



Inversão 1D de dados magnetotélúricos da bacia do Jaibaras, Ceará - Brasil

Vinícius da Costa Neves e Cícero Régis

Faculdade e Programa de Pós-Graduação em Geofísica da UFPA

Copyright 2022, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica.

Este texto foi preparado para a apresentação no IX Simpósio Brasileiro de Geofísica, Curitiba, 4 a 6 de outubro de 2022. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do IX SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumo

Apresentamos neste artigo uma aplicação de inversão vinculada 1D para imagear e descrever a bacia do Jaibaras, Ceará-Brasil. Para isso, utilizamos os dados de um levantamento magnetotélúrico realizado na região no ano de 2015. Para poder utilizar corretamente a inversão 1D, utilizamos estações cujas componentes TM e TE fossem aproximadamente iguais, garantindo uma descrição através de camadas plano-horizontais. O código computacional do problema inverso foi escrito para uma implementação do método de Gauss-Newton, com iterações de Levenberg-Marquardt. Para garantir a estabilidade das soluções, foram implementados dois regularizadores: Suavidade Global (SG) e de Variação Total (VT). Os resultados corroboram que usar um modelo inicial gerado com a Transformada de Bostick reduz o número de iterações em comparação com usar um meio homogêneo e que o vínculo de variação total pode gerar modelos com variações de resistividade mais abruptas do que o de suavidade global.

Introdução

O método magnetotélúrico (MT) utiliza o campo eletromagnético natural como fonte de campo incidente na superfície da Terra. Este campo interage com os meios condutivos da subsuperfície e é refletido. Na superfície, são adquiridos os dados MT, na forma de medidas das componentes ortogonais dos campos elétrico e magnético ao longo de um certo tempo. A série temporal é processada para gerar o tensor de impedância no domínio da frequência, de cujas componentes são geradas resistividades aparentes e fases Vozoff (1991).

Atualmente, métodos de inversão são aplicados aos dados MT para tratar de sondagens (1D) individuais, de múltiplas sondagens em uma linha de levantamento (2D) e de estações de medida espalhadas em uma área (3D). Em qualquer caso, um trabalho inicial de inversão 1D pode ser uma prática importante para gerar uma primeira estimativa das resistividades e para gerar modelos iniciais para o trabalho de inversão 2D ou 3D.

Este resumo expandido mostra os resultados da aplicação de um código de inversão 1D de dados MT a um conjunto de dados reais obtidos em um levantamento na bacia sedimentar do Jaibaras, no Ceará. O código computacional do problema inverso foi inteiramente escrito

pelo autor Vinícius Neves como parte do Trabalho de Conclusão de Curso de Bacharelado em Geofísica da Universidade Federal do Pará Neves (2021).

O método de inversão implementado foi o de Gauss-Newton, com iterações de Levenberg-Marquardt Pujol (2007). Para obter uma soluções estáveis, foram utilizados dois tipos de regularizadores: os de suavidade, do tipo Occam Constable et al. (1987), denominado Suavidade Global (SG) e os de norma L_1 do método de Variação Total (VT) Martins et al. (2011), que permite soluções com variações mais abruptas na resistividade.

Os valores iniciais de resistividades de camadas para o modelo estratificado foram gerados a partir da aplicação da Transformada de Bostick (1977) aos dados a ser invertidos. A partir da resistividade aparente e da fase em uma dada frequência, a Transformada de Bostick gera valores de resistividade associados a uma profundidade através de um método assintótico baseado em modelos de uma camada sobre um embasamento infinito.

Os resultados corroboram que uma inversão 1D pode permitir uma interpretação primária através da correlação do modelo obtido na inversão com a geologia para a identificação do ambiente geológico.

Metodologia

Método Magnetotélúrico

O método MT mede as componentes horizontais do campo eletromagnético natural na superfície em polarizações independentes e delas determina o tensor de impedância Z , que obedece a relação

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

O dado MT tradicionalmente é definido em termos de resistividade aparente e fase a partir das componentes da impedância:

$$\rho_a = \frac{1}{\omega\mu_0} |Z|^2 \quad \phi = \arctan \left(\frac{\text{Im}\{Z\}}{\text{Re}\{Z\}} \right) \quad (2)$$

Os detalhes sobre o método MT podem ser encontrados na vasta literatura que tem sido produzida desde a década de 1950. Aspectos teóricos e práticos são detalhados, por exemplo, em Vozoff (1991)

Transformada de Bostick

A transformada de Bostick é um método aproximado que gera uma distribuição de resistividade por profundidade

a partir de dados magnetotelúricos. Foi construída pela análise do comportamento assintótico da curva de resistividade aparente ρ_a e fase ϕ em baixas frequências em modelos de uma camada sobre um embasamento infinito. As relação entre resistividade no domínio da frequência com a do domínio do espaço é dada por Bostick (1977)

$$\rho(h_n) = \rho_a(T_n) \frac{\frac{\pi}{2} - \phi(T_n)}{\phi(T_n)} \quad (3)$$

$$h_n = \sqrt{\frac{\rho_{ap}(T_n) T_n}{2\pi\mu_0}} \quad (4)$$

A profundidade h_n é uma aproximação do skin depth em um semiespaço cuja resistividade é igual a resistividade aparente em um período T_n .

Inversão com o Método de Gauss Newton

Dados um conjunto de observações \mathbf{y} e um conjunto de parâmetros \mathbf{p} , há um modelo matemático f que descreve os dados a partir dos parâmetros e de variáveis independentes, como posições de medida ou frequências:

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{p}). \quad (5)$$

Neste caso, as observações são a resistividade aparente e a fase para cada frequência e os parâmetros são as resistividades das camadas de um modelo interpretativo definido a priori como uma discretização da terra na forma de um meio estratificado.

Para estimar os parâmetros \mathbf{p} implementamos o método de Gauss-Newton, com iterações de Levenberg-Marquardt e a inclusão de vínculos nos parâmetros.

Todo o processo depende das derivadas da função f em relação aos parâmetros no vetor \mathbf{p} . Esta informação é organizada na forma da chamada matriz de sensibilidade, definida como

$$S_{i,j} = \frac{\partial f(y_i)}{\partial p_j}. \quad (6)$$

Na n -ésima iteração, o vetor de parâmetros é atualizado através do estimador

$$\mathbf{p}_{n+1} = \mathbf{p}_n - (\mathbf{H}_d + \mu \mathbf{H}_r + \lambda_n \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{g}_d + \mu \mathbf{g}_r), \quad (7)$$

em que \mathbf{H}_d é a matriz das segundas derivadas da função f , que no método de Gauss-Newton é aproximada por

$$\mathbf{H}_d = \mathbf{S}^T \mathbf{S}; \quad (8)$$

\mathbf{g}_d é o gradiente do funcional que está sendo ajustado em relação aos parâmetros; \mathbf{H}_r e \mathbf{g}_r são, respectivamente, a matriz de derivadas de segunda ordem e o gradiente associados ao funcional que descreve os vínculos; λ é o parâmetro de Marquardt, que é ajustado em cada iteração e que controla o comportamento do método, e \mathbf{I} é a matriz identidade.

As definições de \mathbf{H}_r e \mathbf{g}_r dependem de como se define o funcional dos vínculos aos parâmetros. Neste trabalho, implementamos dois tipos de vínculos que geram modelos com características diferentes.

Vínculos/Regularizadores

Os vínculos restringem a busca da solução do problema em um subconjunto com certas restrições, em certa configuração ou contenha qualquer informação a priori. Uma forma de definir essas restrições é criar um novo funcional Φ , com um funcional para a regularização Φ_R :

$$\Phi(\mathbf{p}) = \Phi_D(\mathbf{p}) + \mu \Phi_R(\mathbf{p}), \quad (9)$$

o parâmetro de regularização μ , é um peso relativo da informação dos vínculos em relação à dos dados.

No presente trabalho, foram avaliados dois tipos de vínculos:

A Suavidade Global (SG) Constable et al. (1987) estabelece uma relação de igualdade entre as componentes do vetor \mathbf{p} , no sentido de mínimos quadrados, para encontrar uma solução com a menor variação entre parâmetros vizinhos. Para N parâmetros, temos:

$$\Phi_R(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^{N-1} \|p_{j+1} - p_j\|^2 \quad (10)$$

A Variação Total (VT) Martins et al. (2011) relaciona as componentes de \mathbf{p} , para encontrar uma solução do problema inverso com relação de igualdade entre parâmetros adjacentes que não diminua a resolução da solução, admitindo variações abruptas penalizadas no método SG. Aqui, a distância entre dois vetores é a norma L_1 , ao invés da L_2 em SG, assim as diferenças entre as componentes de \mathbf{p} são medidas em módulo e não em termos dos quadrados. Para criar uma função suave, o regularizador é definido como Acar & Vogel (1994)

$$\Phi_R(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^{N-1} \sqrt{(p_{j+1} - p_j)^2 + \beta}, \quad (11)$$

onde a constante β é pequena para $\Phi_R(\mathbf{p})$ se aproximar do módulo da diferença entre parâmetros quando tem valor alto, e ser derivável quando a diferença tender a zero. O vínculo é útil pois as variações abruptas entre parâmetros vizinhos são menos penalizadas que no vínculo SG, conforme detalhado por Martins et al. (2011).

Modelo Interpretativo

No modelo interpretativo é definido o número de camadas N como 2/3 do número de frequências, para gerar um problema sobredeterminado. Para compensar a redução da capacidade de resolução dos dados com o aumento da profundidade, as espessuras h_i das camadas são definidas por uma progressão aritmética, onde (h_1) é a mais superficial e (h_{N-1}) é a última antes do semiespaço. São dados de entrada a profundidade Z_{N-1} da última interface no modelo e a razão k entre as camadas mais profunda e mais rasa:

$$k = \frac{h_{N-1}}{h_1}. \quad (12)$$

A sequência de espessuras é dada por

$$h_i = h_1 + (i-1)r, \quad (13)$$

em que a razão r é calculada dos dados de entrada.

A soma dos termos, que é profundidade da última interface do modelo (Z_{N-1}):

$$Z_{N-1} = \frac{N-1}{2}(h_1 + h_{N-1}) = \frac{N-1}{2}(1+k)h_1, \quad (14)$$

de modo que

$$h_1 = \frac{2Z_{N-1}}{(k+1)(N-1)}. \quad (15)$$

Então, a razão da progressão aritmética é encontrada na substituição de 15 em 13:

$$r = \frac{2Z_{N-1}(k-1)}{(N-1)(N-2)(k+1)}. \quad (16)$$

Com os valores de espessura, é realizada a interpolação simples dos valores de resistividade usando a transformada de Bostick: para uma camada a uma profundidade no modelo, a resistividade será igual a dada em determinada profundidade pela transformada. É feita a extrapolação quando a profundidade da camada é muito pequena (é atribuído ao modelo o valor da resistividade da mais rasa da transformada) ou muito grande (é atribuído o valor de resistividade mais profunda da transformada).

Como exemplo, foram modelados dados magnetotélúricos a partir do modelo na tabela 1. Foram simulados dados em 30 frequências, distribuídas de maneira logarítmica no intervalo 0,01 Hz a 1000 Hz.

Foi calculada a resistividade aparente e fase, e com a Transformada de Bostick, a distribuição de resistividade pela subsuperfície, utilizada num modelo interpretativo de 20 camadas, com a espessura $Z_{N-1} = 11$ km e a razão $k = 100$.

A figura 1 mostra os dados contaminados com ruído, a transformada de Bostick e o modelo interpretativo. Este método para construir os modelos interpretativos foi empregado em todos os exemplos mostrados aqui, tanto para a inversão de dados sintéticos quanto para os dados reais.

Tabela 1 – Espessuras e resistividades do modelo teste com 5 camadas.

Resistividade (Ω m)	Espessura (m)	Profundidade (m)
200	200	200
1000	400	600
200	600	1200
500	800	2000
1000	∞	-

Bacia de Jaibaras

Descrita inicialmente em Kegel et al. (1958), a Bacia de Jaibaras está situada no noroeste da Província Borborema(PB). A formação da província ocorreu no pré-cambriano, e resulta da colisão dos Crátons Amazônico, São Luís-Oeste África, São Francisco-Congo na orogenia Brasileira/Pan-africana entre o neoproterozóico e Fanezóico.

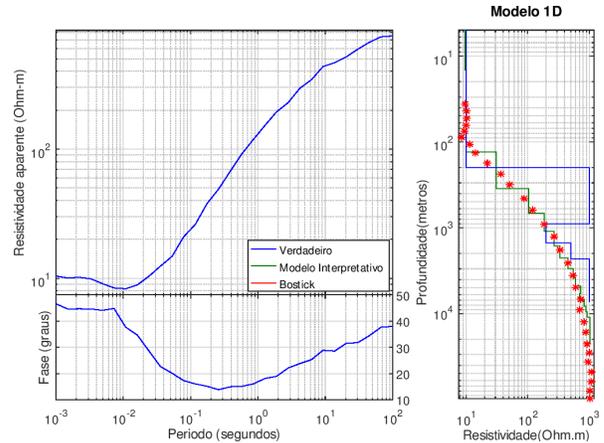


Figura 1 – Modelo Interpretativo e transformada de Bostick comparados com o modelo que gerou os dados no exemplo teste.

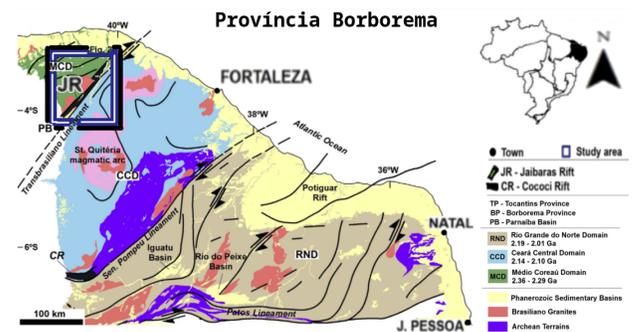


Figura 2 – Localização da Bacia de Jaibaras Pedrosa Jr et al. (2015)

Levantamento Magnetotelúrico

Os dados utilizados foram retirados do perfil magnetotelúrico obtido por Pedrosa Jr et al. (2015) na porção sul do rifte de Jaibaras, uma linha de 7 estações com espaçamento médio de 3,5 km, totalizando 20 km de extensão conforme a figura 3. O levantamento magnetotelúrico foi realizado porque dados gravimétricos e magnéticos indicaram um espesso pacote sedimentar na região sul do rifte.

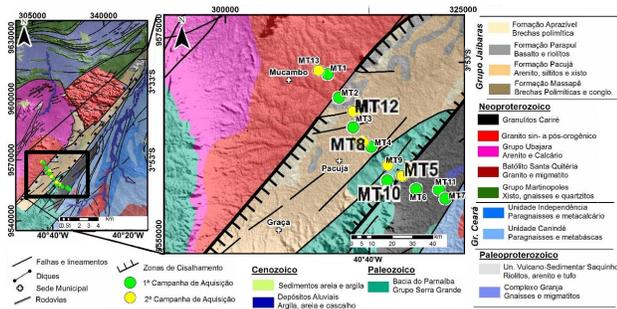


Figura 3 – Mapa de localização da área Silva (2016) com as estações de aquisição MT e contexto geológico regional Cavalcante et al. (2003); Santos et al. (2002); de Araújo et al. (2010)

Das 14 estações obtidas em duas campanhas de aquisições de dados, foram escolhidas 4 cujos tensores de impedância XY e YX se aproximavam, indicando uma geometria que pode ser descrita por um modelo 1D.

Resultados

Estação 5

Este levantamento foi realizado na segunda campanha de aquisição de dados, e está próximo à zona de cisalhamento Sobral-Pedro II. A sondagem é feita em 23 frequências em uma faixa de 1 Hz até 760 Hz. Dessa forma, o modelo interpretativo tem 15 camadas e espessura total de 11 km.

Há grande discrepância no valor do semiespaço calculado com o vínculo VT e com GS no modo TE, provavelmente devido a profundidade grande demais do modelo interpretativo.

Estação 8

O conjunto de dados foi obtido na segunda campanha de aquisição, próximo ao centro do rifte de jaibaras. Esta sondagem gerou dados em 68 frequências, de 1 Hz até 41 kHz. O modelo inicial trata-se de uma seqüência de 30 camadas.

Ao centro da bacia, o ambiente geológico pode ser aproximado por um modelo unidimensional, dessa forma a Transformada de Bostick se aproxima dos dados originais.

É possível identificar a partir dos modelos gerados pela inversão, uma seqüência metassedimentar com término em aproximadamente 1000 metros, correspondente à

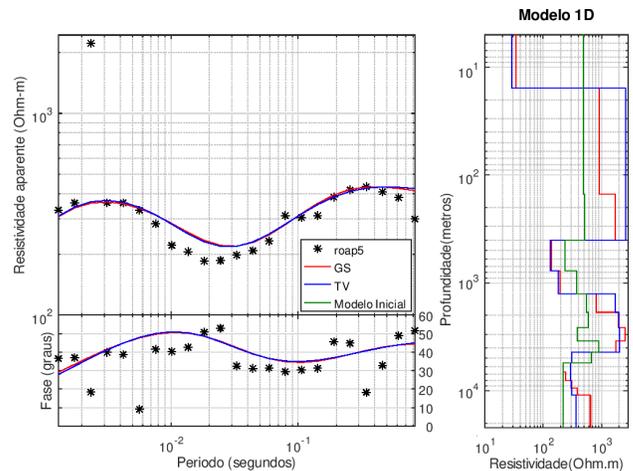


Figura 4 – Inversão dos dados do modo TE da Estação 5 - Ajuste médio = 10%, Iterações: Iterações: SG = 36, VT = 44

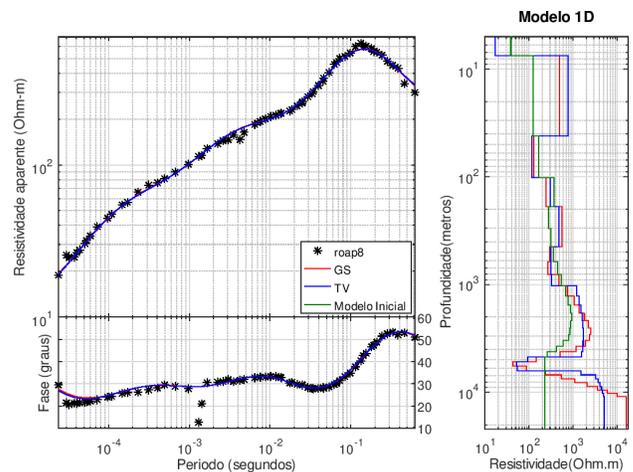


Figura 5 – Inversão dos dados do modo TE da Estação 8 - Ajuste médio = 3%, Iterações: SG = 6, VT = 43

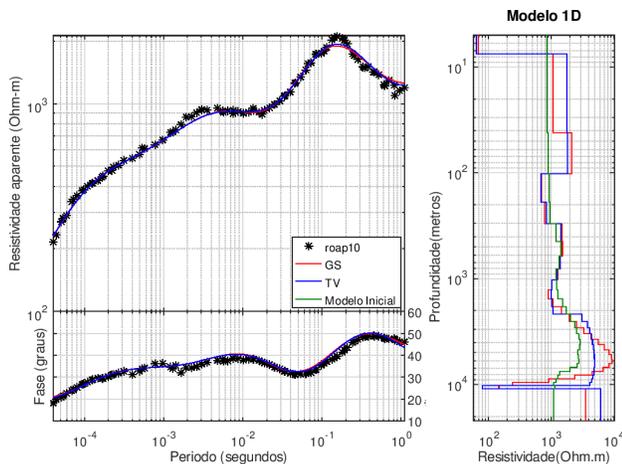


Figura 6 – Inversão dos dados do modo TM da Estação 10 - Ajuste médio = 3%, Iterações: SG = 33, TV = 60

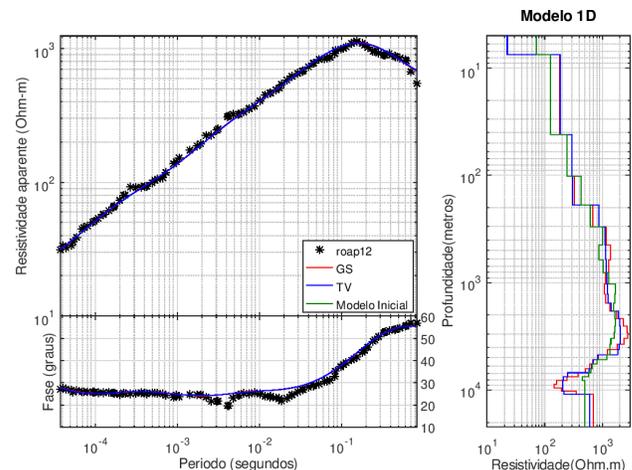


Figura 7 – Inversão dos dados do modo TE da Estação 12 - Ajuste médio = 3%, Iterações: SG = 7, VT = 60

Bacia de Jaibaras. Em ambas soluções de TM e TE, a sequência é demarcada por forte descontinuidade nos modelos gerados pelo vínculo de VT. Foi possível notar também uma zona condutiva entre 5 e 6 quilômetros de profundidade no modelo interpretativo do modo TE, não será feita a discussão dessa zona.

Estação 10

A Estação 10 foi obtida na segunda campanha de aquisição, também está próxima a zona de cisalhamento. Esta sondagem tem 91 frequências, na faixa de 1 Hz até 25 kHz.

A inversão da estação 10 não conseguiu recuperar certas variações presentes nos dados do modo TE, e pareceu suavizar a resistividade aparente e fase. Já o ajuste obtido com a inversão dos dados do modo TM foi mais próximo. A diferença de comportamento indica que a estação está em uma região que não é bem representada por um modelo 1D.

Como na estação 8, é possível identificar uma zona condutiva entre 10 e 11 quilômetros, que não será contemplada na discussão.

O modelo interpretativo do modo TM indica a existência de uma sequência metassedimentar, correspondente ao grupo Serra grande, que se estende até aproximadamente 1000 metros de profundidade, após isso, o aumento da resistividade indica uma zona metamórfica do Complexo Ceará.

Estação 12

O conjunto de dados da Estação 12 foi obtido na segunda campanha de aquisição, próximo a borda do rifte de Jaibaras. Foram coletados dados em 94 frequências, de 1 Hz até 27 kHz.

A estação 12 possui a maior quantidade de dados do conjunto de estações. Nela foi obtido o melhor ajuste de dados. Foi identificada uma zona condutiva entre 7 e 11 quilômetros, similar as das estações 8 e 10.

É possível identificar a partir do modelo interpretativo gerado com os dados do modo TM, a sequência metassedimentar, com término em aproximadamente 400 metros, na borda da bacia de Jaibaras.

Conclusão

Aqui aplicamos a inversão 1D a dados de sondagens do método magnetotélico para determinar a sequência de resistividades de modelos estratificados, chamadas de *parâmetros* da inversão. Estudamos a aplicação do método de Gauss-Newton, com iterações de Levenberg-Marquardt e com aplicação de regularização na forma de vínculos entre os parâmetros a ser determinados, verificando o efeito sobre a solução de dois tipos de vínculos: os de suavidade do tipo Occam, que medem a variação entre dois parâmetros adjacentes utilizando a norma L_2 , e os vínculos de norma L_1 do método de Variação Total, que impõem menor penalização para variações abruptas parâmetros.

Em cada caso, a determinação do coeficiente de regularização é feita escolhendo o menor valor possível que ainda gere uma solução estável, para maximizar o peso do ajuste dos dados na solução. Neste problema unidimensional isto é feito gerando múltiplas soluções com valores diferentes dos coeficientes e escolhendo aquela que melhor obedece ao critério de escolha. Em trabalhos com modelos 2D ou 3D, a determinação destes coeficientes ainda é tema de pesquisa, que poderá ser abordado em etapas posteriores ao presente TCC, em nível de pós-graduação.

Foi observado ainda que o uso da Transformada de Bostick para a construção de modelos iniciais pode proporcionar economia de tempo computacional durante o processo da inversão, em comparação com iniciar o processo com modelos homogêneos, por reduzir o número de iterações necessárias para gerar as soluções.

A qualidade das soluções geradas foi verificada com a inversão de dados sintéticos e comprovada pelas soluções

com bons ajustes encontradas para os dados reais oriundos do rifte de Jaibaras, apesar de sua geometria complexa. As soluções com vínculo de variação total foram fundamentais na delimitação das camadas, e para a interpretação geológica básica de região.

Agradecimentos

À equipe do Laboratório de Geofísica de Prospecção e Sensoriamento Remoto-LGPSR, da Universidade Federal do Ceará, em particular ao Professor Dr. Raimundo Mariano Gomes Castelo Branco e ao Eng. M.Sc. Nilton Cesar Vieira Silva, por disponibilizar os dados reais da Bacia do Jaibaras.

Ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Geofísica do Petróleo (INCT/GP) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro na forma de bolsa de Iniciação Científica durante a pesquisa.

Referências

Acar, R. & Vogel, C. R., 1994. Analysis of bounded variation penalty methods for ill-posed problems, *Inverse Problems*, vol. 10: 1217–1229.

de Araújo, C. E. et al., 2010. Provenance of the novo oriente group, southwestern ceará central domain, borborema province (ne-brazil): a dismembered segment of a magma-poor passive margin or a restricted rift-related basin?, *Gondwana Research*, vol. 18(2-3): 497–513.

Bostick, F. X., 1977. A simple almost exact method of MT analysis, in: *Workshop on Electrical Methods in Geothermal Exploration*, U.S. Geol. Surv., Contract No. 14080001-8-359.

Cavalcante, J. et al., 2003. Mapa geológico do estado do ceará–escala 1: 500.000, Fortaleza, Ministério das Minas e Energia/Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais. CD-ROM.

Constable, S. C., Parker, R. L. & Constable, C. G., 1987. Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from em sounding data, *Geophysics*, vol. 52(3): 289–300.

Kegel, W., Scorza, E. P. & Coelho, F. C. P., 1958. Estudos geológicos do norte do ceará. boletim da divisão de geologia e mineralogia.

Martins, C. M., Lima, W. A., Barbosa, V. C. F. & Silva, J. B. C., 2011. Total variation regularization for depth-to-basement estimate: Part 1 — mathematical details and applications, *Geophysics*, vol. 76(1): 11–12, doi:10.1190/1.3524286, URL <http://link.aip.org/link/?GPY/76/I1/1>.

Neves, V. d. C., 2021. Inversão 1D de Dados Magnetotelúricos Aplicada a Bacia de Jaibaras, Ceará - Brasil, Universidade Federal do Pará.

Pedrosa Jr, N. C., Vidotti, R. M., Fuck, R. A., Oliveira, K. M. L. & Branco, R. M. G. C., 2015. Structural framework of the jaibaras rift, brazil, based on geophysical data, *Journal of South American Earth Sciences*, vol. 58: 318–334.

Pujol, J., 2007. The solution of nonlinear inverse problems and the levenberg-marquardt method, *Geophysics*, vol. 72(4): W1–W16, doi:10.1190/1.2732552, URL 10.1190/1.2732552.

Santos, T., Souza, G., Queiroz, H., Nogueira Neto, J. & Parente, C., 2002. Tafrogênese estateriana no embasamento paleoproterozóico do nw da província borborema: Uma abordagem petrográfica, geoquímica e geocronológica, in: *XLI Congresso Brasileiro de Geologia*, João Pessoa. Anais do XLI Congresso Brasileiro de Geologia, 337.

Silva, N. C. V., 2016. Estrutura geolétrica da crosta superior revelada por dados magnetotelúricos 2d na bacia do Jaibaras, NW do Ceará, Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Geologia, Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará.

Vozoff, K., 1991. The Magnetotelluric Method, chap. 8, *Society of Exploration Geophysicists*, 641–712, doi:10.1190/1.9781560802686.ch8, URL 10.1190/1.9781560802686.ch8.