Deconvolução de Euler: passado, presente e futuro

Valéria Cristina F. Barbosa*,LNCC/MCT ,(valcris@lncc.br) e João Batista C. Silva, UFPA/CG (joaobcs@ directbr.com.br)

Resumo

We present a historical overview of Euler deconvolution method which is the simplest and the most widely used method in aeromagnetic interpretation. We describe the state-of-the-art of Euler deconvolution: where we have been, where we are, and where we will be headed in the future. Inasmuch as it is review discussion about Euler deconvolution, we provide comprehensive view of the past, present, and future trends of this method.

Introdução

A partir do meados do século passado as agências governamentais tais como U.S. Geological Survey (USGS) e Canadian Geological Survey, iniciaram levantamentos aeromagnéticos sistemáticos de seus territórios. O resultado inicial foi uma vasta cobertura de dados magnéticos coletados ao longo de alguns milhões de linhas voadas fazendo surgir uma pergunta básica: Como interpretar este imenso volume de dados? Este contexto, impulsionou, a partir da década de 70, o desenvolvimento de métodos automáticos rápidos de interpretação de dados aeromagnéticos, como por exemplo, deconvolução de Werner (Hartman et al., 1971), método de Naudy (Naudy, 1971), CompuDepth (O'Brien, 1972), e o método da deconvolução de Euler (Thompson, 1982). Entre este estes métodos automáticos destacam-se como os mais populares as deconvoluções de Werner e Euler que se assemelham uma vez que ambos eliminam a ambigüidade clássica envolvendo a determinação simultânea da magnetização e do volume ao invés do seu produto (momento de dipolo). Na década de 90 o método da deconvolução de Euler tornou-se o mais empregado método de interpretação de dados aeromagnéticos.

Neste trabalho apresentamos uma evolução histórica da deconvolução de Euler: passado (formulação clássica), presente (atual estado da arte) e futuro (novas fronteiras).

Passado: Formulação clássica da Deconvolução de Euler

Teoria: A anomalia magnética de campo total $T \equiv T(x, y, z)$ não corrigida de um campo regional aditivo constante e produzida por uma fonte pontual tridimensional (3D) situada nas coordenadas x_o, y_o, z_o (referida a um sistema Cartesiano destral) satisfaz à equação homogênea de Euler 3D (Reid, 1990):

$$(x - x_o)\frac{\partial}{\partial x}T + (y - y_o)\frac{\partial}{\partial y}T + (z - z_o)\frac{\partial}{\partial z}T = -\eta T \qquad (1)$$

em que $h \equiv h(x, y, z)$ é a anomalia magnética de campo total observada, expressa por $h = T(x, y, z) + b$, em que b é um nível de base constante e desconhecido e η é conhecido como índice estrutural que é uma medida da taxa de decaimento da anomalia magnética com a distância da fonte, i.e., um medidor da forma geométrica da fonte anômala [por exemplo, η=0 para um contato, η=1 para um dique vertical ou uma soleira, η=2 para um cilindro horizontal ou vertical e η=3 para uma esfera ou um corpo dipolar]. Presumindo-se o conhecimento preliminar do índice estrutural, a equação (1) pode ser expressa como

$$x_o\frac{\partial h}{\partial x} + y_o\frac{\partial h}{\partial y} + z_o\frac{\partial h}{\partial z} + \eta b = x\frac{\partial h}{\partial x} + y\frac{\partial h}{\partial y} + z\frac{\partial h}{\partial z} + \eta h. \qquad (2)$$

ou, em notação matricial como

$$\mathbf{G}\ \mathbf{p} = \mathbf{y} \qquad (3)$$

sendo $\mathbf{p}$ o vetor de parâmetros desconhecidos, $\mathbf{G} \in R^{(N\times 4)}$ e $\mathbf{y} \in R^N$ definidos para cada janela móvel de dados com N observações, levando a equação (3) à forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} & \frac{\partial h_1}{\partial y} & \frac{\partial h_1}{\partial z} & \eta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial h_N}{\partial x} & \frac{\partial h_N}{\partial y} & \frac{\partial h_N}{\partial z} & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1\frac{\partial h_1}{\partial x} + y_1\frac{\partial h_1}{\partial y} + z_1\frac{\partial h_1}{\partial z} + \eta h_1 \\ \vdots \\ x_N\frac{\partial h_N}{\partial x} + y_N\frac{\partial h_N}{\partial y_N} + z_N\frac{\partial h_N}{\partial z} + \eta h_N \end{bmatrix}$$

em que $\frac{\partial h_i}{\partial \varsigma}$ representa o gradiente de h avaliado no i-ésimo ponto de observação em relação à variável ζ.

Procedimentos Computacionais: Para um valor presumivelmente conhecido η e para cada posição da janela móvel de dados, o método da deconvolução de Euler estima as coordenadas de localização da fonte anômala (x_o, y_o, z_o) e o nível de base (b) resolvendo o sistema linear (3) de N equações nestas 4 incógnitas via método dos mínimos quadrados, resultando no estimador

$$\hat{\mathbf{p}} = \left(\mathbf{G}^T\,\mathbf{G}\right)^{-1}\mathbf{G}^T\,\mathbf{y} \qquad (4)$$

em que $\hat{\mathbf{p}} = \left[\hat{x}_o \quad \hat{y}_o \quad \hat{z}_o \quad b\right]^T$. Thompson (1982) recomendou aceitar apenas as estimativas $\hat{\mathbf{p}}$ que satisfazem à inequação

$$\frac{\hat{z}_o}{\eta\sigma_{z_o}} > \varepsilon, \qquad (5)$$

em que σ_{z_o} é o desvio padrão de $\hat{z}_o$ e ε é um escalar positivo fornecido pelo intérprete. Cada estimativa aceita é considerada como uma possível solução e um símbolo (representando o índice estrutural presumido) é plotado nas coordenadas $(\hat{x}_o, \hat{y}_o, \hat{z}_o)$. O índice estrutural que produz a menor dispersão das soluções é selecionado como o melhor índice estrutural.

Deficiências: A formulação clássica da deconvolução de Euler apresenta duas fraquezas principais que são: 1) a presença de uma indesejável nuvem de soluções e 2) o critério empírico para estimar η, aceitando, como a melhor estimativa, o valor usado para η que produz uma menor dispersão na nuvem de soluções aceitas. Adicionalmente, há outras deficiências como por exemplo: 1) a não exeqüibilidade em levantamentos magnéticos terrestres com poucas observações; 2) a impossibilidade de determinação de outros parâmetros como por exemplo, a susceptibilidade magnética e o mergulho das fontes magnéticas; 3) a ineficácia em ambientes complexos com múltiplos corpos interferentes laterais e verticais dentro de uma mesma janela e 4) a impossibilidade de integração das soluções de Euler dentro de modelos geológicos 3D ou 2D.

Presente: O atual estado-da-arte com ênfase nas recentes melhorias a deconvolução de Euler

A partir da década de 90 esforços têm sido feitos na direção de solucionar, ou pelo menos, reduzir as desvantagens da deconvolução de Euler citadas acima.

Redução da nuvem de soluções: Thompson (1982) recomendou aceitar apenas as soluções que satisfazem a inequação (5). Barbosa et al. (1999) mostraram que este critério tende a selecionar soluções estimadas pelas janelas móveis situadas nas proximidades do pico da anomalia porque nesta região há o decrescimento de σ_{z_o} uma vez que há o aumento dos valores singulares da matriz $\mathbf{G}$. Este critério, no entanto, é fortemente depende da escolha do valor de ε fornecido pelo interprete e o resultado é, em geral, uma indesejável nuvem de dispersão das soluções estimadas via o método da deconvolução de Euler que pode chegar a ordem de 10^3 (no caso 3-D) dificultando a interpretação dos resultados. Portanto, uma substancial redução da nuvem de dispersão das soluções estimadas é fundamental para viabilizar a aplicação do método da deconvolução de Euler a grandes levantamentos aeromagnéticos onde há um elevado número de observações. Neste sentido, Fairhead et al. (1994) reduziram o número de soluções estimadas selecionando apenas aquelas associadas a janelas móveis de dados contendo valores absolutos grandes para os gradientes horizontais e vertical. Para tanto o método de Fairhead et al. (1994) requer a redução da anomalia magnética ao pólo. Barbosa et al. (1999) reduziram o número de soluções selecionando as soluções que satisfazem a inequação (5) e que, também, obedecem à inequação $\sqrt{\|\mathbf{y} - \mathbf{Gp}\|^2 / N} < \gamma$, em que γ é o menor escalar positivo produzindo vetores $\mathbf{y}$ e $\mathbf{Gp}$ suficientemente próximos entre si. Mikhailov et al. (2003) desenvolveram uma técnica de análise de “clusters” baseada em uma abordagem topológica e geométrica para estudar e reduzir as concentrações das soluções. Finalmente, Silva e Barbosa (2003) deduziram os estimadores analíticos para as posições horizontais e vertical de uma fonte anômala magnética 3D e analisando o comportamento destes estimadores como uma função das coordenadas x, y e z das observações lançaram os fundamentos teóricos para a escolha das melhores soluções estimadas via deconvolução de Euler tendo como base o delineamento da área plana das estimativas $\hat{x}_o$ e $\hat{y}_o$ onde são produzidas estimativas consistentes da localização da fonte anômala.

Critério para estimar o índice estrutural (η): O método da deconvolução de Euler tem a potencial vantagem de não necessitar da postulação de um modelo interpretativo. No entanto, como mostra a equação (2) esta vantagem potencial requer o conhecimento a priori de η (i.e., da geometria da fonte) para estimar corretamente as coordenadas de localização da fonte anômala. De fato, a escolha do índice estrutural correto tem sido a principal dificuldade na aplicação da deconvolução de Euler (Reid, 1995). Thompson (1982) apresentou um critério empírico para estimar η, aceitando, como a melhor estimativa, o valor usado para η que produz uma menor dispersão na nuvem de soluções. Esta estimativa ad hoc de η, foi adaptada para o caso 3D por Reid et al. (1990) e apesar de ser amplamente utilizada tem sido fortemente questionada por alguns autores (Ravat, 1996; Reid, 1995) devido a resultados insatisfatórios. Barbosa et al. (1999) mostraram numericamente que este critério além de empírico pode levar a resultados errados da estimativa de η. Silva et al. (2001) mostraram analiticamente que este critério é teoricamente perfeito, i.e., em dados sem ruído a dispersão das soluções da deconvolução de Euler é de fato devida, exclusivamente, ao uso errado do índice estrutural; porém o critério de menor dispersão de Thompson (1982) falha em casos práticos isto porque o ruído nos dados também contribui para a dispersão das soluções.

Barbosa et al. (1999) propuseram um novo método para estimar η que foi deduzido teoricamente a partir da equação homogênea de Euler e baseia-se na correlação entre a anomalia de campo total e as estimativas do nível de base (b) computadas no centro de cada janela móvel de dados usando-se diferentes valores de η. O valor do índice estrutural que produz a menor correlação é a estimativa de η. Portanto, ao contrário do critério de Thompson (1982), o método de Barbosa et al. (1999) para estimar η não depende das soluções estimadas. Computacionalmente, este método é muito simples porém, no caso de múltiplas fontes com diferentes formas geométricas, a correlação mínima entre h e b deve ser calculada para cada fonte magnética, o que dificulta um processamento totalmente automático.

Recentemente, Salem e Ravat (2003) apresentaram um novo método denominado “AN-EUL” baseado na combinação dos métodos deconvolução de Euler e sinal analítico que permite estimar o índice estrutural e a profundidade da fonte anômala na coordenada de máxima amplitude do sinal analítico (AAS), respectivamente através das equações:

$$\eta = \left(\frac{2|AAS_1|^2 - |AAS_2||AAS_0|}{|AAS_2||AAS_0| - |AAS_1|^2} \right)_{x=x_0,\,y=y_0}, \quad (6)$$

e

$$\hat{z}_o = \left(\frac{|AAS_1||AAS_0|}{|AAS_2||AAS_0| - |AAS_1|^2} \right)_{x=x_0,\,y=y_0}, \quad (7)$$

em que $|AAS_n(x,y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T_n^z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_n^z}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_n^z}{\partial z}\right)^2}$ e T^z é a derivada vertical da anomalia de campo Total. Este método requer o conhecimento a priori das coordenadas horizontais $(\hat{x}_o, \hat{y}_o)$ de localização da fonte magnética uma vez que as equações (6) e (7) usam as AAS calculadas nestas coordenadas. O método AN-EUL estima tais coordenadas como os maximantes da familia de funções $AAS_n(x,y)$. Uma desvantagem do AN-EUL é o cálculo de derivadas até de terceira ordem da anomalia de campo total que é uma operação instável produzindo uma amplificação do ruído contido nos dados. O método AN-EUL contorna este problema computando a continuação para cima da anomalia de campo total. Esta transformação apesar de estável leva, no entanto, à perda de resolução o que pode ser catastrófico para a estimativa de $\hat{z}_o$. Adicionalmente, vale ressaltar que o método AN-EUL também não pode ser considerado um processamento automático para computar a localização e geometria da fonte anômala porque ele foi construído para fontes isoladas. Portanto, no caso de múltiplas fontes as equações (6) e (7) devem ser calculadas para cada fonte magnética.

Exeqüibilidade em levantamentos magnéticos terrestres: A formulação convencional da deconvolução de Euler tornava este método inexeqüível à aplicação a levantamentos terrestres com poucas observações. Isto porque o critério de menor dispersão das soluções para a escolha *ad hoc* de η (Thompson, 1982) exige um número grande de soluções estimadas e como cada solução estimada está relacionada a uma janela móvel de dados um número grande de soluções demanda um número grande de observações magnéticas. Vale então notar que o que tornava proibitivo a aplicação da deconvolução de Euler a levantamentos terrestres é o critério empírico de Thompson (1982) para estimar η. Barbosa et al. (2000) mostraram a viabilidade de aplicação do método da deconvolução de Euler a levantamentos com um número limitado de observações como os levantamentos magnéticos terrestres. Para tanto os autores empregaram o método de mínima correlação entre a anomalia de campo total e as estimativas do nível de base (Barbosa et al., 1999). Similarmente, Salem e Ravat (2003) ressaltaram a exeqüibilidade de aplicar o método AN-EUL a levantamentos magnéticos terrestres porque este método, ao contrário do critério de Thompson (1982), estima o índice estrutural [veja equação (6)] independentemente do número de soluções estimadas.

Determinação de outros parâmetros: A formulação clássica da deconvolução de Euler permite estimar as coordenadas de localização da fonte anômala e o nível de base. Mushayandebvu et al. (2001) introduziram uma segunda equação que permitiu a determinação do contraste de susceptibilidade e do mergulho das fontes magnéticas. Especificamente, para o caso do contato magnético, cujo índice estrutural é zero, os autores resolvem as seguintes equações:

$$x_o \frac{\partial T}{\partial x} + z_o \frac{\partial T}{\partial z} + A_1 = x \frac{\partial T}{\partial x} + z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (8)$$

e

$$x_o \frac{\partial T}{\partial z} - z_o \frac{\partial T}{\partial x} + A_2 = x \frac{\partial T}{\partial z} - z \frac{\partial T}{\partial x} \quad (9)$$

em que $A_1 = \alpha\ sen(\beta)$ e $A_2 = \alpha \cos(\beta)$ sendo $\beta = 2I - d - 90^o$ e $\alpha = 2\,kFc$ sen(d) sendo d o mergulho do contato, k o contraste de susceptibilidade magnética, F a intensidade magnética do campo da Terra, $c = 1 - \cos^2(i)\ sen^2(D)$ para i e D, respectivamente, a inclinação e o azimute em relação a x do campo geomagnético e $\tan(I) = \tan(i)/\cos(D)$. Computacionalmente, os autores resolvem as equações (8) e (9) para estimar simultaneamente as coordenadas de localização (x_o e z_o) e, independentemente, as variáveis A_1 e A_2 que são usadas para estimar as variáveis desconhecidas α e β que permitem determinar o ângulo de mergulho (d) e o contraste de susceptibilidade (k) do contato magnético presumindo-se o conhecimento a priori do vetor de magnetização do campo geomagnético e magnetização induzida. Esta metodologia foi denominada pelos autores de “deconvolução de Euler estendida”, que também foi desenvolvida para diques finos para estimar o ângulo de mergulho e o momento de dipolo (i.e., o produto do contraste de susceptibilidade e a espessura) do dique.

Vale ressaltar que tanto a deconvolução de Euler clássica como a estendida eliminam a ambigüidade fundamental da geofísica envolvendo o produto propriedade física X volume, porém de formas diferentes. A deconvolução de Euler clássica pressupõe fontes pontuais e estima as coordenadas de localização e a geometria da fonte magnética (i.e., η), mas não estima a propriedade física. Ao contrário, a deconvolução de Euler estendida pressupõe o conhecimento da geometria da fonte magnética (i.e., $\eta = 0$ para contato e $\eta = 1$ para dique fino) e estima a propriedade física (contraste de susceptibilidade no caso do contato e momento de dipolo no caso do dique), mergulho e coordenadas de localização desta fonte. Computacionalmente, a deconvolução de Euler estendida é bastante simples podendo ser aplicada a ambientes com várias fontes 2D distantes entre si e a escolha da geometria da fonte (contado ou dique fino) é realizada através da menor dispersão das soluções selecionadas, tal como a versão clássica da deconvolução de Euler, só que esta análise também é realizada para todos os parâmetros (i.e., x_o, z_o, k e d).

Recentemente, Mushayandebvu et al. (2004) empregaram a deconvolução de Euler estendida a corpos 2D (diques ou contatos) detectados em uma interpretação 3D. Para tanto os autores partem da deconvolução de Euler convencional e detectam o autovetor associado ao autovalor próximo a zero da matriz $\mathbf{G}^T\mathbf{G}$ [equação (4)], que representa, no plano xy, a direção do strike do corpo 2D. Finalmente, detectada a direção dos corpos 2D, os autores empregam, para cada corpo, a deconvolução de Euler estendida objetivando estimar o ângulo de mergulho e o contraste de susceptibilidade.

Eficiência em ambientes complexos com múltiplos corpos: Matematicamente, o sistema de equações lineares (3) mostra que um conjunto de dados magnéticos pode estimar apenas uma fonte anômala localizada nas coordenadas $\hat{x}_o$, $\hat{y}_o$ e $\hat{z}_o$. Portanto, teoricamente, a deconvolução de Euler convencional parte do princípio que cada janela móvel de dados é capaz de estimar uma única fonte magnética. No entanto, na prática, o caso é ainda mais grave necessitando que algumas janelas móveis detectem uma única fonte magnética. Esta limitação torna proibitivo o uso da deconvolução de Euler clássica à interpretação de ambientes complexos com mais de uma fonte magnética dentro de uma mesma janela móvel de dados. Hansen e Suciu (2002) desenvolveram a generalização da deconvolução de Euler para múltiplas fontes permitindo a estimativa das coordenadas de localização de várias fontes magnéticas dentro de uma mesma janela móvel de dados. A formulação Matemática deste método baseia-se na expressão tensorial da equação de Euler levando a um sistema não linear de equações. Como a solução de um sistema não linear demanda um razoável esforço computacional, os autores propõem uma estratégia que recai na solução de um sistema linear sobredeterminado. Hansen e Suciu (2002) afirmam que o algoritmo é "aparentemente" complicado devido à presença de tensores e apontam duas cruciais desvantagens: (1) todas as fontes dentro de uma dada janela devem ter o mesmo índice estrutural (i.e., a mesma geometria) e; (2) há um significante esforço computacional.

Integração das soluções de Euler dentro de modelos geológicos 3D ou 2D: Uma das grandes vantagens da deconvolução de Euler clássica é fornecer uma rápida estimativa da localização e da geometria das fontes anômalas a partir de dados potenciais. Na prática, a deconvolução de Euler é usada para gerar um complexo "spray" de profundidades do topo das fontes anômalas. Recentemente, Guillen et al. (2004) usaram a solução estimada de Euler como vínculo em processo de inversão visando a construção de um ambiente geológico 2D e 3D.

Outras contribuições relevantes: Recentemente, a deconvolução de Euler recebeu especial atenção em seus aspectos teóricos deixando de ser um método com alguns aspectos práticos empíricos. Neste contexto, alguns autores contribuíram para entender a deconvolução de Euler e, de fato, torná-la um método muito além de uma "caixa preta". Barbosa et al. (1999) e Silva e Barbosa (2003) contribuíram na dedução analítica dos estimadores de x_o, y_o, z_o e b, no estudo numérico da estabilidade, unicidade e tendenciosidade das soluções estimadas e suas propriedades de simetria e espalhamento. Zhang et al. (2000) desenvolveram e modificaram a deconvolução de Euler convencional para dados do tensor gradiente gravimétrico. Nabighian e Hansen (2001) mostraram que a deconvolução de Euler estendida (Mushayandebvu et al., 2001) leva a uma generalização e unificação da deconvolução de Werner e provaram, via transformada de Hilbert generalizada, que o método de Mushayandebvu et al. (2001) pode ser estendido para o caso 3D. Estes trabalhos, apesar de teóricos, não são simples particularidades matemáticas mas fundamentos sólidos para formulação e implementação de métodos práticos.

Adicionalmente, assistimos nos últimos anos a uma verdadeira avalanche de aplicações do método da deconvolução de Euler nas mais diferentes áreas como por exemplo: geofísica arqueológica (Murdie et al., 1999), estudo de crateras de impacto (Forsyth et al.,1990; Keating, 1998) e geofísica ambiental (Ravat et al., 1996)

Futuro: Novas Fronteiras à deconvolução de Euler

O futuro óbvio da deconvolução de Euler é a continuidade e melhoria da maioria dos métodos acima citados. Porém, o real e grande desafio será atender ao público de geólogos que demanda uma interpretação que visualmente represente um ambiente geológico. Neste sentido, a integração das soluções de Euler dentro de modelos 3D é uma linha de pesquisa que hoje representa a nova fronteira relacionada ao método da deconvolução de Euler. No entanto, esta integração implicará um radical distanciamento da filosofia inicial do método da deconvolução de Euler que é fornecer uma interpretação automática e rápida. Isto porque para a construção de um ambiente geológico 3D a solução de Euler será usada como vínculo a um processo de inversão implicando uma interpretação computacionalmente dispendiosa e lenta. Por outro lado, apesar destas desvantagens a interpretação geológica 3D associada conjuntamente a técnicas de visualização 3D é, incontestavelmente, uma realidade demandada neste novo milênio.

Conclusões

A partir do início da década de 90 o método da deconvolução de Euler viveu uma fenomenal popularidade tornando-se a mais conhecida técnica de interpretação de dados aeromagnéticos, familiar tanto aos geofísicos como aos geólogos. Uma importante explicação para esta popularidade foi a implementação deste método em ambiente amigável pela indústria de software, o que o consagrou como uma das mais famosas técnicas lacrada em uma "caixa preta". A partir do fim da década de 90 iniciou-se a fase de maturação da deconvolução de Euler direcionada ao seu entendimento teórico, resultando na solução de suas deficiências e em extensões metodológicas.

Recentemente, portanto, assistimos a transformação de uma técnica com aspectos práticos empíricos e pertencente ao reino das "caixas pretas" em um MÉTODO chamado de deconvolução de Euler.

O que o futuro reserva para a deconvolução de Euler ? Reserva a sua integração com a inversão e a visualização para a geração de imagens de ambientes geológicos 2D e 3D.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro e à comissão organizadora deste simpósio pelo convite. Valéria C. F. Barbosa é financiada pelo CNPq (No. 472229/03-6) e pela FAPERJ (Programa Primeiros Projetos, Edital MCT/CNPq/CT-INFRA/FAPERJ 05/2003).

Referências

Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C., & Medeiros, W. E., 1999, Stability analysis and improvement of structural index estimation in Euler deconvolution: Geophysics, 64, 48-60.

Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C., & Medeiros, W. E., 2000, Making Euler deconvolution applicable to small ground magnetic surveys: J. Appl. Geophys., 43, 55-68.

Fairhead, J. D., Bennett, K. J., Gordon, D. R. H., & Huang, D., 1994, Euler: Beyond the "Black Box": 64th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 422-424.

Forsyth, D. A., Pilkington M., Grieve, R. A. F., & Abinett, D., 1990, A major circular structure beneath southern Lake Huron from potential field data: Geology, 18, 773-777.

Guillen,A.,Courrioux G.,Calcagno, P., FitzGerald D., Lees, T.,& McInerney P., 2004,The BRGM 3DWEG gravity /magnetic constrained inversion applied to Broken Hill: ASEG Conference Proceedings Sydney.

Hansen, R. O., & Suciu, L., 2002, Multiple-source Euler deconvolution: Geophysics, 67**,** 525-535.

Hartman, R. R., Teskey, D. J., & Friedberg, J. L., 1971, A system for rapid digital aeromagnetic interpretation: Geophysics, 36**,** 891-918.

Keating, P. B., 1998, Weighted Euler deconvolution of gravity data: Geophysics, 63, 1595–1603.

Mikhailov, V., Galdeano A., Diament M., Gvishiani, A., Agayan, S., Boboutdinov, S., Graeva, E., & Sailhac, P., 2003, Application of artificial intelligence for Euler solutions clustering: Geophysics, 68, 168-180.

Murdie, R. E., Styles, P., Upton, P., Eardley,P. & Cassidy, N. J., 1999, Euler Deconvolution methods used to determine the depth to archaeological features, Geoarchaeology, Geological Society Special publication 153, 35-40.

Mushayandebvu, M. F., van Driel, P., Reid, A. B., & Fairhead, J. D., 2001, Magnetic source parameters of two-dimensional structures using extended Euler deconvolution: Geophysics, 66, 814–823.

Mushayandebvu, M. F., Lesur V., P., Reid, A. B., e Fairhead, J. D., 2004, Grid Euler deconvolution with constraints for 2D structures: Geophysics, 69, 489–496.

Nabighian, M. N., & Hansen, R. O., 2001, Unification of Euler and Werner deconvolution in three dimensions via the generalized Hilbert transform: Geophysics, 66, 1805–1810.

Naudy, H., 1971, Automatic determination of depth on aeromagnetic profiles: Geophysics, 36**,** 717-722.

O'Brien, D. P., 1971, CompuDepth—A new method for depth-to-basement calculation: Presented at the 42nd Ann. Mtg., Soc. Expl. Geophys.

Ravat, D., 1996, Analysis of the Euler method and its applicability in environmental magnetic investigations: J. Environmental. Eng. Geophys., 1, 229–238.

Reid, A. B., Allsop, J. M., Granser, H., Millett, A.J., & Somerton, I. W., 1990, Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution: Geophysics, 55, 80-91.

Reid, A. B., 1995, Euler deconvolution: Past, present and future—A review: 65th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 272–273

Salem, A., e D. Ravat, D., 2003, A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data Geophysics, 68, 1952–1961.

Silva, J. B. C., Barbosa, V.C. F., & Medeiros, W. E., 2001, Scattering, symmetry, and bias analysis of source position estimates in Euler deconvolution and its practical implications: Geophysics, 66, 1149-1156.

Silva, J. B. C. & Barbosa, 2003, 3D Euler deconvolution: Theoretical basis for automatically selecting good solutions: Geophysics, 68, 1962-1968.

Thompson, D. T., 1982, EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data: Geophysics, 47, 31-37.

Zhang, C., Mushayandebvu, M. F., Reid, A. B., Fairhead, J. D. e Odegard, M. E., 2000, Euler deconvolution of tensor gradient gravity data: Geophysics, 65, 512–520.