



Dez equações de tempo de trânsito: Parte 1

Luma dos Santos Andrade, Yana Carolina Pinheiro Machado, Aliane Gabrielle Campos Oliveira, Adriano Pinheiro Leite Filho e Andrey Marcos Souza da Silva de Lima, UFPA, Brasil.

Copyright 2022, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no IX Simpósio Brasileiro de Geofísica, Curitiba, 04 a 06 de outubro de 2022. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do IX SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumo

O cálculo do tempo de trânsito é de grande importância para o processamento e imageamento sísmico. Neste trabalho, reunimos e revisamos as derivações de dez equações de tempo de trânsito e dividimos em dois resumos. A parte 1 contém os cálculos dos tempos de trânsito para: ondas diretas, ondas refletidas em um meio plano paralelo e com inclinação, múltiplas de primeira ordem em um meio plano paralelo e com inclinação, ondas convertidas P-SV e SV-P. Na parte 2, segundo resumo, calculamos os tempos de trânsito para: ondas refratadas em um meio plano paralelo e com inclinação, ondas difratadas em dois casos, e para um meio heterogêneo 1D.

Introdução

O cálculo do tempo de trânsito nos métodos sísmicos é de fundamental importância no desenvolvimento de algoritmos de imageamento sísmico e tomografia sísmica. Em meios complexos, esse desafio precisa de um tratamento mais robusto usando diferenças finitas como em Vidale (1990) ou aproximação de alta frequência usando o sistema de traçamento de raios como em Cerveny (2001) e Costa (2002).

É fundamental que o aluno de graduação em geofísica que deseja aprofundar seus conhecimentos em métodos sísmicos domine os cálculos dos tempos de trânsito de geometrias simples para modelos homogêneos e isotrópicos. Nas principais referências de introdução à sísmica e sismologia (Ikelle e Amundsen, 2018; Stein e Wysession, 2003; Sheriff e Geldart, 2012; Shearer, 2019; Telford et al., 1976; Chapman, 2004), é possível encontrar parte das manipulações e aplicações das equações de tempo de trânsito para meios simples.

Nesse trabalho, revisamos dez principais equações de tempo de trânsito divididos em dois resumos. A parte 1 contém os cálculos de tempo de trânsito para: ondas diretas, ondas refletidas em um meio plano paralelo e com inclinação, múltiplas de primeira ordem em um meio plano paralelo e com inclinação, ondas convertidas P-SV e SV-P. Na parte 2, segundo resumo, calculamos os tempos de trânsito para: ondas refratadas em um meio plano paralelo e com inclinação, ondas difratadas em dois casos, e para um meio heterogêneo 1D.

O conhecimento dessas equações de tempo de trânsito, ajudam no entendimento de técnicas de imageamento e interpretação sísmica. Em Yilmaz (2001), por exemplo,

esse conhecimento é útil em várias etapas do processamento sísmico. Assim, o objetivo dos dois trabalhos, parte 1 e parte 2, é familiarizar o aluno de graduação com as derivações desses dez tempos de trânsito para o melhor entendimento de técnicas mais avançadas de manipulações de dados sísmicos. Todas as figuras estão disponíveis nesse slide ([clique aqui](#)) em formato .pptx para que seja usado no ensino de graduação em geofísica nas disciplinas de sísmica.

Metodologia

Para o cálculo do tempo de trânsito nos dois resumos foi utilizada majoritariamente a metodologia a seguir:

- 1) Definir um modelo de duas camadas homogêneas e isotrópicas com velocidades v_1 e v_2 . A profundidade do refletor é dada por z .
- 2) Definir x sendo o afastamento entre fonte e receptor. A fonte é representada por uma estrela vermelha e o receptor é representada por um triângulo azul.
- 3) Aplicar a ideia de ponto imagem onde o refletor é interpretado como um espelho e a fonte pode então ser projetada a uma localização equidistante facilitando o cálculo da trajetória do raio no caso de múltiplas reflexões.
- 4) Calcular a trajetória total do raio usando trigonometria. O cálculo do tempo de trânsito pode ser encontrado usando a equação geral:

$$\text{tempo de trânsito} = \frac{\text{trajetória total do raio}}{\text{velocidade do meio}}$$

A seguir apresentamos os resultados para esta parte do trabalho.

Resultados

1) Tempo de trânsito da onda direta e da onda refletida

O primeiro tempo de trânsito desta parte será calculado usando a Figura 1, onde uma fonte (estrela vermelha) e o receptor (triângulo azul) estão localizados a uma distância x na superfície da Terra em um meio simples de duas camadas com velocidade homogêneas e isotrópicas v_1 e v_2 . O tempo de trânsito para a onda direta é dado por:

$$T_{\text{direta}} = \frac{x}{v_1} \quad (1)$$

Novamente na Figura 1, a onda incidente parte da fonte, reflete no ponto médio seguindo a lei de Snell ($\theta_i = \theta_r$) e é registrado no receptor. O tempo de trânsito neste caso é dependente do conhecimento da trajetória do raio a tanto no lado esquerdo quanto no direito. Podemos calcular a de duas maneiras usando o teorema de Pitágoras:

$$a^2 = z^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad \therefore \quad (2a)^2 = (2z)^2 + x^2 \quad (2)$$

Onde a expressão do lado direito vem da interpretação geométrica usando o ponto imagem. A ideia é que o refletor funcione como um espelho. A fonte é então projetada do outro lado do refletor e assim conseguimos criar o triângulo maior na Figura 1 que gera a segunda expressão. Nos dois casos podemos dizer que o tempo de trânsito é dado por:

$$T_{reflexão} = \frac{2a}{v_1} = \frac{\sqrt{(2z)^2 + x^2}}{v_1} \quad (3)$$

Elevando ao quadrado esta expressão temos

$$T_{reflexão}^2 = \frac{(2z)^2 + x^2}{v_1^2} = T_0^2 + \frac{x^2}{v_1^2} \quad (4)$$

Onde $T_0 = \frac{2z}{v_1}$ é o tempo de trânsito no caso de afastamento nulo, ou seja, quando $x = 0$.

Essa expressão é conhecida como a hipérbole da reflexão que é extremamente útil para várias etapas do processamento e imageamento sísmico.

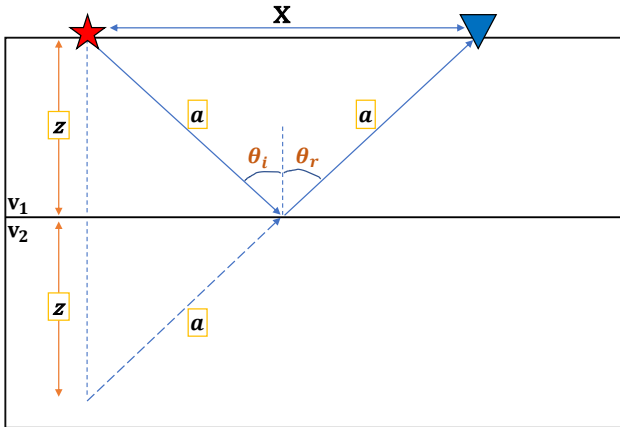


Figura 1 - Esquema para cálculo do tempo de trânsito da onda direta e da onda refletida. Onde v_1 e v_2 são as velocidades dos meios 1 e 2. A reflexão ocorre no ponto médio neste caso especial.

2) Tempo de trânsito de múltiplas de primeira ordem para um evento plano paralelo.

Múltiplas são eventos indesejáveis na seção sísmica que atrapalham nossa capacidade de interpretação geológica. Os principais métodos de atenuação delas são baseados na predição dos tempos de trânsitos desses eventos como em Vershuur et. al (1992) e Wang et. al (2011). Utilizando a Figura 2, vamos calcular o tempo de trânsito para uma múltipla simples de primeira ordem utilizando um refletor plano paralelo.

O tempo de trânsito nessa situação depende do conhecimento dos tempos de trânsito das trajetórias dos raios a, b, c e d . Se usarmos a ideia de ponto imagem novamente, podemos encontrar a soma $a + b + c + d$. Assim teremos um triângulo que nos ajuda a resolver o problema sem termos que achar individualmente os lados

a, b, c e d . Dessa maneira, o tempo de trânsito da múltipla é dado por:

$$T_{múltipla} = \left(\frac{a + b + c + d}{v_1}\right) = \left(\frac{\sqrt{(4z)^2 + x^2}}{v_1}\right) \quad (5)$$

Calculando o quadrado desta expressão, temos

$$T_{múltipla}^2 = \left(\frac{(4z)^2 + x^2}{v_1^2}\right) = \frac{4(2z)^2}{v_1^2} + \frac{x^2}{v_1^2} \quad (6)$$

e usando o fato que $T_0^2 = \left(\frac{2z}{v_1}\right)^2$, temos

$$T_{múltipla}^2 = 4T_0^2 + \frac{x^2}{v_1^2} \quad (7)$$

Perceba que a hipérbole da reflexão na equação (4) e da múltipla de primeira ordem na equação (7) são similares. No caso de $x = 0$ temos

$$T_{múltipla}^2 = 4T_{reflexão}^2$$

$$T_{múltipla} = 2 \cdot T_{reflexão} \quad (8)$$

Ou seja, a múltipla de primeira ordem possui o dobro de tempo da onda refletida para o afastamento nulo, porém com a polaridade trocada. Essa informação é extremamente útil para metodologias de remoção de múltiplas mais sofisticadas.

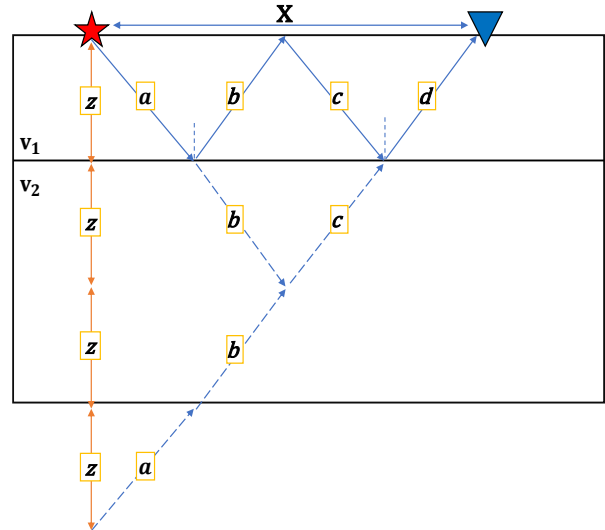


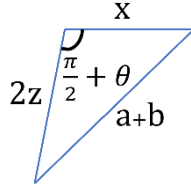
Figura 2 – Esquema para cálculo do tempo de trânsito de uma múltipla de primeira ordem no caso de um evento plano paralelo. Os lados a, b, c e d são iguais para esse caso especial.

3) Tempo de trânsito da onda refletida para um refletor plano com inclinação θ

As camadas da Terra, em sua maioria, não são plano paralelas. A geologia cria eventos com inclinações diferentes. Na Figura 3, ao contrário da Figura 1, a e b são diferentes. Então precisaríamos calcular os tempos individuais a e b . Assim o tempo de trânsito total é dado por:

$$T_{reflexão} = \frac{a}{v_1} + \frac{b}{v_1} = \frac{a+b}{v_1} \quad (9)$$

Nesse caso, usamos a ideia do ponto imagem para desenhar o seguinte triângulo já levando em consideração a inclinação θ do refletor:



Assim, aplicamos a lei dos cossenos e encontramos a soma $a + b$:

$$(a + b)^2 = (2z)^2 + (x)^2 - 2.2z.x.\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \quad (10)$$

Como $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -sen\theta$, podemos encontrar o tempo de trânsito pela seguinte expressão:

$$T_{reflexão} = \frac{a+b}{v_1} = \frac{\sqrt{(2z)^2 + (x)^2 + 4.z.x.sen\theta}}{v_1} \quad (11)$$

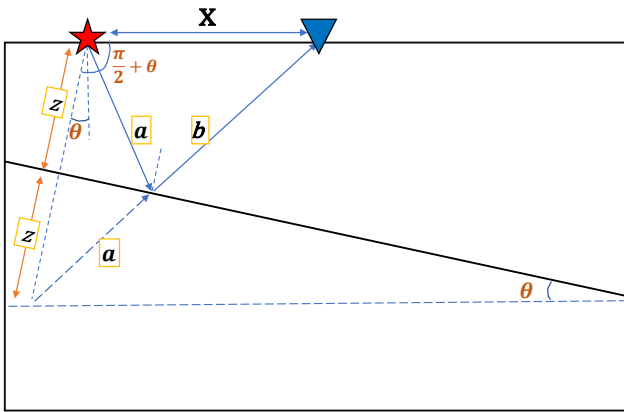
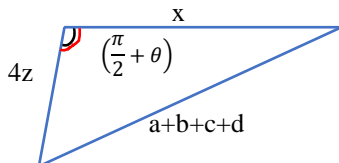


Figura 3 – Esquema para o cálculo do tempo de trânsito de uma reflexão para um evento plano inclinado. Perceba que a e b são diferentes, assim usamos o conceito de ponto imagem para refletir tanto z quanto o lado a e assim facilitar os cálculos.

4) Tempo de trânsito da múltipla de primeira ordem em refletores plano com inclinação θ .

Na Figura 4, o tempo de trânsito depende do conhecimento das trajetórias individuais a, b, c e d . Usando a ideia de ponto imagem, projetamos a fonte e as trajetórias a, b e c para criar um triângulo com a seguinte forma:



Usamos assim a lei dos cossenos para encontrarmos a soma $a + b + c + d$:

$$(a + b + c + d)^2 = (4z)^2 + (x)^2 - 2.4z.x.\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \quad (12)$$

Como $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -sen\theta$, podemos encontrar o tempo de trânsito da múltipla:

$$T_{múltipla} = \frac{a + b + c + d}{v_1} = \frac{\sqrt{(4z)^2 + (x)^2 + 8.z.x.sen(\theta)}}{v_1} \quad (13)$$

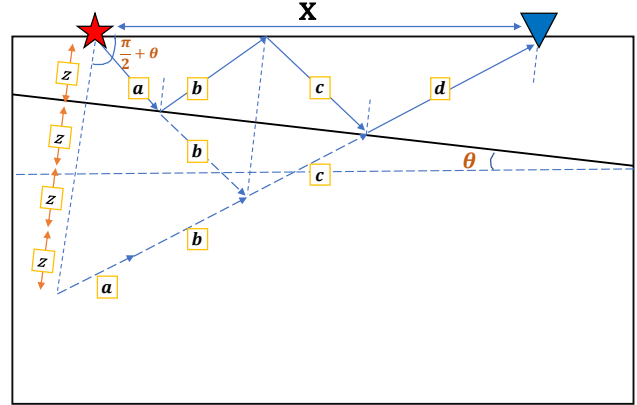


Figura 4 – Esquema para o cálculo do tempo de trânsito para múltiplas de primeira ordem em um evento plano inclinado.

5) Tempo de trânsito das ondas convertidas P-SV e SV-P em um meio com velocidades V_{p1}/V_{s1} e V_{p2}/V_{s2}

Ondas convertidas são fundamentais no processamento de dados multicomponentes. Em meios elásticos, há um grande desafio na construção do modelo de velocidade da onda S. Essa é uma das motivações para derivação do tempo de trânsito. Na Figura 5, precisamos calcular as trajetórias dos raios a, b, c e d . Usando trigonometria básica e tendo em vista que θ é o ângulo onde as ondas P se convertem em ondas SV, e ϕ é o ângulo onde ondas SV se convertem em P temos:

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{z_d}{a} & \therefore & a = \frac{z_d}{\cos\theta} \\ \cos\phi &= \frac{z_u}{b} & \therefore & b = \frac{z_u}{\cos\phi} \\ \cos\phi &= \frac{z_d}{c} & \therefore & c = \frac{z_d}{\cos\phi} \\ \cos\theta &= \frac{z_u}{d} & \therefore & d = \frac{z_u}{\cos\theta} \end{aligned}$$

$$z_d = z_u + x.sen\alpha$$

Assim o tempo de trânsito da onda convertida P-SV é:

$$T_{P-SV} = \frac{a}{v_{p1}} + \frac{b}{v_{s1}} = \frac{z_d}{v_{p1}.\cos\theta} + \frac{z_u}{v_{s1}.\cos\phi} \quad (14)$$

E o tempo de trânsito da onda convertida SV-P é dado por:

$$T_{SV-P} = \frac{c}{v_{s_1}} + \frac{d}{v_{p_1}} = \frac{z_d}{v_{s_1} \cdot \cos \phi} + \frac{z_u}{v_{p_1} \cdot \cos \theta} \quad (15)$$

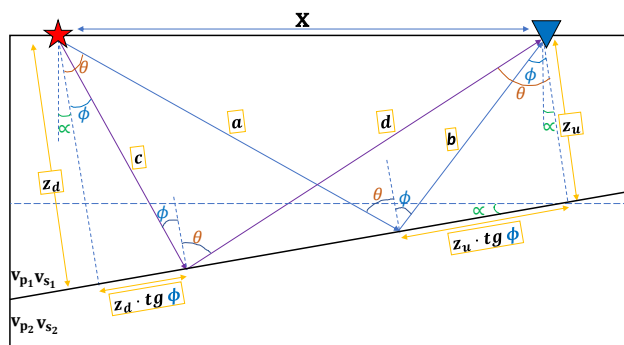


Figura 5 – Esquema do cálculo do tempo de trânsito das ondas convertidas P-SV e SV-P para um evento plano inclinado. Os meios de cima e de baixo possuem velocidades diferentes de ondas P e S.

Discussão e Conclusões

Este trabalho resumiu e apresentou as dez equações de tempo de trânsito mais frequentes no estudo da sísmica durante o período de graduação em geofísica. Os tempos de trânsito apresentados nas duas partes desse trabalho são de fundamental importância para o entendimento de conceitos mais complexos como traçamento de raios, imageamento sísmico, tomografia sísmica e eliminação de múltiplas. Todas as imagens deste trabalho ficarão disponíveis nesse slide ([clique aqui](#)) para que seja utilizado no ensino de graduação em geofísica nos cursos de sísmica.

Agradecimentos

Agradecemos à Universidade Federal do Pará pelo suporte e estrutura e ao PET geofísica da UFPA pelo tempo disponibilizado para que esse trabalho fosse feito.

Referências

- Cerveny, V., 2001. Seismic Ray Theory. Cambridge: Cambridge University Press.
- Chapman, C.H., 2004. Fundamentals of Seismic Wave Propagation. Cambridge: Cambridge University Press.
- Costa, Jessé, Schoenberg, Michael and Urban, Jaime. 3D raytracing through homogeneous anisotropic media with smooth interfaces. Revista Brasileira de Geofísica, v. 20, n. 3, p. 171-179, 2002.
- Ikelle, L. T. and Amundsen, L., 2018. Introduction to Petroleum Seismology, 2nd edition. Society of Exploration Geophysicists, pp. 73-142. doi:10.1190/1.9781560803447
- Sheriff, Robert E., and Lloyd P. Geldart, 2012. Exploration Seismology. Cambridge university press, pp. 73-84. doi: 10.1017/CBO9781139168359.

Shearer, P. M., 2019. Introduction to Seismology, 3rd edition. Cambridge University Press, pp. 159-185. doi: 10.1017/9781316877111.

Stein, S. and Wysession, M., 2003. An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure. Oxford: Blackwell Publishing, pp. 132-170.

Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E., and Keys, D.A. (1976). Applied Geophysics. Cambridge: Cambridge University Press.

Verschuur, D. J., Berkhout, A. J., and Wapenaar, C. P. A., 1992. Adaptive surface-related multiple elimination. GEOPHYSICS 57 (9). doi:10.1190/1.1443330.

Vidale, J. E., 1990. Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions: Geophysics, 55, no. 5, 521–526. doi: 10.1190/1.1442863.

Wang, P., Jin, H., Xu, S., and Zhang, Y., 2011. Model-based water-layer demultiple. Society of Exploration Geophysicists. SEG Technical Program Expanded Abstracts, pp. 3551-3555. doi:10.1190/1.3627937

Yilmaz, Öz, 2001. Seismic data analysis: Processing, inversion, and interpretation of seismic data. Society of exploration geophysicists.