



São Paulo 2004

Inversão gravimétrica de uma interface complexa na presença de corpos interferentes

Fernando José Soares e Silva Dias*, ON/MCT (fernando@on.br) e Valéria Cristina F. Barbosa, LNCC/MCT (valcris@lncc.br)

Copyright 2004, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no I Simpósio de Geofísica da Sociedade Brasileira de Geofísica, São Paulo, 26-28 de setembro de 2004. Seu conteúdo foi revisado pela Comissão Tecno-científica do I SR-SBGf mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Abstract

We present a new semi-automatic gravity method for estimating a complex interface separating two media predominantly homogeneous having, however, multiple interfering sources in one or both media. The method combines a robust fitting procedure and the constraint that the interface is very smooth close to the interfering sources. The proposed method differs from the regional-residual techniques by using no signal spectral content assumption about the interface to be estimated, i.e., the interface can be characterized by both low- and high-frequencies features. As a result, it may be applied to a complex geological setting where the interface is complex and the interfering bodies are either shallow- or deep-seated sources. The proposed method was tested on synthetic and real gravity data, producing good results.

Introdução

A maioria dos métodos de interpretação de dados gravimétricos objetivando estimar uma interface separando dois meios consideram os dois meios homogêneos (Leão et al., 1996; Barbosa et al., 1997) ou consideram o meio superior heterogêneo em que se presumem diferentes leis de variação da densidade com a profundidade (Cordell, 1973; Chai e Hinze, 1988). No entanto, todos estes métodos são inadequados para interpretar ambientes em que um ou ambos os meios são heterogêneos e esta heterogeneidade é devida à existência de corpos interferentes (ruídos geológicos) nestes dois meios, resultando em uma interface estimada fortemente influenciada pela presença dos corpos interferentes. Em geral nestes casos são empregados métodos de separação regional-residual em que as anomalias regional e residual são devidas à interface e aos corpos interferentes, respectivamente. Entre estes métodos destacam-se os métodos espectrais e os métodos de ajuste polinomial. Os métodos espectrais presumem que a anomalia residual é devida a corpos interferentes pequenos e rasos produzindo um sinal de alta frequência e a anomalia regional é devida a corpos grandes e profundos produzindo um sinal de baixa frequência (Syberg, 1972). Por outro lado, os métodos de separação regional-residual via ajuste polinomial assumem como hipótese a aproximação da anomalia gravimétrica regional por uma superfície polinomial. Independentemente do método de ajuste polinomial usado (por exemplo, Abdelrahman et al., 1985; Beltrão et al., 1991) todos presumem, ou selecionam, uma ordem ótima para o polinômio que será a mesma para toda a área de estudo. Sob tais hipóteses, todas feições

geológicas de ordem maior que a ordem ótima selecionada para o polinômio regional ajustado são, obrigatoriamente, consideradas feições residuais. Portanto, tanto os métodos espectrais como os métodos de ajuste polinomial de separação regional-residual não admitem a existência de feições de alta frequência no regional, isto significa que quando aplicamos um destes métodos para a separação interface-corpos interferentes estima-se uma interface predominantemente suave.

Neste trabalho apresentamos um novo método estável de inversão de dados gravimétricos para o mapeamento de uma interface complexa (com feições de alta e baixa frequências) separando dois meios em que há, presumivelmente, em um ou ambos os meios heterogeneidades devidas à existência de corpos geológicos interferentes que podem produzir sinais com o mesmo conteúdo espectral produzido pela interface.

Metodologia

Seja g^0 um conjunto de N observações gravimétricas produzidas por uma interface separando dois meios predominantemente homogêneos com contraste de densidade ($\Delta\rho$) entre eles conhecido, havendo porém, corpos interferentes em um ou ambos os meios. Para estimar o relevo desta interface, discretizamos o domínio do espaço $x-y-z$ incluindo toda interface em M prismas retangulares verticais justapostos cujos topos são coincidentes com a superfície da Terra. Todos os prismas têm dimensões horizontais iguais e conhecidas. As espessuras dos prismas representam as profundidades da interface a ser mapeada e são os parâmetros a serem estimados a partir dos dados gravimétricos e estão relacionados à anomalia gravimétrica vertical $g_i(\mathbf{p})$ no i -ésimo ponto de observação nas coordenadas $x = x_i, y = y_i, e z = z_i$ através da relação

$$g_i(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^M \Delta\rho_j f_i(p_j), \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

em que $\Delta\rho_j \equiv \Delta\rho$ é o contraste de densidade do j -ésimo prisma, p_j é a espessura do j -ésimo prisma e $f_i(p_j)$ é uma função que fornece a anomalia gravimétrica vertical produzida no i -ésimo ponto de observação devida ao j -ésimo prisma com contraste de densidade igual a unidade sendo expressa por

$$f_i(p_j) = \gamma \int_{x_j-a}^{x_j+a} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{p_j} \frac{z-z'}{\left[(x_i-x'_j)^2 + (y_i-y'_j)^2 + (z_i-z'_j)^2 \right]^{3/2}} dx'_j dy'_j dz'_j \quad (2)$$

sendo γ a constante gravitacional, x_0 a posição do centro do j -ésimo prisma, a a semi-largura (constante) dos prismas elementares ao longo de x e p_j a profundidade da base do j -ésimo prisma elementar (parâmetro a ser estimado). Matematicamente, o problema geofísico inverso não linear de estimar o vetor de parâmetros \mathbf{p} ,

i.e., estimar a interface separando dois meios, na presença de corpos geológicos interferentes a partir do vetor dos dados gravimétricos observados $\mathbf{g}^o = [g_1^o, \dots, g_N^o]^T$ será formulado através da minimização de um funcional estabilizante, sujeito a um procedimento de ajuste robusto e a um vínculo de positividade ao vetor de parâmetros, i.e., buscamos a solução que minimize

$$\|\mathbf{W}_p^{1/2} \mathbf{R} \mathbf{p}\|^2 \quad (3)$$

sujeito a

$$\|\mathbf{W}_r^{1/2} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}(\mathbf{p}))\|^2 = \delta \quad (4)$$

e

$$\mathbf{p} > \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5)$$

em que $\|\cdot\|$ é a norma Euclideana, δ é o erro médio quadrático esperado para as realizações da variável aleatória que contaminam as observações, $\mathbf{W}_r \in R^{N \times N}$ e

$\mathbf{W}_p \in R^{L \times L}$, $\boldsymbol{\varepsilon} \in R^M$ é um vetor de dimensão em que todos os elementos são valores positivos pequenos (da ordem de 10^{-8}), $\mathbf{R} \in R^{L \times M}$ o operador discreto de primeiras derivadas horizontais (Constable et al., 1987; Barbosa et al., 1997) cujas linhas contêm apenas dois elementos não nulos: 1 e -1, que estão associados com cada par de parâmetros adjacentes, L é o número total de pares de prismas adjacentes e $\mathbf{W}_r \in R^{N \times N}$ e $\mathbf{W}_p \in R^{L \times L}$ são matrizes diagonais de peso definida positiva. No caso particular em que $\mathbf{W}_r = \mathbf{I}_N$ e $\mathbf{W}_p = \mathbf{I}_L$, em que \mathbf{I}_v é a matriz identidade de ordem v , a estimativa de uma interface através da minimização do funcional (3) sujeito aos vínculos (4) e (5) foi denominada por Barbosa et al. (1997) como método de inversão via Suavidade Global (SG), uma vez que há a imposição de uma variação espacial suave para as profundidades estimadas da interface. Barbosa et al. (1997) mostraram que a inversão SG é, particularmente, adequada para interpretar uma interface suave separando dois meios homogêneos. No entanto, verificamos que a inversão SG é inadequada quando existem corpos interferentes em um ou ambos os meios, uma vez que a interface estimada tende, nas proximidades do corpo interferente, ser mais rasa ou mais profunda que a interface verdadeira.

De acordo com a equação (4) a matriz \mathbf{w}_r controla a proximidade entre os dados observados e os calculados. No caso em que $\mathbf{w}_r = \mathbf{I}_N$ significa estabelecer que a soma dos quadrados dos resíduos deve estar o mais próximo possível de zero no sentido dos mínimos quadrados. Neste trabalho, a matriz \mathbf{w}_r é diferente da matriz identidade, significando um critério de ajuste dos dados observados mais robusto, na classe dos estimadores M (Huber, 1981), que o método dos mínimos quadrados. Na k -ésima iteração o i -ésimo elemento da matriz diagonal de peso \mathbf{W}_r [equação (4)] é definido como

$$w_{r\ ii}^k = (10(e^{-0.5r_i^{(k-1)} / s_i^{(k-1)}}) + 0.01) / 10 \quad (6)$$

em que $r_i^{(k-1)}$ é o valor absoluto do resíduo e $s_i^{(k-1)}$ a mediana dos valores absolutos dos resíduos, ambos os valores obtidos na i -ésima observação e considerando o ajuste obtido na iteração $k-1$. Portanto, de acordo com as equações (4) e (6) definimos um processo robusto para o ajuste dos dados gravimétricos em que, nas sucessivas iterações, são atribuídos pesos menores a resíduos grandes e vice-versa. No presente método o vínculo introduzido pelo funcional (3) tem dois objetivos: i) ser um funcional estabilizante (Tikhonov e Arsenin, 1977); e ii) minimizar a influência dos corpos interferentes na estimativa da interface. Para alcançar o segundo objetivo a matriz \mathbf{W}_p é usada para acentuar o vínculo de suavidade, ponderando a i -ésima linha da matriz \mathbf{R} pelo i -ésimo elemento $W_{p\ ii}$ que assumirá um valor, suficientemente, grande.

Procedimentos computacionais- A metodologia proposta de estimar a interface na presença de corpos interferentes foi implementada em duas etapas através de um modo semi-automático em que presumimos como, aproximadamente conhecidas a priori, as coordenadas horizontais $x_{c\phi}$, $\phi = 1, \dots, N_\phi$, de localização dos N_ϕ corpos interferentes. Na primeira etapa usamos a inversão SG e obtemos a estimativa $\hat{\mathbf{p}}^{SG}$. Na segunda etapa implementamos um processo iterativo usando como a aproximação inicial $\hat{\mathbf{p}}^{SG}$ e solucionamos as equações (3) a (5) computando-se \mathbf{W}_r via equação (6) e usando-se para os elementos de \mathbf{W}_p valores grandes aos elementos adjacentes às coordenadas $x_{c\phi}$ e valores iguais a 1 aos elementos distantes de $x_{c\phi}$. Neste processo iterativo o papel da matriz \mathbf{w}_r é aumentar, sucessivamente, os resíduos nas proximidades dos corpos interferentes e o papel da matriz \mathbf{W}_p é impor uma variação espacial fortemente suave para as profundidades estimadas da interface nas proximidades dos corpos interferentes. O resultado é a redução da influência dos corpos interferentes na estimativa da interface.

Aplicação a dados sintéticos

A Figura 1a mostra a anomalia Bouguer contaminada por ruído (pontos vermelhos) produzida por uma bacia sedimentar 2D simulada com sedimentos predominantemente homogêneos ($\Delta\rho = -0,2 \text{ g/cm}^3$) e cortada por intrusivas magmáticas pré- e pós-sedimentação. A Figura 1b mostra, em linha contínua, o relevo do embasamento desta bacia sedimentar com feições geológicas que produzem respostas gravimétricas tanto de baixa como de alta frequências (como por exemplo, o alto estrutural em $x = 138 \text{ km}$) e dois corpos interferentes simulando diques e soleira (corpos em azul) com contraste de densidade de $0,13 \text{ g/cm}^3$. Na aplicação do método apresentado discretizamos a região da sub-superfície no intervalo

$x \in [-5 \text{ km}, 235 \text{ km}]$ em prismas verticais retangulares 2D com dimensões iguais a 2,0 km ao longo da direção x . A Figura 1b mostra em linha tracejada a estimativa do embasamento obtida com o método em que notamos o ótimo desempenho do método no mapeamento. Ressalte-se que o método recuperou as regiões do relevo do embasamento caracterizadas tanto por altos quanto por baixos gradientes, produzindo uma anomalia gravimétrica ajustada (Figura 1a em linha contínua) apresentando residual de alta amplitude próximo aos corpos interferentes.

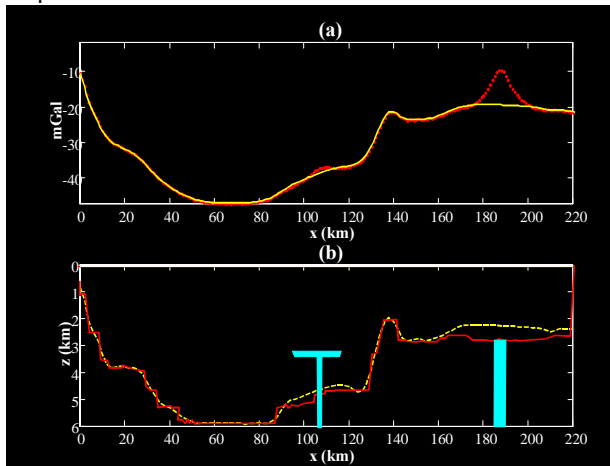


Figure 1 – **Dados sintéticos:** (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada (linha contínua); (b) Bacia sedimentar simulada: relevo do embasamento (linha contínua vermelha), corpos interferentes (polígonos em azul) simulando intrusões magmáticas. Relevo estimado pelo presente método (linha tracejada amarela).

A Figura 2a mostra a anomalia Bouguer contaminada por ruído (pontos vermelhos) produzida por uma bacia sedimentar 2D simulada com sedimentos, predominantemente, homogêneos ($\Delta\rho = -0,2 \text{ g/cm}^3$) com diápiros de sal (corpos em azul) com contraste de densidade de $-0,4 \text{ g/cm}^3$. A Figura 2b mostra, em linha contínua, o relevo do embasamento desta bacia. Note que no intervalo $x \in [20 \text{ km}, 95 \text{ km}]$ o relevo do embasamento tem um comportamento suave resultando em uma resposta gravimétrica de baixa frequência. No entanto no entorno da coordenada $x = 18 \text{ km}$ há um alto estrutural do embasamento produzindo uma resposta gravimétrica de alta frequência, que poderia ser interpretada como uma anomalia residual devida a um corpo interferente. Na aplicação do método apresentado discretizamos a região da sub-superfície no intervalo $x \in [-8 \text{ km}, 120 \text{ km}]$ em prismas retangulares verticais 2D com dimensões iguais a 1 km ao longo da direção x . A Figura 2b mostra em linha tracejada a estimativa do embasamento obtida com o método em que notamos o ótimo desempenho do método na recuperação tanto da região suave como da região do alto estrutural. Portanto, ressalte-se que, ao contrário dos métodos espectrais ou de ajuste polinomial de separação regional-residual, o presente método admite a existência de feições geológicas no regional (relevo do embasamento) que

produzem sinais de alta frequência. A anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 2a em linha contínua amarela.

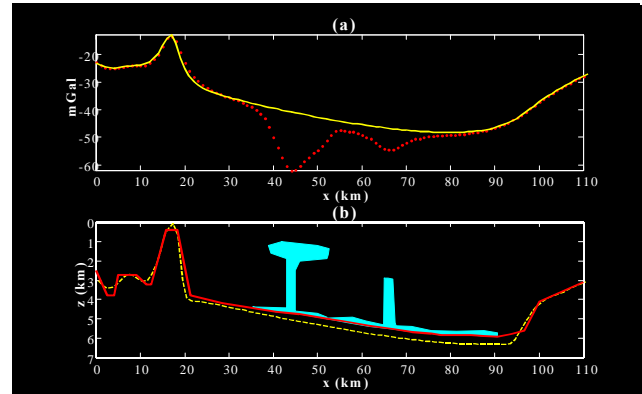


Figure 2 – **Dados sintéticos:** (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada (linha contínua); (b) Bacia sedimentar simulada: relevo do embasamento (linha contínua vermelha), corpo interferente (polígonos em azul) simulando diápiros de sal. Relevo estimado pelo presente método (linha tracejada amarela).

Aplicação a dados reais

Complexo gabro-anortosito de East Bull – A Figura 3a mostra a anomalia Bouguer (pontos) sobre a região de East Bull Lake, Ontario, Canada (Paterson e Reeves, 1985), produzida por um lopólito gabro-anortositico encaixado em rochas tonalíticas. O anortosito está sotoposto ao gabro e ambos são rochas aflorantes com contatos em superfície conhecidos.

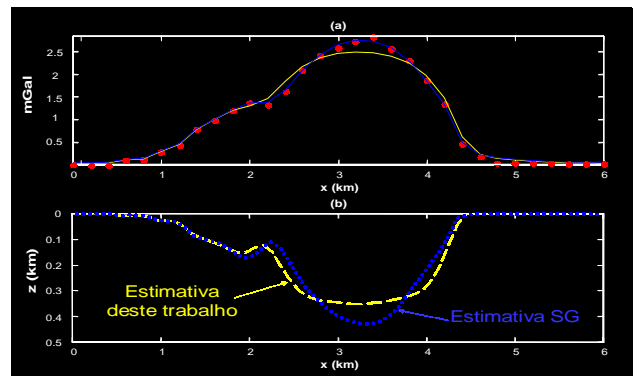


Figure 3 – **Dados reais do complexo gabro-anortosito de East Bull:** (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustadas pela inversão SG (linha contínua azul) e pelo presente método inverso (linha contínua amarela); (b) Estimativas da base do anortosito via: a inversão SG (linha pontilhada azul) e o presente método inverso (linha tracejada amarela). Usamos $\Delta\rho = 0,2 \text{ g/cm}^3$

Para estimar a interface anortosito-tonalito na presença do corpo interferente (gabro) usamos o contraste de densidade de $0,2 \text{ g/cm}^3$ entre o anortosito e o tonalito e discretizamos a região da sub-superfície no intervalo $x \in [0 \text{ km}, 6 \text{ km}]$ em prismas verticais 2D com dimensões iguais a 0,1 km ao longo da direção x . A Figura 3b

mostra as estimativas da base do anortosito obtidas: via inversão SG (linha pontilhada azul) e via o presente método inverso (linha tracejada amarela). Note que a interface estimada via inversão SG mostra um profundo e acentuado baixo em torno de $x = 3,5$ km que interpretamos como resultante do corpo de gabro que aflora no intervalo $x \in [2,1 \text{ km}, 3,8 \text{ km}]$ e uma pequena oscilação em torno de $x = 2,2$ km que interpretamos como interface anortosito-tonalito. Por outro lado, a interface estimada via o presente método mostra uma forte suavidade nas proximidades do corpo interferente (gabro) sem, no entanto, impor a mesma característica para o restante da interface. Desta forma o presente método preservou a oscilação da interface no em torno de $x = 2,2$ km e eliminou a influenciada do corpo grabrótico interferente. A Figura 3a mostra as anomalias ajustadas via inversão SG (linha contínua azul) e via o presente método (linha contínua amarela).

Zona de cisalhamento Bavali- A Figura 4a mostra a anomalia Bouguer (pontos vermelhos) sobre a zona de cisalhamento Bavali (ZCB), atravessando a região do platô Wynad, Índia, corrigida do efeito da Moho. De acordo com Radhakrishna et al. (2003), há evidências em superfície de corpos interferentes nas coordenadas $x=20$ km, $x=40$ km e $x=60$ km. A estimativa da interface crosta inferior-superior é mostrada na Figura 4b e a anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 4a (linha contínua). Para tanto discretizamos a região da sub-superfície no intervalo $x \in [-20 \text{ km}, 140 \text{ km}]$ em prismas 2D com dimensões iguais a 2 km ao longo da direção x e usamos o contraste de densidade de $-0,2 \text{ g/cm}^3$. Radhakrishna et al. (2003), através de modelagem direta, interpretaram que a ZCB, aflorante em $x=83$ km, não é marcante e estende-se a profundidade de 8 km. Ao contrário destes autores estimamos nesta região uma ZCB marcante e estendendo-se a profundidade de 18 km (Figura 4b) sendo consistente com a interpretação gravimétrica da província de charnoquitos localizada ao norte do platô Wynad (Radhakrishna et al., 2003).

Conclusões

Propomos uma nova abordagem para estimar uma interface complexa contendo feições geológicas de alta e baixa frequências separando dois meios, desprezando o efeito da presença de corpos interferentes em um ou em ambos os meios. Este novo método usa simultaneamente um procedimento de ajuste robusto aos dados gravimétricos e a informação de variação espacial fortemente suave para as estimativas das profundidades da interface nas proximidades dos corpos interferentes. O presente método é análogo a uma flexibilização do grau do polinômio que representa o efeito da interface, i.e., nas proximidades dos corpos interferentes um polinômio de ordem 1 é implicitamente assinalado ao efeito da interface e de qualquer ordem para o efeito do restante da interface.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Dr. João B. C. Silva pela leitura crítica. Valéria C. F. Barbosa agradece o apoio

financeiro do CNPq (No. 472229/03-6 e No.303019/2002-6) e da FAPERJ (Programa Primeiros Projetos, Edital MCT/CNPq/CT-INFRA/FAPERJ 05/2003).

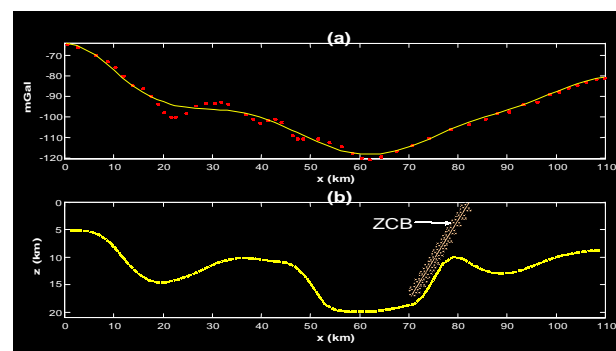


Figure 4 – **Dados reais da interface crosta inferior-superior Índia:** (a) Anomalias Bouguer: observada (pontos) e ajustada pelo presente método inverso (linha contínua); (b) Estimativa da interface pelo presente método (linha tracejada amarela) com $\Delta\rho = -0,2 \text{ g/cm}^3$

Referências

- Abdelrahman, E. M., Riad, S., Refai, E., & Amin, Y., 1985, On the least-squares residual anomaly determination: *Geophysics*, 50, 473-480.
- Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C., & Medeiros, W. E., 1997, Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths: *Geophysics*, 62, 1745-1757.
- Beltrão, J.F., Silva, J.B.C., e Costa, J.C., 1991, Robust polynomial fitting for regional gravity estimation: *Geophysics*, 56, 80-89.
- Chai, Y. & Hinze, W. J. 1988. Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth. *Geophysics*, 53, 837-845.
- Constable, S. C., Parker, R. L., & Constable, C. G., 1987, Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data: *Geophysics*, 52, 289-300.
- Cordell, L. 1973, Gravity analysis using an exponential density– depth function – SanJacinto Graben. California. *Geophysics*, 38, 684 – 690.
- Huber, P.J., 1981, *Robust Statistics*. Wiley, New York, 308.
- Leão, J. W. D., Menezes, P. T. L., Beltrão, J. F., & Silva, J. B. C. 1996. Gravity inversion of basement relief constrained by the knowledge of depth at isolated points. *Geophysics*, 61, 1702-1714.
- Paterson, N. R. & Reeves, C. V., 1985, Applications of gravity and magnetic surveys: The state-of-the-art in 1985: *Geophysics*, 50, 2558-2594.
- Radhakrishna, M., Kurian, P.J., Nambiar, C.G. & Murty, B.V.S., 2003, Nature of the crust below the Southern Granulite Terrain (SGT) of Peninsular India across the Bavali shear zone based on analysis of gravity data: *Precambrian Research*, 124, 21–40.
- Syberg, F. J. R., 1972, A Fourier method for the regional-residual problem of potential fields: *Geophys. Prosp.* 20. 47-75.
- Tikhonov, A. N. & Arsenin, V. Y., 1977, *Solutions of ill-posed problems*: V. H. Winston & Sons.