



Estimativa de velocidade e espessura por inversão de tempo de trânsito

Wildney W. S. Vieira, Lourenildo W. B. Leite, Raimundo N. C. Carneiro* e Marlon de Sousa Mota*. UFPA,UFOPA*

Copyright 2016, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica.

Este texto foi preparado para a apresentação no VII Simpósio Brasileiro de Geofísica, Ouro Preto, 25 a 27 de outubro de 2016. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do VII SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumo

Objetivo central do trabalho é estudar o problema de inversão sísmica de reflexão para dados marcados em seções ponto-médio-comum (PMC) usando como modelo uma distribuição de camadas homogêneas, isotrópicas, com interfaces plano-horizontais como refletores. Esse problema de inversão é não-linear, multivariado e foi resolvido pelo método de derivadas resultante de uma aproximação em série de Taylor de primeira ordem. A marcação de eventos na seção tempo-distância é de fundamental importância no processo de inversão, e os pontos marcados constituem os dados de entrada juntamente com as informações a priori do modelo a ser ajustado.

Introdução

A aplicação deste trabalho é voltada a bacias sedimentares em ambientes marinhos para se obter uma distribuição de velocidades para a subsuperfície, onde o modelo plano-horizantal é aplicado por partes e usado como um modelo inicial em processos posteriores.

A descrição das propriedades estatísticas do operador de tempo de trânsito é através da solução de um problema de otimização onde a função objeto de minimização é dada pela raiz quadrada da soma dos desvios ao quadrado. O problema é classificado como ajuste de curvas não-linear multiparamétrico. O método de otimização aplicado na investigação deste trabalho é o Gradiente de Segunda Ordem.

O problema sísmico original é apresentado convenientemente na seguinte forma: Dado a seção sísmica observada $t^{obs}(x)$ no espaço dos dados D , deseja-se encontrar um modelo \mathbf{m} no espaço dos parâmetros M cujo dados preditivos $t^{pre}(x; \mathbf{v}, z)$ ajuste aos dados observados no sentido da norma-2.

A praticidade e a importância de usar um modelo formado por camadas homogêneas, plano-horizontais, com a finalidade de imagear bacias sedimentares e estruturas crostais tem sido argumentado por vários autores como, por exemplo, Roksandic (1978). Hubral (1976) estende o modelo 2D para 3D para dar um conceito geologicamente mais real. Em outros estudos, Justice (1986) aponta o problema de inversão para dados tempo-distância, e Macdonald (1986) enfatiza o problema de inversão sísmica levando em consideração a amplitude e o tempo.

O trabalho clássico de Tarantola (2005) usa como um

formalismo para o imageamento sísmico princípios de processos estocásticos, enquanto Parker (1994) usa o formalismo do espaço vetorial de funções. Vários autores, entre eles Lines (1993), Ross (1994), Rathor (1997) e Vieira (2011), destacam o problema de ambiguidade na estimativa da distribuição de velocidade com a profundidade a partir de dados tempo-distância na reflexão sísmica.

Koren and Ravve (2006) descrevem a inversão, aqui denominada Durbaum-Dix, sob a condição de vínculos para estimar a distribuição de velocidade intervalar $v = v_{int}$ no tempo, a partir de valores marcados de velocidade $v = v_{RMS}$ (que pode ser usada como velocidade de empilhamento) e do tempo-duplo de trânsito correspondente t_0 . A relação entre as velocidades v_{RMS} e v_{int} é escrita abaixo, e este par de equações é denominado de transformada Durbaum-Dix. Neste método, a velocidade intervalar é definida por $v_{int,n} = \Delta z_n / \Delta t_n$ (intervalo temporal $\Delta t = t_n - t_{n-1}$) e o correspondente intervalo em profundidade $\Delta z = z_n - z_{n-1}$ onde os subscritos n e $n-1$ indicam, respectivamente, base e topo dos intervalos temporais que não são necessariamente uniformes. O par de transformadas Durbaum-Dix, para o caso específico de pequenos afastamentos, é dado por:

$$v_{RMS,n} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i} \right]^{1/2} \Leftrightarrow v_{int,n} = \left[\frac{v_{RMS,n}^2 t_n - v_{RMS,n-1}^2 t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \right]^{1/2} \quad (1)$$

Este par de transformadas (Durbaum-Dix) tem limitações sendo uma delas não levar em consideração o efeito da convolução na resposta do meio ao impulso para gerar o traço sísmico. Considerando o modelo convolucional simples, as interfaces seriam representadas por funçõeses Delta de Dirac (impulsos) com amplitude proporcional ao contraste de impedância. O par representa também um exemplo de inversão direta (propriamente dita), não-vinculada, explícita, na qual a velocidade instantânea (local na seção profundidade) é admitida constante por intervalo. É comum a descrição na literatura que a transformada Durbaum-Dix pode produzir valores não realísticos e oscilantes, até mesmo para variações pequenas de velocidade v_{rms} .

Modelo Direto

A descrição de aspectos físicos e geométricos dos modelos para o cálculo teórico do tempo-duplo de trânsito põe em destaque modelos de camadas plano-horizontais. Para o modelo clássico formado de camadas plano-horizontais (homogêneas e isotrópicas), com uma fonte pontual esfericamente simétrica, o espalhamento de energia obedece a uma descrição dependente do tempo-duplo de trânsito vertical de cada camada, Δt_i . Para o caso de afastamento-qualquer, o tempo duplo de propagação, $t(p)$, é dado em função do parâmetro horizontal do raio, p ,

com i representando o índice da camada, v_i a velocidade, Δt_i o tempo simples de trânsito vertical, z_i a espessura e n o índice do refletor, como ilustrado na Figura 1. Considerando o caso de afastamento-nulo, o tempo duplo de propagação, $t(p)$, em função do parâmetro horizontal do raio, é dado por:

$$t(p=0) = 2 \sum_{i=1}^n \Delta t_i = 2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i}.$$

E o raio de curvatura da frente de onda para o tempo-duplo é dado por:

$$R_0(x=0) = \frac{1}{v_0} \sum_{i=1}^n \Delta t_i v_i^2.$$

Em que, v_i é a velocidade, Δt_i é o tempo simples de trânsito vertical à camada i e z_i é a espessura relativa à camada i e n é o índice do refletor (Newman, 1973).

Para um afastamento arbitrário, o tempo-duplo, $t(p)$, e o afastamento correspondente, $x(p)$, são calculados de forma independente; isto é, $t(p)$ não é escrito em termos de $t(x)$, e são dados por:

$$t(p) = 2 \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{\sqrt{1-p^2 v_i^2}}; \quad e \quad x(p) = 2 \sum_{i=1}^n \frac{v_i^2 p \Delta t_i}{\sqrt{1-p^2 v_i^2}} \quad (2)$$

onde $p = \sin \theta_0 / v_i$ é a vagarosidade, ou parâmetro horizontal do raio, e θ_0 é o ângulo de partida ($\theta \leq |\pi/2|$).

O atributo básico da frente de onda, remusido com o raio de curvatura, é dado por (Newman, 1973):

$$R_0(x) = \frac{\sqrt{1-p^2 v_1^2}}{p v_1} \left[x^2 + 2x \sum_{i=1}^n z_i \left(\frac{p v_i}{\sqrt{1-p^2 v_i^2}} \right) \right]$$

ϕ e serve como modelo para medir a atenuação do campo por divergência esférica, que é uma medida relacionada ao conceito de amplitude verdadeira.

Na forma prática de trabalho se deseja que a equação temporal seja escrita em função do afastamento na forma geral $t = t(x)$, onde participam os parâmetros das camadas envolvidas (velocidade, v ; espessuras, z). Como consequência, a correção ao afastamento-nulo utiliza a trajetória expressa pela lei hiperbólica que relaciona diretamente ao afastamento fonte-receptor (Sheriff and Geldart, 1982) segundo a equação:

$$t(x) = \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{v_{RMS,n}^2}}. \quad (3)$$

Na equação (3) acima, v_{RMS} é a velocidade média-quadrática e t_0 :

$$v_{RMS} = \left[\sum_{i=1}^n v_i z_i / \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i} \right]^{1/2} \quad e \quad t_0 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i} \quad (4)$$

A Figura 1 ilustra o caso de camadas planas e os parâmetros envolvidos nestas equações.

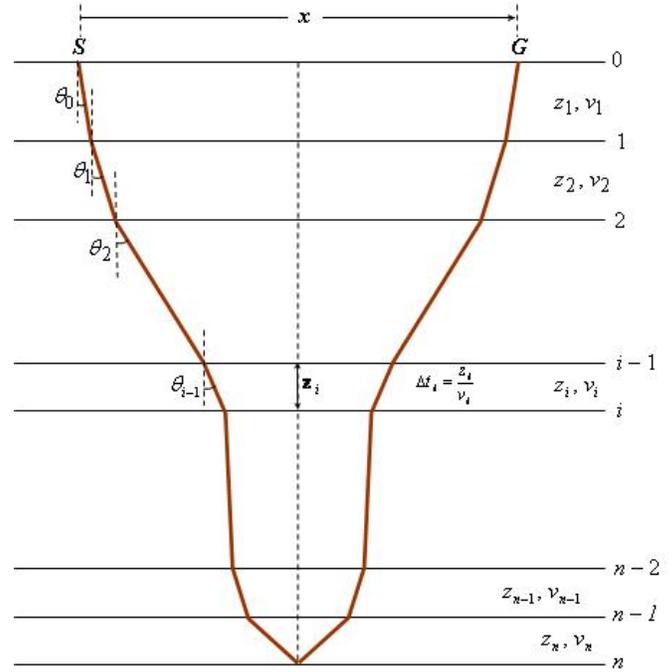


Figura 1: Modelo de camadas plano-horizontais, homogêneas, isotrópicas, onde estão indicados: a fonte (S), o sensor (G), a velocidade da camada k (v_k), a espessura da camada k (z_k); o tempo de trânsito vertical simples (Δt_k) e o ângulo de incidência vertical (θ_k). Está também representado um evento primário em traço vermelho. Eventos que não obedecerem a este critério, ou geometria, são considerados múltiplas.

Modelo Inverso

O método de otimização aplicado na investigação deste trabalho é o Gradiente de Segunda Ordem. A função medida de desajuste, $\phi(\mathbf{m})$, é expressa por:

$$\phi(\mathbf{m}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [t_i^{obs} - t_i^{pre}(\mathbf{m})]^2} \quad (5)$$

Para o método de otimização adota-se neste trabalho o princípio de inversão representado pela figura 2.

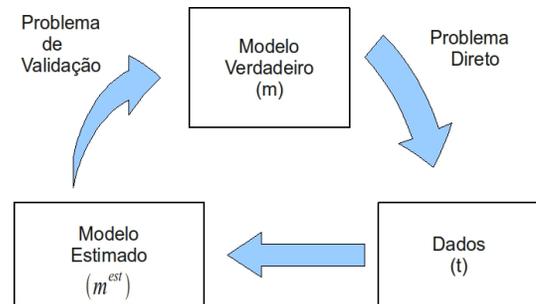


Figura 2: Representação canônica do princípio de inversão.

Método do Gradiente de Segunda Ordem

Este método é baseado na expansão em série de Taylor multivariada, em termos dos parâmetros \mathbf{m} , de uma função que representa os dados e o modelo $t(x; \mathbf{m})$, onde os dados são neste caso tempo-duplo de trânsito. A série lineariza o problema para permitir uma solução a partir de uma posição conhecida \mathbf{m}_1 e de suas derivadas. Representando a função dos dados por $t(x; \mathbf{m})$, sendo x a distância fonte-sensor, e \mathbf{m} o vetor dos parâmetros a serem resolvidos (velocidade v_n e espessura z_n). A expansão em série de Taylor tem a forma:

$$t(x; \mathbf{m}_2) \cong t(x; \mathbf{m}_1) + \sum_{j=1}^M \frac{\partial t}{\partial m_j}(x; \mathbf{m}_1) \Delta m_j. \quad (6)$$

A partir desta expansão é definido o tempo observado, representando a variável aleatória:

$$t(x; \mathbf{m}_2) = t^{obs}(x; \mathbf{m}_2 = real) = t^{obs}(x); \quad (7)$$

e o tempo preditivo representando o modelo teórico

$$t(x; \mathbf{m}_1) = t^{pre}(x; \mathbf{m}_1 = modelo) = t^{pre}(x). \quad (8)$$

A partir desses se escreve que:

$$t^{obs}(x) - t^{pre}(x) = \sum_{j=1}^M \frac{\partial t^{pre}}{\partial m_j}(x; \mathbf{m}) \Delta m_j. \quad (9)$$

E na forma matricial:

$$\Delta \mathbf{t}(x; \mathbf{m}) = \mathbf{G}(x; \mathbf{m}) \Delta \mathbf{m}. \quad (10)$$

A equação (10) é a forma linearizada para a solução do problema não-linear, onde $\Delta \mathbf{t}(x; \mathbf{m})$, ($N \times 1$), é um vetor coluna que representa o desvio dos dados, $\Delta \mathbf{m}$, ($M \times 1$), é um vetor coluna que representa o desvio dos parâmetros, e $\mathbf{G}(x; \mathbf{m})$, ($N \times M$), é a matriz Jacobiana do problema que tem os dados ao longo das colunas e os parâmetros ao longo das linhas e dada por:

$$G_{i,j} = \frac{\partial t^{pre}}{\partial m_j}(x; \mathbf{m}), \quad (i = 1, N; j = 1, M) \quad (11)$$

As derivadas da equação (11) representam as funções sensibilidade da otimização com relação aos parâmetros $m_{j=1} = v$ e $m_{j=2} = z$.

O problema é definido como sendo sobre-determinado (puro), uma vez que a quantidade de dados é considerada maior do que a de parâmetros a determinar, ($N > M$), e todos eles considerados com a mesma amostragem. O método de minimização é por derivadas na forma $\partial \phi(\mathbf{m}) / \partial \mathbf{m} = 0$, o que estabelece um mínimo local. A linearização do problema de inversão estabelecido é dado pela equação $\mathbf{G} \Delta \mathbf{m} = \Delta \mathbf{t}$. A solução do problema-linear é da seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{m} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T \Delta \mathbf{t}. \quad (12)$$

A atualização dos parâmetros durante as iterações é dada por:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^k + \gamma \Delta \mathbf{m} \quad (13)$$

onde γ é um fator de ponderação (atenuação ou amplificação) da solução encontrada $\Delta \mathbf{m}$, e k indica o número de iterações realizadas no processo de inversão.

Matriz de Resolução

A análise estatística do método foi feita através das matrizes Resolução dos Dados, Resolução dos Parâmetros e da Matriz Covariância Unitária. Estas matrizes são entendidas como atributos do método do gradiente de segunda ordem, e envolvem as matrizes do problema, \mathbf{G} , e a inverso generalizado \mathbf{G}^{-g} (Menke, 2002). Para o problema sobre-determinado, temos que $\mathbf{G}^{-g} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T$.

A matriz resolução dos parâmetros é dada por:

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{G}^{-g} \mathbf{G}. \quad (14)$$

A matriz resolução dos dados é dada por:

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{G} \mathbf{G}^{-g}. \quad (15)$$

A matriz covariância unitária é dada por:

$$cov_u(\mathbf{m}) = \sigma^{-2} \mathbf{G}^{-g} [cov_t] \mathbf{G}^{-gT} = \mathbf{G}^{-g} \mathbf{G}^{-gT}. \quad (16)$$

Resultados

Os dados reais da Bacia Marinha usados neste trabalho foram levantados pela PETROBRAS em 1985, e a linha sísmica selecionada foi a de número L5519 da Bacia do Camamu, e o PMC apresentado é a de número 237. A linha é composta de 1098 pontos de tiro, com arranjo unilateral-direito. O intervalo de amostragem é 4ms. O espaçamento entre os geofones é 13,34m com o primeiro geofone localizado a 300m da fonte. O espaçamento entre as fontes é de 26,68m.

A marcação de eventos na seção tempo-distância é de fundamental importância no processo de inversão, e os pontos marcados constituem os dados de entrada juntamente com as informações a priori do modelo a ser ajustado. A Figura 3 mostra a seção sísmica usada para a marcação de pontos, e os eventos selecionados como reflexões primárias. Sendo assim, a marcação deve, por princípio, evitar trechos que representem múltiplas, difrações e interseções. A 4 mostra a parte selecionada para a apresentação com 5 eventos refletores.

Os parâmetros de velocidade e espessura para o modelo preditivo inicial está dado na Tabela 1, onde a distribuição é linear.

Tabela 1: Valores de velocidade e espessura do modelo preditivo inicial.

Camada	Velocidade (m/s)	espessura (m)
1 ^a	1700	1550
2 ^a	1973	400
3 ^a	2036	450
4 ^a	2106	500
5 ^a	2183	550

A Figura 5 representa o tempo de trânsito observado e o preditivo inicial. Observa-se que o tempo preditivo inicial está muito longe do tempo de trânsito observado.

As Figuras 6 e 7 representam as derivadas normalizadas em unidade de tempo, para os 5 eventos calculados a

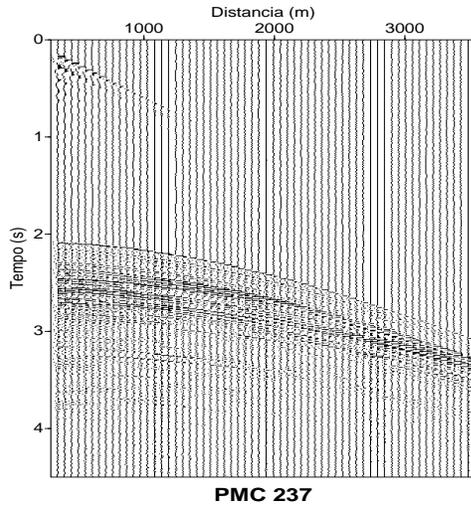


Figura 3: Seção PMC-237 do dado real Camamu L5519 selecionada para mostrar os resultados das etapas do processo de marcação de eventos e inversão. Observa-se na parte superior a onda direta e as ondas de superfície da água, e abaixo os eventos de reflexão.

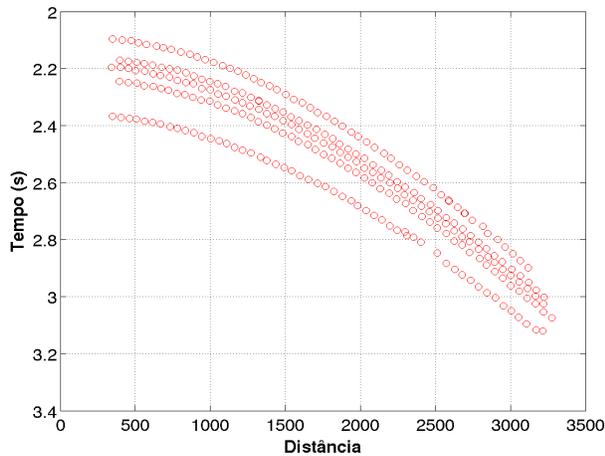


Figura 4: Dados observados selecionados da Seção PMC-237 para mostrar os resultados das etapas do processo de inversão em cinco eventos refletivos.

partir das equação (11) no processo de inversão, onde se observa formas semelhantes, mas individualizado em relação aos valores na ordenada. A cor azul representa a 1ª reflexão, a verde representa a 2ª, a vermelha representa a 3ª, azul-claro representa a 4ª e a roxa representa a 5ª.

As Figuras 8, 9 e 10 representam, respectivamente, a função objeto de minimização em relação ao número de iterações, a evolução do parâmetro de velocidade e espessura intervalares. O número máximo de iterações foi de 500, e a função objeto de minimização foi calculada de acordo com a equação (5). A condição de parada foi

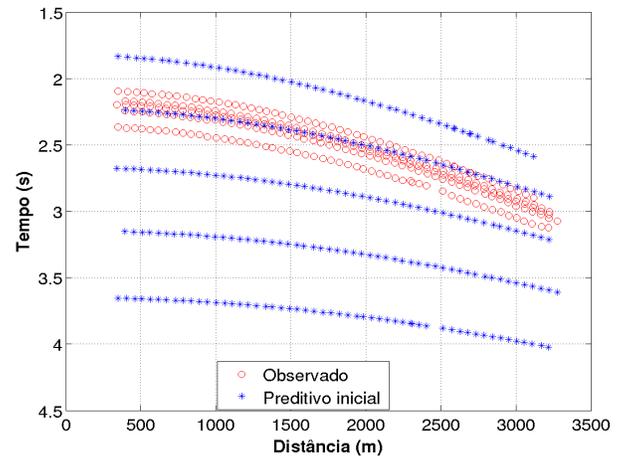


Figura 5: Tempo de trânsito observado e preditivo inicial.

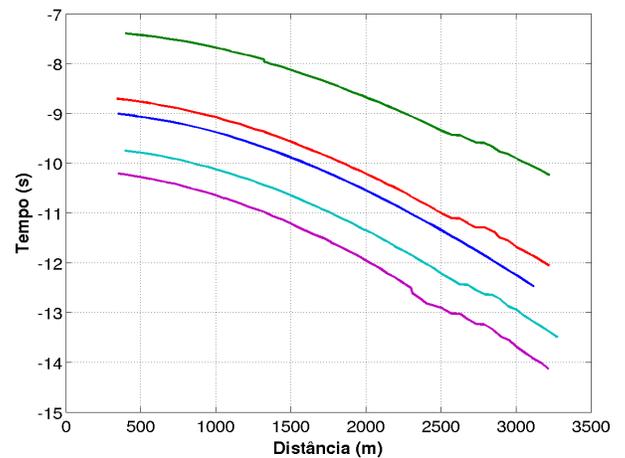


Figura 6: Derivadas em relação a velocidade para cinco refletivos.

$\phi_k(\mathbf{m}) < 0,0001$. O número de iterações que melhor ajusta o modelo foi a partir de 300.

A Figura 11 representa o ajuste tempo-distância que resolve os parâmetros velocidade e espessura intervalares. Observa-se que os intervalos descritos são não-uniformes e relacionados aos eventos refletivos marcados. A análise visual desta figura leva a considerar o ajuste como bom.

A Tabela 2 resume os resultados para os 5 eventos de reflexão selecionados, onde se observa a coerência dos valores obtidos para a camada d'água. Neste sentido, é possível continuar na investigação mais completa da seção através da inclusão de informação apriori e na forma de vínculos explícitos e implícitos. Mesmo com o dado preditivo de partida muito distante do dado observado, a inversão consegue ajustar o modelo ao dado observado.

A Tabela 3 resume as velocidades RMS estimadas para os 5 eventos de reflexão selecionados, após o método de inversão.

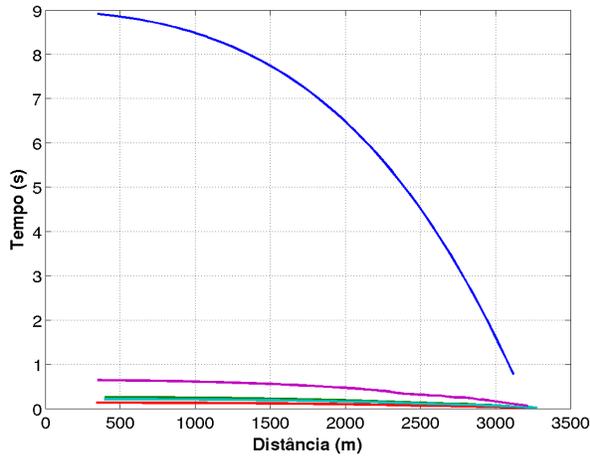


Figura 7: Derivadas em relação a profundidade para cinco refletores.

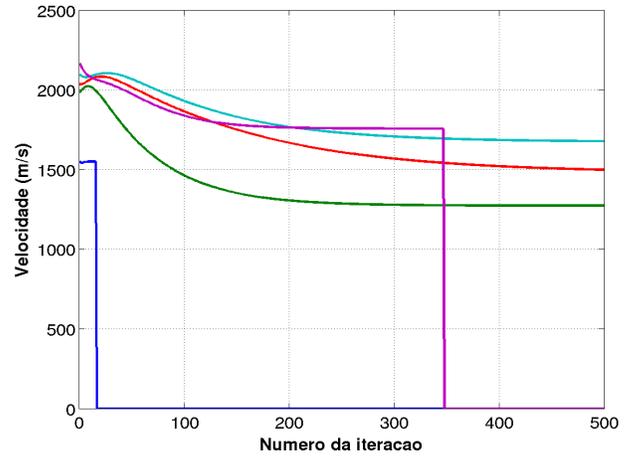


Figura 9: Parâmetro velocidade para os cinco refletores selecionados.

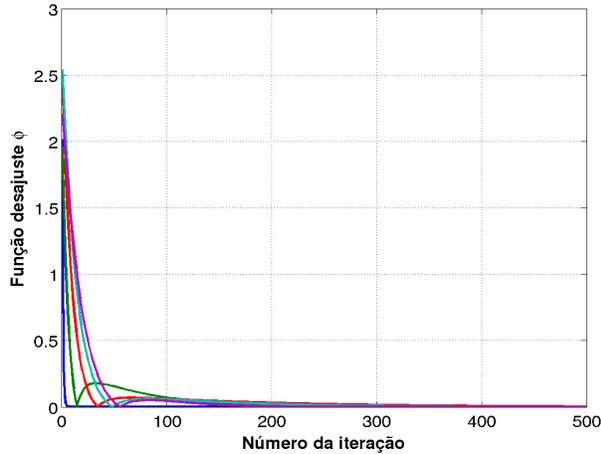


Figura 8: Função objeto de minimização para os cinco refletores selecionados.

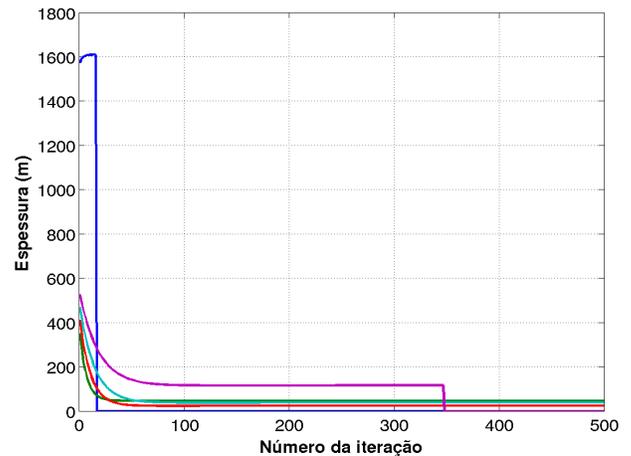


Figura 10: Parâmetro espessura para os cinco refletores selecionados.

Tabela 2: Valores de velocidade e espessura estimada do modelo preditivo.

Camada	Velocidade (m/s)	espessura (m)
1 ^a	1550	1610
2 ^a	1272	46
3 ^a	1498	24
4 ^a	1677	38
5 ^a	1756	115

Tabela 3: Velocidades RMS estimadas do modelo preditivo.

Camada	Velocidade RMS estimada (m/s)
1 ^a	1500
2 ^a	1542
3 ^a	1541
4 ^a	1544
5 ^a	1557

A Figura 12 representa a matriz resolução dos dados de acordo com a equação (15) para a primeira camada.

Conclusões

Este trabalho é fortemente dependente de um processo de marcação de eventos de reflexão para que haja rapidez no seu uso na estimativa dos parâmetros análise de velocidade inicial para seções sísmicas, e de forma gráfica.

Em segundo lugar, os resultados obtidos levam à

conclusão da necessidade de fortes informações a priori sobre o modelo em subsuperfície; isto é, para os valores de velocidade e espessura intervalares não-uniformes. O processo de inversão resolve os intervalos de cima para baixo, e de forma independente, mas conservando cada solução anterior.

Os parâmetros de controle para se obter uma solução plausível são: o número de iterações, fator de atenuação-amplificação da solução para refletor, a solução inicial para

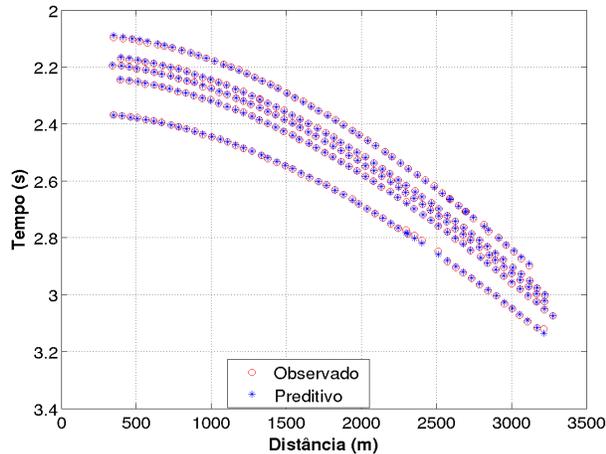


Figura 11: Tempo observado e preditivo para os cinco refletores selecionados.

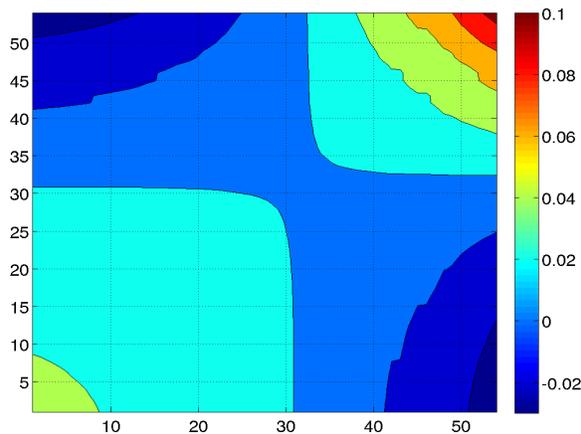


Figura 12: Matriz resolução dos dados para a primeira camada.

cada refletor, e o coeficiente de regularização matricial.

Agradecimentos

Os autores agradecem à UFPA (*Universidade Federal do Pará*), UFOPA (*Universidade Federal do Oeste do Pará*), FINEP (*Financiadora de Estudos e Projetos*), ANP (*Agência Nacional do Petróleo*) e PETROBRAS (*Petróleo Brasileiro S/A*) ao suporte dado pela pesquisa deste trabalho, e em especial ao (*Instituto Nacional de Ciência e tecnologia, INCT-GP, do MCT/CNPq/FINEP*).

Referências

- Hubral, P. H. W., 1976, Interval velocities from surface measurements in the three-dimensional plane layer case:, **41**, no. 2, 233–242.
- Justice, H. J., 1986, Traveltime inversion for the flat-layer model:, **51**, no. 10, 1904–1911.
- Koren, Z., & Ravve, I., 2006, Constrained dix inversion:, **7**, no. 6, 113–130.

Lines, L., 1993, Ambiguity in analysis of velocity and depth:, **58**, no. 4, 596–597.

Macdonald, C., 1986, Inverting seismic data using reflection travel times and amplitudes: Los Angeles: University of California.

Menke, W., 2002, Geophysical data analysis: discrete inverse theory: Academic Press.

Newman, P., 1973, Divergence effects in a layered earth:, **38**, no. 3, 481–488.

Parker, R. L., 1994, Geophysical inverse theory: Princeton University Press.

Rathor, S. B., 1997, Velocity-depth ambiguity in the dipping reflector case:, **62**, no. 5, 1583–1585.

Roksandic, M. M., 1978, Seismic facies analysis concepts:, **26**, 383–398.

Ross, S. W., 1994, The velocity-depth ambiguity in seismic travelttime data:, **59**, no. 5, 830–843.

Sheriff, R. E., & Geldart, L. P., 1982, Exploration seismology:, volume 1 and 2 Cambridge: University Press.

Tarantola, A., 2005, Inverse problem theory and methods for parameter estimation: SIAM.

Vieira, W. W. S., 2011, Análise de velocidade por otimização do semblance na reflexão sísmica: Master's thesis, Universidade Federal do Pará.