproximação linear é válida. Oscilações do relevo do embasamento da ordem de 500 m, localizadas a profundidades médias maiores que 3 km, são delineadas com razoável precisão pelo método proposto.

Testes em dados sintéticos e reais mostraram que os resultados obtidos com o método proposto são equivalentes àqueles produzidos pelo método não linear. No entanto, o método proposto sempre requer menor tempo de computação do que método não linear. A diferença entre os tempos computacionais exigidos por estes métodos (e, conseqüentemente, a eficiência do método proposto) aumenta com o aumento do número de observações e parâmetros.

O método foi testado apenas em dados 1D (perfis), mas não há qualquer restrição teórica para a sua extensão para dados 2D. Neste caso, a eficiência do método em relação ao método não linear será mais acentuada devido ao aumento do número de parâmetros e observações em uma ordem de grandeza no caso 2D em relação a aplicações a dados 1D. Por simplicidade, as soluções foram estabilizadas através da funcional estabilizador de Tikhonov de primeira ordem que impõe suavidade na estimativa do relevo. No entanto, outros estabilizadores, como a suavidade ponderada, a regularização entrópica e a variação total, podem ser empregados para estimar um relevo descontínuo no caso de bacias sedimentares desenvolvidas em regime de forças extensoras.

## Referências

Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C. e Medeiros, W. E., 1997, Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, vol 62, 1745-1757.

Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C. e Medeiros, W. E., 1999, Gravity inversion of a discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth: *Geophysics*, vol. 64, 1429-1438.

Bott, M. H. P., 1960, The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, vol. 3, 63-67.

Carlson, J. E. e Mabey, D. R., 1963, Gravity and aeromagnetic map of the Ely area, White Pine County, Nevada: U.S. Geol. Surv., mapa GP-392, escala 1: 250.000

Chavez, R. E., e Garland, G. D., 1985, Linear inversion of gravity data using the spectral expansion method: *Geophysics*, vol. 50, 820-824.

Menezes, P. T. L., Barbosa, V. C. F. e Silva, J. B. C., 2007, Gravity inversion of basement relief and estimation of density contrast variation with depth: *Geophysics*, vol. 72, 3, B59-B68.

Silva, J. B. C., Costa, D. C. L. e Barbosa, V. C. F., 2006, Gravity inversion of basement relief and estimation of density contrast variation with depth: *Geophysics*, vol. 71, 5, J51-J58.

Silva, J. B. C., Oliveira, A. S. e Barbosa, V. C. F., 2010, Gravity inversion of 2D basement relief using entropic regularization: aceito para publicação, *Geophysics*.