



Estimativa de Parâmetros de Anisotropia pela Inversão de Levenberg-Marquardt

Francisco G. Ortega*, IGEO/UFBA; Amin Bassrei¹, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP; Jairo Torres, PANGEA/VE-UP

Copyright 2016, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no VII Simpósio Brasileiro de Geofísica, Ouro Preto, 25 a 27 de outubro de 2016. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do VII SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Abstract

In this study we investigate the applicability of the Levenberg-Marquardt inversion technique, also called damped least squares for the purpose of estimating the NMO velocity and the Thomsen anisotropy parameters. We used and compared more recent and accurate approximations for the computation of the reflection time of the P wave in a medium with VTI anisotropy.

The inversion results for different models have shown that for small values of $|\varepsilon - \delta|$ the approaches are accurate, in particular the approximations of Tsvankin and Thomsen (1994) and Fomel (2004). Also, the inversion simulations have shown that the errors in estimated NMO velocity and estimated Thomsen parameters increase when the condition $|\varepsilon - \delta| > 0.2$ is used. In this situation the Fomel (2004) approximation gives the smallest errors when compared to other approaches.

Introdução

Muitos alvos de exploração se localizam em grandes profundidades, o que implica por seu turno na aquisição de dados sísmicos com grandes afastamentos. Por outro lado, maiores afastamentos implicam que a equação hiperbólica forneça tempos de trânsito incorretos. Para solucionar este problema tornou-se importante incluir as correções não hiperbólicas ao sobretempo de reflexão, de modo a se garantir uma determinação mais precisa dos parâmetros de modelo.

Este trabalho inicia-se apresentando uma comparação entre várias aproximações para o cálculo do tempo trânsito da onda sísmica PP, refletida num meio VTI, ou isotropia transversal vertical. Os tempos de propagação do modelo são determinados através de um esquema de diferenças finitas de quarta ordem. Foram estudados os casos quando os parâmetros de Thomsen são tanto maiores como menores que 0.2.

Posteriormente, para avaliar a eficácia na estimativa dos parâmetros de anisotropia foram realizadas inversões em modelos com valores fixos de $\varepsilon_1 = 0.2$, $\varepsilon_2 = 0.3$, $\varepsilon_3 = 0.0$ e valores de δ variáveis no intervalo $[-0.2, 0.2]$ com incremento de 0.02.

Por último se realizaram simulações de inversão em dois modelos multicamadas e foram avaliadas as respectivas correções NMO usando as velocidades estimadas e os parâmetros de Thomsen estimados. Ainda nessa etapa foi comparada a migração sísmica para os casos isotrópico e anisotrópico.

Teoria e Metodologia

Para realizar as simulações de inversão, foi necessário escolher a qual a melhor aproximação para o cálculo dos tempos de reflexão da onda P para um meio VTI homogêneo na parte superior de um refletor plano, para isso. Foram consideradas as seguintes aproximações para o cálculo do tempo de reflexão:

(1) As aproximações hiperbólicas:

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{V_{nmo}^2}, \quad (1)$$

e

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{QV_{nmo}^2}. \quad (2)$$

(2) A aproximação do terceiro termo da série de Taylor de Tsvankin e Thomsen (1994):

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{x^2}{V_{nmo}^2} - \frac{2\eta x^4}{V_{nmo}^2 [t_0^2 V_{nmo}^2 + (1+2\eta)x^2]}. \quad (3)$$

(3) A aproximação do tempo para meios anisotrópicos de Fomel (2004):

$$t^2(x) = \frac{3+4\eta}{4(1+\eta)} t_h^2 + \frac{1}{4(1+\eta)} \sqrt{t_h^4(x) + 16\eta(1+\eta) \frac{t_0^2 x^2}{QV_{nmo}^2}}, \quad (4)$$

sendo que expressões alternativas da equação são obtidos na hipótese de η pequeno, de modo a ser obter as aproximações (Aleixo, 2009):

$$t(x) = t_h + \frac{2\eta}{Q} \sqrt{\frac{1+\eta}{3+4\eta}} \frac{x^2}{t_h^3 V_{nmo}}, \quad (5)$$

$$t^2(x) = t_h^2 + \frac{8\eta(1+\eta)}{5Q} \frac{x^2}{t_h^2 V_{nmo}}. \quad (6)$$

(4) A aproximação da hipérbole deslocada, modificada por Stovas e Ursin (2006):

¹ Atualmente como professor visitante na Universidade de Stanford.

$$t(x) = t_0 + \frac{t_0}{S} \left[\sqrt{1 + \frac{Sx^2}{t_0^2 V_{nmo}^2}} - 1 \right], \quad (7)$$

onde:

$$t_0 = \frac{2z}{v_0}, \quad V_{nmo} = v_0 \sqrt{1+2\delta}, \quad Q = 1+2\eta, \quad \eta = \frac{\varepsilon - \delta}{1+2\delta},$$

$$t_h = \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{QV_{nmo}^2}}, \quad S = 1+3\eta.$$

v_0 é a velocidade vertical para a onda P, z é a profundidade do refletor e S é chamado parâmetro de deslocamento. Para comparar as aproximações acima, utilizaram-se dois modelos com um refletor a 580 m de profundidade com uma relação $x/z > 2.0$. As velocidades verticais e os parâmetros dos modelos são apresentados na Tabela 1.

Parâmetros	Modelo 1 Arenito Dog Creek	Modelo 2 Arenito imaturo Mesaverde
$V_p(m/s)$	1875	4476
ε	0.255	0.097
δ	0.100	0.091
η	0.129	0.005

Tabela 1: Velocidade vertical (em m/s) e parâmetros de Thomsen dos Modelos 1 e 2.

O resultado de cada aproximação foi comparado com o tempos de propagação exato calculado pelo esquema de diferenças finitas.

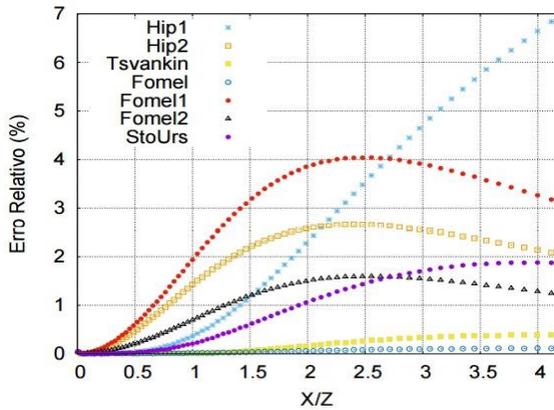


Figura 1: Comparação dos erros relativos das aproximações para o cálculo do tempo de reflexão quando comparado com o tempo exato modelado com um esquema de diferenças finitas para o Modelo 1. As legendas Hip1, Hip2, Tsvankin, Fomel, Fomel1, Fomel2 e StoUrs referem-se, respectivamente, às equações (1), (2), (3), (4), (5), (6) e (7).

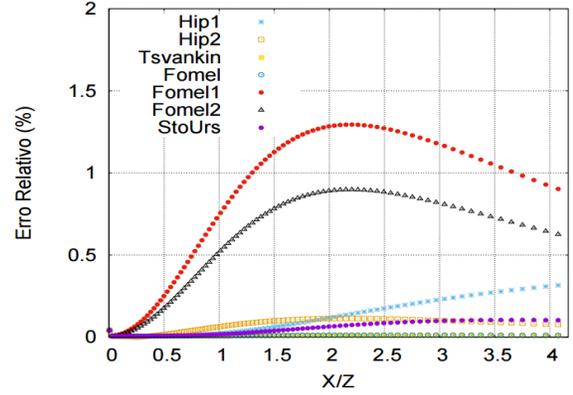


Figura 2: Comparação dos erros relativos das aproximações para o cálculo do tempo de reflexão quando comparado com o tempo exato modelado com um esquema de diferenças finitas para o Modelo 2. As legendas Hip1, Hip2, Tsvankin, Fomel, Fomel1, Fomel2 e StoUrs referem-se, respectivamente, às equações (1), (2), (3), (4), (5), (6) e (7).

Observando-se as Figuras 1 e 2, pode-se ver que equação (4), aproximação de Fomel (2004), apresentou o erro relativo mais baixo em relação ao dado exato para o Modelo 1. Em seguida, foram as simulações com a equação (3), aproximação de Tsvankin e Thomsen (1994). Os maiores erros relativos foram em relação ao Modelo 1, onde o valor de η é maior.

Estimativa dos Parâmetros Anisotrópicos

Foram realizadas inversões em ambos os modelos com valores fixos, no caso, $\varepsilon_1 = 0.2$, $\varepsilon_2 = 0.3$, $\varepsilon_3 = 0.0$ e valores de δ variáveis no intervalo de $[-0.2, 0.2]$ com incremento de 0.02. Nessa etapa o objetivo é a estimativa da velocidade NMO e dos parâmetros de anisotropia contidos nas equações que forneceram erros relativamente pequenos nas aproximações para o cálculo dos tempos de reflexão nos Modelos 1 e 2. No caso, foram selecionadas as aproximações (3), (4) e (7).

O procedimento de inversão consiste em aproximar a função do tempo $t = (\mathbf{m}^{verd})$ por uma função $t = (\mathbf{m}^{esti})$ tal que:

$$Q = \left\| t(\mathbf{m}^{verd}) - t(\mathbf{m}^{esti}) \right\| \approx 0, \quad (8)$$

onde Q é chamado de função objetivo e $[V_{nmo}, \varepsilon, \delta]$ são os parâmetros de modelo contidos em \mathbf{m}^{verd} . Os parâmetros estimados do modelo calculado correspondem a \mathbf{m}^{esti} . O Anexo deste trabalho apresenta os detalhes algébricos da inversão.

Os resultados são apresentados nas Figuras 3, 4 e 5. Observou-se que o menor erro na estimativa dos parâmetros ocorreu nos modelos com $\varepsilon = 0.2$, conforme

pode ser visto na Figura 3. A equação (4) ou aproximação de Fomel (2004) apresentou o melhor resultado na estimativa dos parâmetros nos três experimentos. Observou-se que quanto menor o valor de $|\varepsilon - \delta|$, melhor a estimativa do valor δ . Também, os valores estimados desviavam-se dos valores verdadeiros quando $|\varepsilon - \delta| > 0.2$. Finalmente, as aproximações de Fomel (2004) e Tsvankin e Thomsen (1994) mostraram-se mais robustas que a aproximação de Stovas e Ursin (2006) na estimativa dos parâmetros.

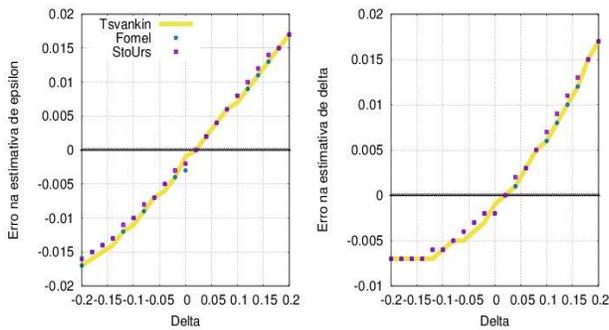


Figura 3: Erro na estimativa dos parâmetros ε e δ , em comparação com os valores verdadeiros no caso $\varepsilon = 0.2$. As legendas Tsvankin, Fomel e StoUrs referem-se, respectivamente, às equações (3), (4) e (7).

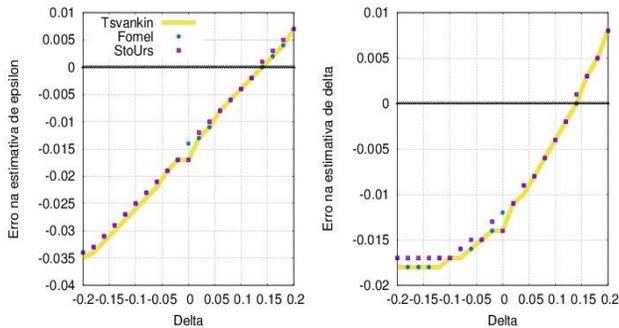


Figura 4: Erro na estimativa dos parâmetros ε e δ , em comparação com os valores verdadeiros no caso $\varepsilon = 0.1$. As legendas Tsvankin, Fomel e StoUrs referem-se, respectivamente, às equações (3), (4) e (7).

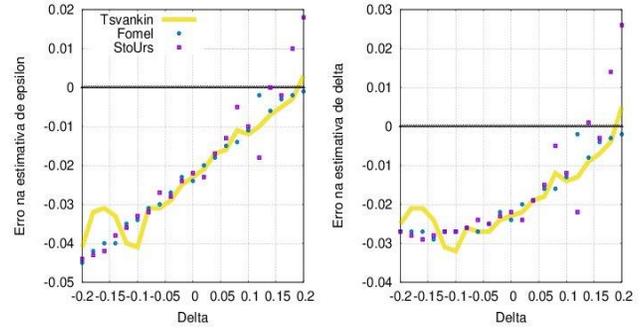


Figura 5: Erro na estimativa dos parâmetros ε e δ , em comparação com os valores verdadeiros no caso $\varepsilon = 0.0$. As legendas Tsvankin, Fomel e StoUrs referem-se, respectivamente, às equações (3), (4) e (7).

Meio VTI Multicamada

As simulações de inversão foram aplicadas em dois modelos multicamada, cujos parâmetros de modelo são apresentados na Tabela 2. Note-se que os valores $|\varepsilon - \delta|$ são menores do que 0.2. A única diferença entre os modelos A e B está no valor $|\varepsilon - \delta|$ para segunda camada do modelo B, que neste caso é maior do que 0.2.

z	Modelo A			Modelo B		
	v_0	ε	δ	v_0	ε	δ
600	2202	0.015	0.060	2074	0.110	0.090
800	3688	0.081	0.057	3048	0.255	-0.050
1000	3962	0.005	-0.089	3749	0.128	0.078
1200	4237	0.036	-0.037	4476	0.097	0.078

Tabela 2: Profundidade (m), velocidade vertical (m/s) e parâmetros de Thomsen dos modelos multicamadas A e B.

A estimativa dos parâmetros de anisotropia do modelo A foi precisa. Já no modelo B, a estimativa dos parâmetros a partir da segunda camada foi menos eficaz.

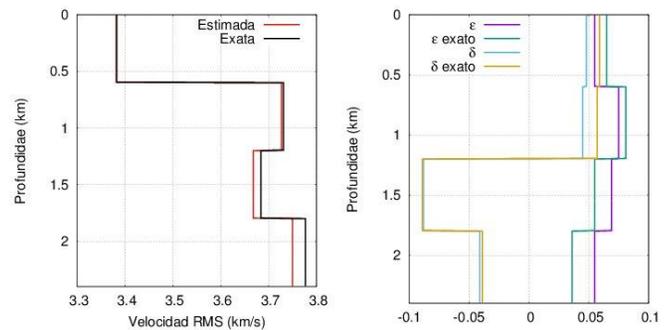


Figura 6: Valores verdadeiros e estimados da velocidade RMS e dos parâmetros de Thomsen do modelo A.

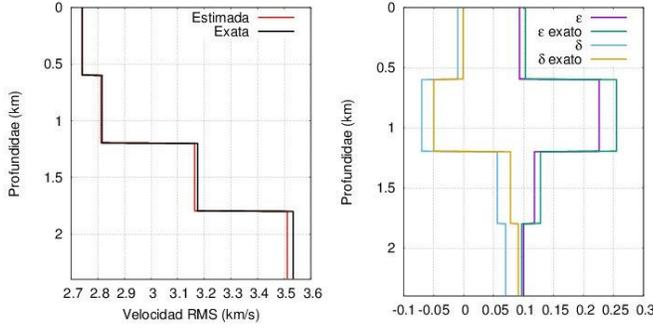


Figura 7: Valores verdadeiros e estimados da velocidade RMS e dos parâmetros de Thomsen do modelo B.

Aplicação dos Parâmetros Estimados na Correção NMO

Após a obtenção das velocidades NMO e dos parâmetros de anisotropia para cada camada, foi realizada a correção NMO dos sismogramas sintéticos da Figura 8 utilizando as aproximações apresentadas além da correção NMO convencional. Observou-se que a correção NMO convencional, conforme mostrada na Figura 9 é inadequada para ambos os modelos. As três aproximações selecionadas mostram uma correção NMO efetiva no caso do modelo A onde os parâmetros de Thomsen são menores de 0.2 (ver Figuras 10, 11 e 12, à esquerda). Já para o Modelo B, a estimativa dos parâmetros na segunda camada afetou a estimativa das camadas seguintes, resultando numa correção NMO não efetiva para afastamentos maiores a 2000 m, conforme pode ser visto no lado direito das Figuras 10,11 e 12.

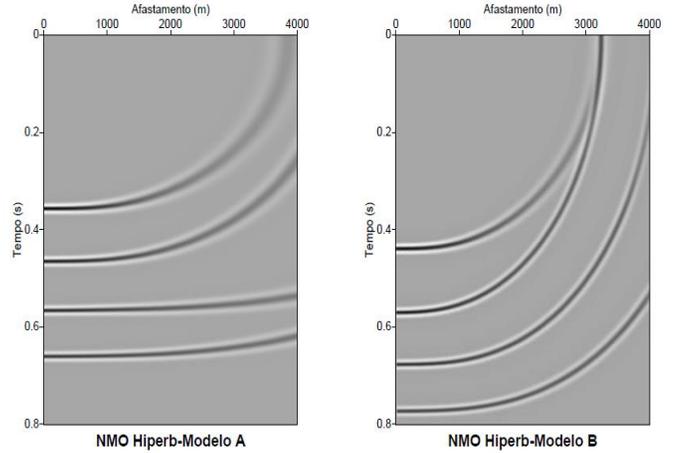


Figura 9: Seção sísmica após correção NMO hiperbólica convencional. Modelo A à esquerda e Modelo B à direita.

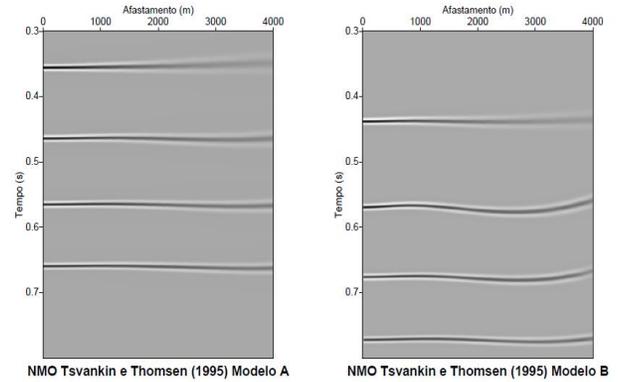


Figura 10: Seção sísmica após correção NMO utilizando a aproximação de Tsvankin e Thomsen (1994). Modelo A à esquerda e Modelo B à direita.

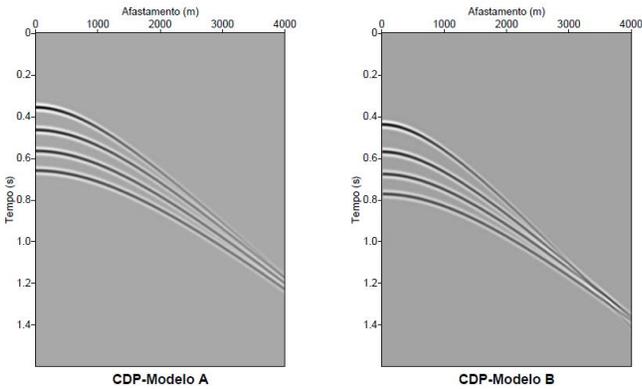


Figura 8: Sismograma sintético. Modelo A à esquerda e Modelo B à direita.

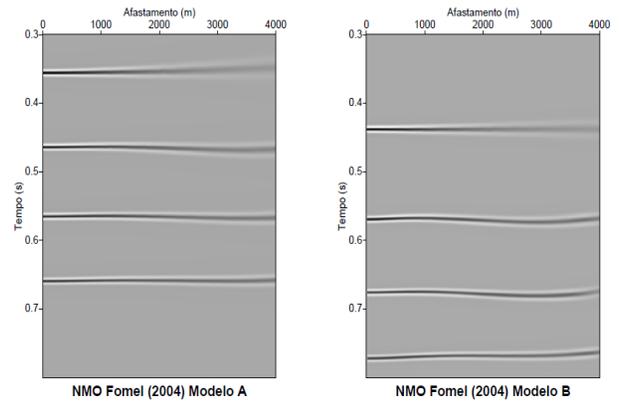


Figura 11: Seção sísmica após correção NMO utilizando a aproximação de Fomel (2004). Modelo A à esquerda e Modelo B à direita.

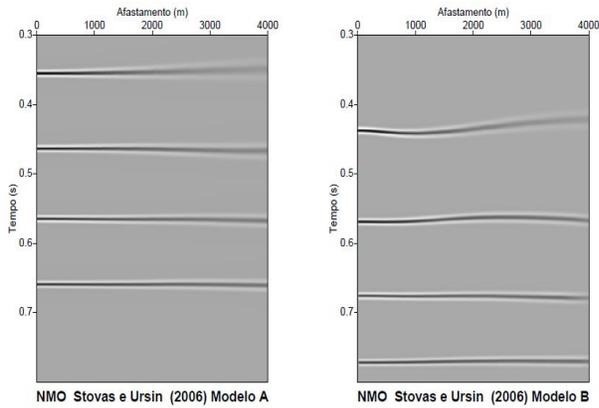


Figura 12: Seção sísmica após correção NMO utilizando a aproximação de Ursin e Stovas (2006). Modelo A à esquerda e Modelo B à direita.

Aplicação dos Parâmetros Estimados na Migração

A migração em tempo de um meio anisotrópico precisa de um campo de velocidade NMO e do parâmetro η ou dos parâmetros ϵ e δ para que a imagem sísmica em profundidade seja obtida de forma correta.

O teste de migração neste trabalho serve para ilustrar a estimativa dos parâmetros de anisotropia e verificar a sua influência na imagem sísmica de modelos migrados.

Foi utilizado um algoritmo de migração convencional por deslocamento de fase (*phase shift*) para meios isotrópicos para os modelos A e B, sendo que o resultado é mostrado nas Figuras 13 e 15. A seguir foi efetuada a migração dos mesmos modelos utilizando a migração por feixes gaussianos para meios anisotrópicos, com o campo de velocidade NMO e os parâmetros ϵ e δ obtidos com a aproximação de Fomel (2004) na inversão. O resultado desse procedimento é mostrado nas Figuras 14 e 16.

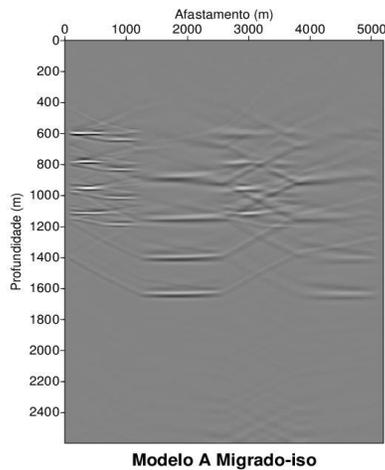


Figura 13. Migração pós-empilhamento do Modelo A por deslocamento de fase, para meios isotrópicos.

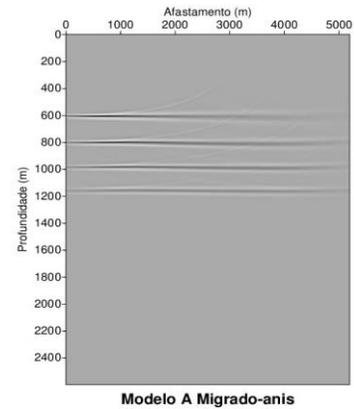


Figura 14: Migração pós-empilhamento do Modelo A utilizando a migração por feixes gaussianos, para meios anisotrópicos.

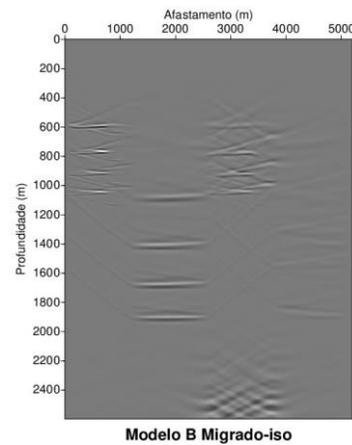


Figura 15. Migração pós-empilhamento do Modelo B por deslocamento de fase, para meios isotrópicos.

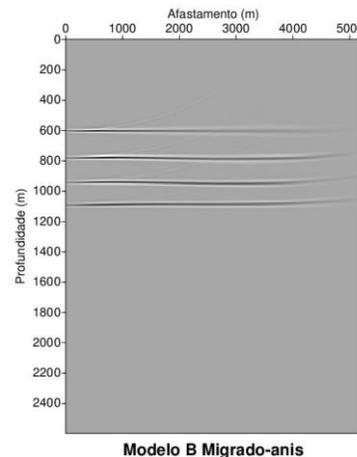


Figura 16. Migração pós-empilhamento do Modelo B utilizando a migração por feixes gaussianos, para meios anisotrópicos.

Pode-se observar na Figura 16 que a estimativa dos parâmetros da segunda camada (Modelo B) afetou a migração das camadas seguintes. Isso resultou numa migração não exata em relação a verdadeira profundidade. A migração no Modelo A com parâmetros de anisotropia menores de 0.2 mostrou um resultado melhor, conforme pode ser visto na Figura 14.

Discussão e Conclusões

A aproximação hiperbólica tradicional, que ainda é usada para muitos algoritmos de processamento para correções de sobre tempo, migração no domínio do tempo, atenuação de múltiplas e na análise de velocidade, é inadequada quando se observa anisotropia ou significativas heterogeneidades estão envolvidas.

As comparações numéricas mostraram que as aproximações apresentam um erro relativo maior quando são utilizados valores de $|\varepsilon - \delta| > 0.2$. No entanto, a aproximação de Fomel (2004) apresentou erros inferiores em relação às outras aproximações para o cálculo do tempo de reflexão.

A utilização de um sistema híbrido de otimização combinando o resultado da inversão de um método estocástico como modelo inicial na inversão de Levenberg-Marquardt poderia melhorar os resultados, seja do ponto de vista de erro entre o modelo verdadeiro e o recuperado, seja do ponto de vista do tempo de máquina. No entanto, devido ao porte pequeno dos exemplos tratados, a utilização do método determinístico puro não caracteriza um fator limitante.

Agradecimentos

F. G. Ortega agradece à CAPES pela bolsa de doutorado e bolsa DTI. A. Bassrei agradece ao CNPq e à Universidade de Stanford pelo apoio à sua estada de um ano como professor visitante. F. G. Ortega e A. Bassrei agradecem ao CNPq e à PETROBRAS pelo apoio ao projeto INCT-GP e à FINEP pelo apoio ao projeto Rede 01. J. Torres agradece ao grupo de pesquisa em Geologia e Geofísica PANGEA e à Vice-reitoria de Pesquisa da Universidade de Pamplona.

Referências

- Aleixo, R. (2009) Tempos de Trânsito em Meios com Isotropia Transversal Vertical (VTI): Aproximações e Inversão dos Parâmetros, Tese de Doutorado, IMECC, UNICAMP.
- Fomel, S. (2004) On anelliptic approximations for qP velocities in VTI media, *Geophysical Prospecting*, v. 52, 247-259.
- Stovas, A. & Ursin, B. (2003) Reflection and transmission responses of layered transversely isotropic visco-elastic media. *Geophysical Prospecting*, v. 51, 447-477.

Tsvankin, I. & Thomsen, L. (1994) Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media: *Geophysics*, v. 59, 1290-1304.

Thomsen, L. (1986) Weak elastic anisotropy: *Geophysics*, 51, 1954-1966.

Anexo

Os tempos observados \mathbf{d} são obtidos pelo operador de modelagem direto t sobre os parâmetros \mathbf{m} do modelo:

$$\mathbf{d} = t(\mathbf{m})$$

Expandindo essa função em series de Taylor em torno de um parâmetro inicial \mathbf{m}^0 e ignorando os termos de ordem superior obtemos:

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^0 + \frac{\partial t(\mathbf{m}^0)}{\partial \mathbf{m}} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^0)$$

Considere agora um processo iterativo da seguinte forma:

$$\mathbf{d}^{(k)} = \mathbf{d}^{obs} + \mathbf{H}^{(k)} (\mathbf{m}^{(k+1)} - \mathbf{m}^{(k)}),$$

que pode ser reescrito como:

$$\Delta \mathbf{d}^{(k)} = \mathbf{H}^{(k)} \Delta \mathbf{m}^{(k)}, \quad (9)$$

onde

$$\Delta \mathbf{d}^{(k)} = \mathbf{d}^{(k)} - \mathbf{d}^{obs},$$

e

$$\Delta \mathbf{m}^{(k)} = \mathbf{m}^{(k+1)} - \mathbf{m}^{(k)}.$$

Resolvendo $\Delta \mathbf{m}^{(k)}$ na equação (9):

$$\Delta \mathbf{m}^{(k)} = [\mathbf{H}^{(k)}]^\dagger \Delta \mathbf{d}^{(k)}.$$

Desse modo, a solução atualizada no processo iterativo considerando o amortecimento da matriz (método de Levenberg-Marquardt) é expressa como:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + [\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{H}^{(k),T} + \lambda \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{H}^{(k),T} \Delta \mathbf{d}^{(k)}, \quad (10)$$

onde λ é o fator de amortecimento e \mathbf{I} é a matriz identidade. A matriz $[\mathbf{H}^{(k)} \mathbf{H}^{(k),T} + \lambda \mathbf{I}]$ na equação (10) é não singular, de modo que pode ser invertida. Neste trabalho, do ponto de vista computacional, foi utilizada a decomposição por valores singulares (SVD) para a inversão da matriz na equação (10). Esse procedimento não é custoso na medida em que as matrizes envolvidas são de pequeno porte. Também, o método SVD tem a vantagem de permitir a análise da singularidade da matriz a ser invertida.