



Influência do Comprimento do passo na Inversão da Forma de Onda (FWI)

Rafael Abreu de Cristo (CPGG/UFBA), Milton José Porsani (CPGG/UFBA)

Copyright 2016, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica.

Este texto foi preparado para a apresentação no VII Simpósio Brasileiro de Geofísica, Ouro Preto, 25 a 27 de outubro de 2016. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do VII SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

Abstract

The waveform inversion (FWI) is a technique to obtaining seismic velocity field from the fit between the observed and calculated data. In the oil industry it has been widely used due the fact improve lateral resolution of seismic section, it can be inferred more accurately reservoirs before undetected. Due to the high nonlinearity of the problem, and high computational cost, this problem has become challenging, in order to find a best fit between observed and calculated data in a shortest possible time. Therefore, for each current model adopts is a search towards the global minimum and stride length toward this minimum. This study aims to estimate the best step length between two step lengths calculation methods tested for this objective function is as small as possible and that it occurs in a shorter time as possible. In the calculation of the search direction, two methods can be used: steepest-descent or LBFG-S, among others. This work used the steepest-descent method.

Introdução

A inversão da forma de onda (FWI) propõe obter o ajuste entre os sismogramas observados, obtidos em uma aquisição sísmica, e os sismogramas calculados a partir de um campo de velocidade inicial que pode utilizar como informação a priori a tomografia sísmica ou informação geológica da região. Para cada iteração na inversão um modelo corrente é atualizado a partir do cálculo da direção de busca e do comprimento do passo. O modelo corrente é então atualizado e é verificado se a função objetivo, ou seja, o ajuste entre os sismogramas observados e calculados estão melhores, caso afirmativo o processo recomeça até que todas as iterações sejam realizadas, caso contrário a inversão entrará num método chamado de busca em linha (*backtracking*) o qual tenta encontrar o comprimento do passo que minimiza a função objetivo. Esse método de busca em linha é feito reduzindo o valor do comprimento do passo a cada iteração e verificando se a função objetivo diminuiu.

A escolha do comprimento do passo é decisiva para que a inversão não entre repetidamente no método de busca em linha, demandando um maior custo

computacional. Portanto o presente trabalho tenta estabelecer, comparando dois procedimentos para o cálculo do comprimento do passo, para estabelecer qual o melhor deles deve ser adotado.

A inversão da forma de onda foi utilizada num modelo simples sintético com um espalhador circular com uma anomalia de velocidade de $1800m/s$ e o modelo inicial não possui esse espalhador. A inversão da forma de onda irá tentar recuperar esse espalhador em 20 iterações, para uma frequência máxima da fonte de $20Hz$. Além disso serão apresentados os sismogramas calculados comparados com o observado e a cada iteração da inversão da forma de onda quantas vezes, para um determinado comprimento de passo, a inversão entra no método de busca em linha. A frequência de $20Hz$ é relativamente baixa para o modelo, para que a função objetivo não convirja para mínimos locais. A técnica foi realizada no domínio do tempo (Bunks et al. (1995)).

Inversão da Forma de Onda

A inversão da forma de onda, matematicamente, pode ser apresentada da seguinte forma:

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}(\mathbf{m})\mathbf{m} \quad (1)$$

onde \mathbf{d} são os dados observados, \mathbf{G} o operador de modelagem e \mathbf{m} o campo de velocidade. Devido à dificuldade de se encontrar a inversa da matriz \mathbf{G} é feita um processo de minimização do tipo mínimos quadrados. Define-se uma função objetivo ou função custo, representada por:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \|\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}\|^2 \quad (2)$$

a qual será minimizada, obtendo-se o melhor modelo \mathbf{m} . Devido a não linearidade do problema, ou seja, o operador de modelagem \mathbf{G} depende dos parâmetros do modelo \mathbf{m} , a função objetivo apresentará mais de um mínimo, portanto o modelo estimado não é necessariamente o melhor. Um aspecto importante que deve ser destacado é que para se contornar esse problema de uma forma prática, adota-se frequências baixas na geração da fonte o que suaviza a função objetivo diminuindo a quantidade de mínimos locais e evidenciando mais o mínimo global. O comprimento do passo desempenha um papel importante no caminho ao mínimo global. O trabalho compara dois métodos da determinação do comprimento do passo e demonstra qual o melhor, levando em conta o custo computacional e o valor de função objetivo.

Solução do Problema Direto

O problema direto consiste em resolver a equação completa da onda, definida por:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} = \nabla^2 \mathbf{P} + \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \quad (3)$$

onde P é o campo de pressão e \mathbf{S} é a fonte, a qual no trabalho a utilizada foi a ricker, c é o campo de velocidade. A equação então foi discretizada pelo método de diferenças finitas de segunda ordem no tempo (Araújo (2009)) obtendo:

$$\mathbf{P}^{n+1} = 2\mathbf{P}^n - \mathbf{P}^{n-1} + c^2 \Delta t^2 \nabla^2 \mathbf{P} + \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \quad (4)$$

no espaço, o laplaciano do campo de pressão utilizou o método de diferenças finitas de oitava ordem para se evitar a dispersão numérica, já que uma modelagem mais precisa otimiza o ajuste entre os sismogramas calculados e os observados. A figura abaixo mostra a evidencia o aumento da ordem do método de diferenças finitas e o efeito da dispersão numérica para um campo de onda se propagando em um modelo de velocidade constante de $5000m/s$ com uma frequência máxima de $80Hz$.

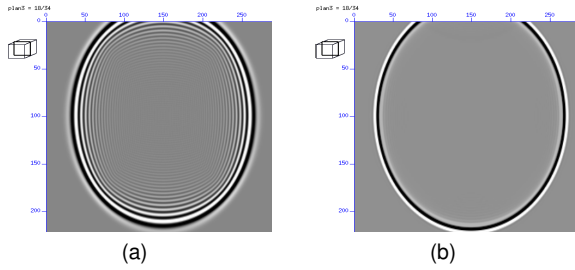


Figura 1: Na figura à esquerda (a) foi utilizado um operador de segunda ordem no tempo e na figura à direita (b) foi utilizado um operador de oitava ordem no tempo.

Solução do Problema Inverso

O problema inverso consiste em determinar o melhor modelo estimado minimizando a função objetivo. A atualização do modelo é feita pela equação abaixo:

$$\mathbf{m}_{k+1} = \mathbf{m}_k + \Delta \mathbf{m} \quad (5)$$

o cálculo de $\Delta \mathbf{m}$ pelo método do gradiente pode ser estimado como sendo:

$$\Delta \mathbf{m} = \alpha_k \mathbf{g}_k \quad (6)$$

onde o gradiente \mathbf{g}_k pode ser estimado (Virieux and Operto (2009)):

$$\mathbf{g}_k = \frac{2}{c^3} \int_0^T \lambda \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t^2} dt \quad (7)$$

e α_k é o comprimento do passo para cada iteração, λ é a depropagação do resíduo entre o dado calculado e o observado.

Comprimento do Passo

Para uma inversão linear utilizando o método gradiente o comprimento do passo seria determinado por (dos Santos (2013)):

$$\alpha_k = \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{g}_k^T \mathbf{G} \mathbf{g}_k} \quad (8)$$

Para o caso não linear (Barzilai and Borwein (1988)) propôs um método para calcular o comprimento do passo:

$$\alpha_{BB1}^k = \frac{\mathbf{s}_{k-1}^T \mathbf{s}_k}{\mathbf{s}_{k-1}^T \mathbf{y}_{k-1}} \quad (9)$$

onde $\mathbf{s}_{k-1} = \mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{k-1}$ é a diferença entre os modelos corrente e passado e $\mathbf{y}_{k-1} = \mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1}$ é a diferença entre os gradientes passado e corrente. Esta equação é válida para o cálculo de α da segunda iteração em diante. O valor do passo para a primeira iteração na FWI foi calculado por (Pica et al. (1990)):

$$\max(\epsilon \mathbf{g}_k) = 0.01 \max(\mathbf{m}_n) \quad (10)$$

Nos dois comprimentos de passo utilizado no trabalho, o primeiro comprimento do passo foi determinado pela equação (10). Outro método para o cálculo do comprimento do passo foi proposto por (Zhou et al. (2006)):

$$\alpha^k = \begin{cases} \alpha_{BB2}^k & , \text{se } \frac{\alpha_{BB2}^k}{\alpha_{BB1}^k} < \kappa \\ \alpha_{BB1}^k & , \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde α_{BB2}^k é calculado por:

$$\alpha_{BB2}^k = \frac{\mathbf{s}_{k-1}^T \mathbf{y}_{k-1}}{\mathbf{y}_{k-1}^T \mathbf{y}_{k-1}} \quad (11)$$

e κ é um número entre 0 e 1.

Resultados

Para um modelo simples com um espalhador circular de anomalia de $1800m/s$, número de amostras em z igual a 101, número de amostras em x igual a 201, $dx = 10m$ e $dz = 10m$, com frequência da fonte máxima de $20Hz$, com 11 tiros e 20 iterações na FWI; os resultados obtidos serão amostrados na seguinte ordem:

- Comparação entre os dados observados e calculados.
- Comparação entre o modelo inicial, modelo verdadeiro e modelo invertido.

- Gráfico da função objetivo com respeito ao número de iterações.
- Número de tentativas do método de busca em linha para cada iteração.

A comparação entre o sismograma observado e o sismograma calculado para o comprimento do passo calculado pela equação (9) está explicitado abaixo:

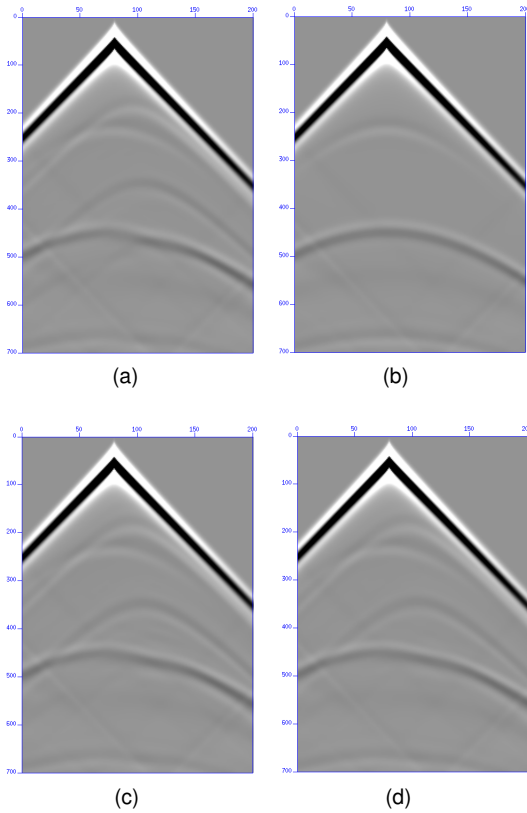


Figura 2: Na figura (a) tem-se o tiro 5 do sismograma observado, na figura (b) tem-se o tiro 5 do sismograma calculado utilizando o campo de velocidades sísmicas inicial, a figura (c) evidencia o sismograma calculado para o tiro 5 na última iteração utilizando o comprimento de passo definido pela equação (9) e na figura (d) tem-se, também o tiro 5, do sismograma calculado para o comprimento do passo definido pela equação (11) na última iteração.

O resultado encontrado para o comprimento do passo calculado pela equação (9) e (11) para o campo de velocidade sísmica é:

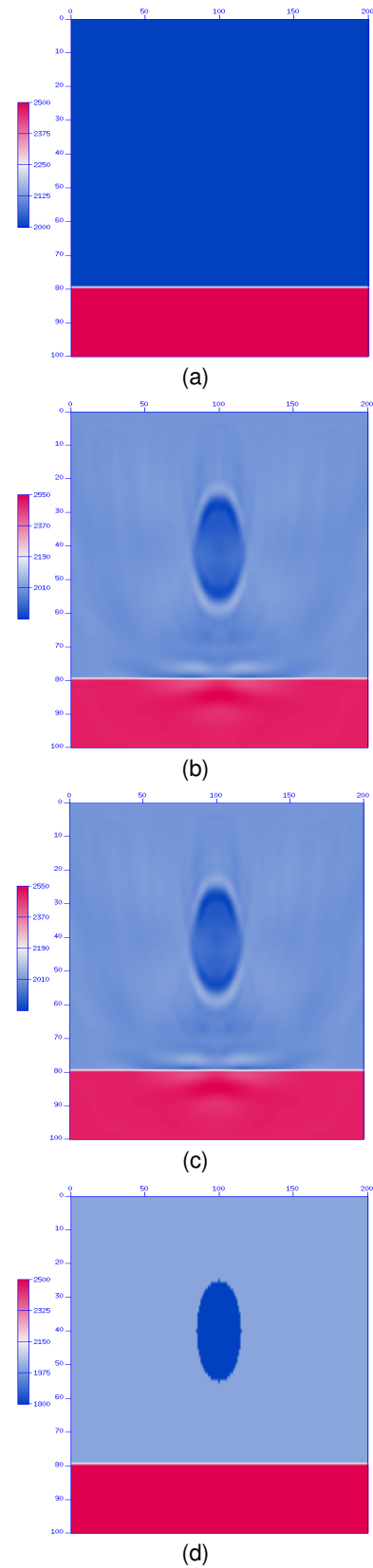


Figura 3: A figura (a) mostra o campo inicial de velocidade sem o espalhador; na figura (b) o campo invertido após 20 iterações para o comprimento do passo calculado pela equação (9), na figura (c) o campo invertido calculado pela equação (11) e a figura (d) representa o campo verdadeiro.

O gráfico da função objetivo em função do número de iterações para os dois comprimentos de passo utilizado no trabalho está representado abaixo:

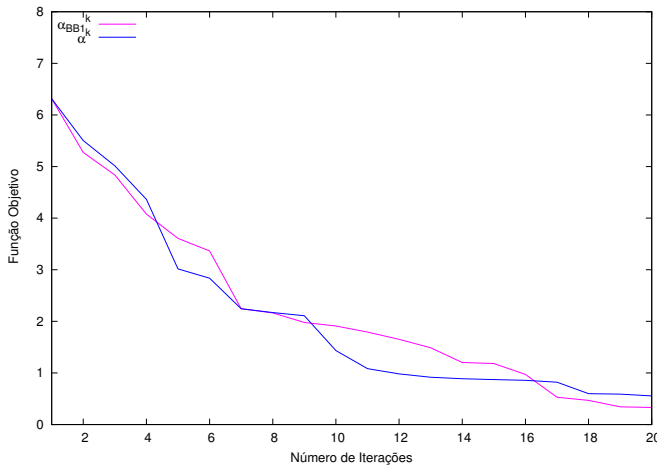


Figura 4: Comportamento da função objetivo para o comprimento do passo calculado pela equação (9) em azul e em rosa o comprimento do passo utilizando a equação (11).

A partir do gráfico acima nota-se que a função objetivo reduz mais para o comprimento do passo utilizando a equação (9) do que o comprimento do passo utilizando a equação (11), porém tem uma demanda maior computacionalmente já que pela equação (9) o método de inversão entra mais no método de busca em linha (*backtracking*), como mostra a figura abaixo.

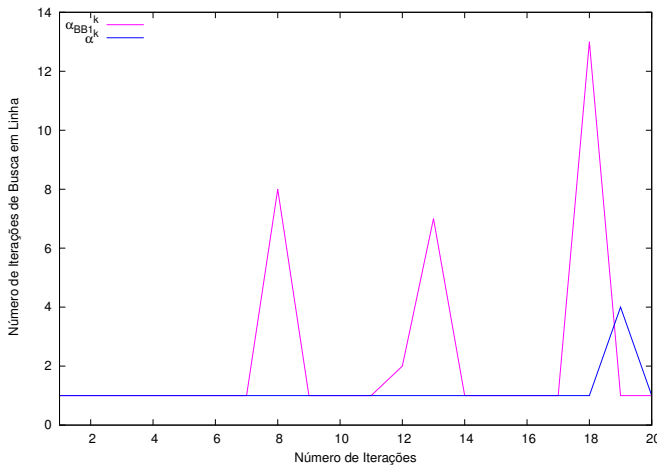


Figura 5: O comprimento do passo utilizando a equação (9) entra mais no método de busca em linha do que a equação (11), demandando um custo computacional maior.

Apesar de ser mais eficiente a inversão da forma da onda utilizando o comprimento do passo da equação (9), a demanda computacional é maior, pois entra mais vezes no método de busca em linha sendo menos eficiente em termos computacionais. Esta diferença pode ser vista na tabela a seguir, a qual mostra o tempo de processamento utilizando os comprimentos de passo utilizado no trabalho.

Tabela 1: Tempo de processamento para a FWI utilizando os dois comprimentos de passo e comparando com o número de iterações do método de busca em linha.

Método	Iterações de busca em Linha	Tempo(s)
α_{BB1}^k	46	2250.9519
α^k	23	1651.2240

Conclusões

Na inversão da forma de onda (FWI) o comprimento do passo desempenha um papel importante em termos de se achar um melhor ajuste entre os dados e em termos de demanda computacional. Um comprimento de passo bom, seria aquele que reduziria a função objetivo drasticamente em poucas iterações em um menor tempo possível. Os resultados do trabalho mostram que, apesar do comprimento do passo ser calculado pela equação (9) e reduzir a função objetivo para um valor menor em comparação com o comprimento do passo calculado pela equação (11), a diferença é bem pequena quando se leva em conta o custo computacional dos dois métodos. Há uma diferença de aproximadamente 10 minutos para cada método. É interessante ressaltar que devido a simplicidade do modelo essa diferença de custo computacional não foi tão notória, mas para um modelo maior e mais realístico essa diferença seria mais acentuada, sendo evidentemente a escolha do comprimento do passo definido pela equação (11) o melhor a ser utilizado, apesar de reduzir menos a função objetivo quando comparado com o comprimento do passo determinado pela equação (9).

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESB pelo apoio financeiro, CNPq e PETROBRAS pelo apoio dado ao projeto INCTGP/CNPQ/MCT, e ao CPGG-UFBA pelo apoio material e técnico e ao Msc. Leonardo Gomez Bernal.

Referências

Araújo, E. S. D., 2009, Análise dos métodos de diferenças finitas e expansão rápida na migração reversa no tempo: Master's thesis, Universidade Federal da Bahia.

Barzilai, J. and J. M. Borwein, 1988, Two-point step size gradient methods: *IMA Journal of Numerical Analysis*, **8**, 141–148.

Bunks, C., F. M. Saleck, S. Zaleski, and G. Chavent, 1995, Multiscale seismic waveform inversion: *Geophysics*, **60**, 1457–1473.

dos Santos, A. W. G., 2013, Inversão de forma de onda aplicada à análise de velocidades sísmicas utilizando uma abordagem multiescala: Master's thesis, Universidade Federal da Bahia.

Pica, A., J. Diet, and A. Tarantola, 1990, Nonlinear inversion of seismic reflection data in a laterally invariant medium: *Geophysics*, **55**, 284–292.

Virieux, J. and S. Operto, 2009, An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics:

Geophysics, **74**, WCC1–WCC26.
Zhou, B., L. Gao, and Y.-H. Dai, 2006, Gradient methods with adaptive step-sizes: Computational Optimization and Applications, **35**, 69–86.