



## Esquema de Diferenças Finitas Otimizado Aplicado a Migração Reversa no Tempo em Meios com Isotropia Transversalmente Vertical

Borges<sup>2</sup>, I. F.; Silva<sup>1</sup>, B. S.; Barbosa<sup>2</sup>, C. H. S.; Vidal<sup>2</sup>, A. D.; Landau<sup>1</sup>, L.

(1. UFRJ/COPPE/LAMCE/Lab2M - Laboratório Multidisciplinar de Modelagem & 2. PETREC - Petroleum Research and Technology)

Copyright 2016, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

*Este texto foi preparado para a apresentação no VII Simpósio Brasileiro de Geofísica, Ouro Preto, 25a 27 de outubro de 2016. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do VII SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.*

### Resumo

A Migração Reversa no Tempo (RTM, do inglês, *Reverse Time Migration*) exhibe grandes vantagens sobre outros métodos de imageamento, uma vez que essa técnica é baseada na solução numérica da equação completa da onda. A anisotropia sísmica é uma propriedade importante que pode ser observada em muitas áreas de exploração (por exemplo, Mar do Norte e Golfo do México). Assim, ela deve ser considerada no fluxo de processamento sísmico para poder alcançar melhores resultados. A fim de obter uma redução de dispersão na modelagem empregada na RTM em meios VTI (do inglês, *Vertically Transversely Isotropic*), neste trabalho aplicamos um esquema de diferenças finitas otimizado onde utiliza-se uma janela binominal com o intuito de obter um operador de Diferenças Finitas mais preciso. Com tal precisão foi utilizado um espaçamento entre pontos da malha maior do que o utilizado quando aplica-se o operador de Diferenças Finitas convencional (Taylor).

### Introdução

A aquisição sísmica consiste em emitir uma onda mecânica na direção da subsuperfície e registrar, através dos sensores (geofones ou hidrofones), o tempo de chegada e as amplitudes das energias refletidas e refratadas nas interfaces geológicas. Após a aquisição dos dados sísmicos, a migração sísmica surge como uma sequência natural na etapa do processamento (Yilmaz, 2001).

A migração tem o objetivo de transformar os campos de ondas registrados na superfície ou no fundo oceânico,

em uma imagem que represente a estrutura geológica (seção migrada).

A Migração Reversa no Tempo (RTM, do inglês, *Reverse Time Migration*), proposta por Baysal (1983), é um método que utiliza a Equação Completa da Onda, não apresenta limitações quanto à variação lateral de velocidade e não impõe limitação quanto aos mergulhos das camadas. Na RTM, ocorre a propagação reversa do sinal registrado na superfície. Durante essa propagação, aplica-se uma determinada condição de imagem.

A propagação reversa da onda é realizada utilizando Equação Acústica da Onda, que normalmente é solucionada pelo Método das Diferenças Finitas (MDF). O MDF é um dos métodos numéricos mais populares, por ser de fácil implementação e também um dos mais bem sucedidos por ser ideal para modelos complexos (Alford et al., 1974).

A fim de melhorar a precisão do MDF Chu & Stoffa (2012) encontraram duas famílias de *Binomial Window* que podem ser utilizadas para derivar os operadores de Diferenças Finitas (DF) analiticamente. Zhang & Yao (2013) reduziram as dispersões numéricas do MDF, na presença de componentes de altas frequências.

Dentro deste contexto, o presente trabalho tem como objetivo apresentar a aplicação dos coeficientes de Diferenças Finitas Otimizados para a obtenção da solução numérica da equação pseudo-acústica da onda. Esta será utilizada para realizar o imageamento do conjunto de dados BP 2007 com a técnica RTM VTI.

### Teoria

Imageamento sísmico é um conjunto de procedimentos, que objetiva transformar o campo de ondas registrado em uma imagem que representará as estruturas geológicas. A Migração Reversa no Tempo é uma técnica de imageamento sísmico que propaga o campo da fonte e o campo registrado na posição dos receptores

reversamente no tempo utilizando a equação completa da onda (Baysalet al., 1983; McMechan, 1983; Whitmore, 1983).

O campo da fonte  $S(\vec{r}, t)$  e o campo do receptor  $R(\vec{r}, t)$  podem ser utilizados para satisfazer a condição de imagem, que é essencial para formar a imagem migrada. A condição de imagem usada foi à correlação cruzada como escrita abaixo:

$$I(\vec{r}, t) = \int_0^{t_f} S(\vec{r}, t) R(\vec{r}, t) dt, \quad (1)$$

onde  $t_f$  é o tempo total da aquisição,  $t$  é a variável temporal e  $\vec{r}$  um vetor, que representa as coordenadas espaciais  $\vec{r} = (x, y, z)$ .

Para calcular o campo de onda da fonte e do receptor, nas próximas seções, a equação pseudo-acústica da onda para meios com isotropia transversalmente vertical será exposta.

### Operador de Diferenças Finitas

Uma forma de reduzir a dispersão numérica, é a adoção de funções janelas para gerar coeficientes otimizados para os operadores de Diferenças Finitas. Chu e Stoffa (2012) propuseram uma janela  $w_n$  para obter coeficientes de DF otimizado, que podem ser gerados da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{1}{\Delta x^2} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} w_n \left[ -\frac{2}{n^2} \cos(n\pi) \right] f(\Delta x), \quad (2)$$

onde  $w_n$  é gerado a partir da seguinte função janela otimizada:

$$w_n = \frac{\left( \frac{N+M}{2} + n \right)}{\left( \frac{N+M}{2} \right)}. \quad (3)$$

Utilizando uma forma final para o operador de DF otimizado, pode-se combinar a função janela  $w_n$  com todas as partes da Equação 2 obtendo:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{1}{\Delta x^2} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} c_n f(\Delta x), \quad (4)$$

onde  $c_n$  é a forma final dos coeficientes a serem utilizados na implementação, e pode ser definido como:

Coeficientes Otimizado- *Binominal Window*:

$$c_n = w_n \left[ -\frac{2}{n^2} \cos(n\pi) \right], \quad (5a)$$

$$c_0 = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} c_n + c_n. \quad (5b)$$

Considerando  $M = 0$  temos os coeficientes convencionais de Taylor. O parâmetro  $M$  dessa função janela é difícil de determinar e ao mesmo tempo necessita de ser manuseado com cautela, pois pode afetar significativamente o resultado final. Zhang e Yao (2013) determinaram os coeficientes  $c_n$  utilizando um esquema de otimização que utiliza a maximização da convergência do número de onda, dado uma limitação do erro. Foi examinado o pico do erro entre o operador otimizado no domínio do número de onda e no domínio do número de onda analítico. Para gerar os coeficientes otimizados, foi usado o algoritmo de minimização *Simulated Annealing* (SA). Tais coeficientes são utilizados neste trabalho.

### Análise do Erro Absoluto

Com intuito de avaliar a melhoria na propriedade de dispersão, foi construído o gráfico da análise do erro espectral da derivada segunda para diferentes ordens de precisão (Figura 1).

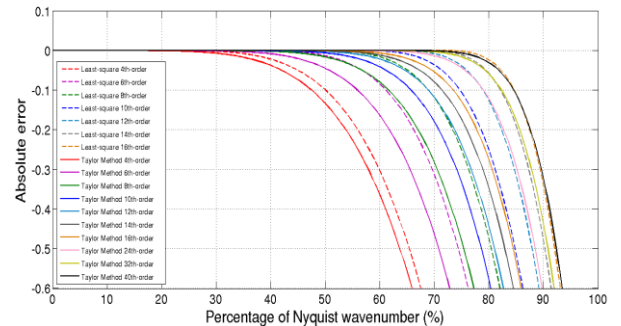


Figura 1- Análise do Erro Espectral para o Operador da Derivada Espacial de Segunda Ordem (Silva et al., 2014).

Para isso, utilizou-se a fórmula do erro espectral absoluto, escrita em função do número de onda normalizado pelo número de onda de *Nyquist*, ou seja:

$$Erro\left(\frac{K_x}{K_{xn}}\right) = -\left[c_0 + 2 \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} c_n \cos\left(\frac{k_x}{k_{xn}} n\pi\right)\right] - \left(\frac{k_x}{k_{xn}} \pi\right). \quad (6)$$

### Equação acústica da onda em meios VTI

As equações acústicas anisotrópicas são geralmente deduzidas da relação de dispersão (Alkhalifah, 1997; Zhou et al., 2006, Du et al., 2008). Du et al.(2008) propôs uma equação acoplada de segunda ordem. Tal equação para meios VTI 2D é dada por:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = v_{px}^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + v_{pz}^2 \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}, \quad (7a)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = v_{pn}^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + v_{pz}^2 \frac{\partial^2 q}{\partial z^2}, \quad (7b)$$

onde  $p$  e  $q$  são as funções campo de onda e campo auxilia, respectivamente;  $v_{pz}$  é a velocidade vertical da onda qP;  $v_{pn} = v_{pz}\sqrt{1+2\delta}$  é a velocidade normal *moveout* (NMO) da onda qP;  $v_{px} = v_{pz}\sqrt{1+2\epsilon}$  é a velocidade horizontal da onda qP; e  $\epsilon$  e  $\delta$  são os parâmetros anisotrópicos definidos por Thomsen (1986).

A discretização das derivadas das equações 7a e 7b geralmente são realizadas com o esquema de diferenças finitas. Uma discretização de segunda ordem é realizada nas derivadas temporais como segue:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \approx \frac{1}{\Delta t^2} [-2p_{0,0,0}^0 + (p_{0,0,0}^{-1} + p_{0,0,0}^1)], \quad (8a)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \approx \frac{1}{\Delta t^2} [-2q_{0,0,0}^0 + (q_{0,0,0}^{-1} + q_{0,0,0}^1)], \quad (8b)$$

As altas ordens de discretização são utilizadas nas derivadas espaciais:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h^2} \left[ c_0 p_{0,0,0}^0 + \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} c_n (p_{-n,0,0}^0 + p_{n,0,0}^0) \right], \quad (9a)$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial z^2} \approx \frac{1}{h^2} \left[ c_0 q_{0,0,0}^0 + \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} c_n (q_{0,0,-n}^0 + q_{0,0,n}^0) \right], \quad (9b)$$

sendo  $N$  a ordem do operador de DF,  $c_m$  são os coeficientes de cada ponto do *stencil*,  $\Delta t$  é o passo de tempo e  $h$  o espaçamento da malha.

### Resultados

Nós utilizamos os *stencils* 8a, 8b, 9a e 9b para resolver as equações 7a e 7b. Os coeficientes de DF são determinados pelas equações 5a e 5b. O primeiro exemplo é uma modelagem em um modelo 2D homogêneo com anisotropia elíptica. Os parâmetros referente a modelagem são dados por:  $V_{pz} = 3000 \text{ m/s}$ ,  $\epsilon = 0.24$ ,  $\delta = 0.24$ ,  $dt = 0.4 \text{ ms}$ ,  $h = 24 \text{ m}$ ,  $N = 6$ , onde a quantidade de pontos na malha de DF é  $300 \times 300$ .

A Figura 1 mostra o *snapshot* da modelagem utilizando o método convencional (Figura 2a) e método otimizado (Figura 2b). Pode-se observar que a modelagem otimizada apresentou melhor propriedade de dispersão que a convencional.

A Figura 3 apresenta o registro de um traço sísmico realizado em  $[x, z] = [3600, 1440]$  metros. A Figura 3a representa o resultado do registro referente a modelagem utilizando o operador convencional e da Figura 3b o registro do operador otimizado. Observa-se novamente que a modelagem otimizada apresentou menor dispersão que a convencional.

A RTM VTI utiliza em seu núcleo a equação pseudo-acústica para meios com isotropia transversalmente vertical. Com isso, pode-se alcançar uma melhor precisão ao utilizar os operadores otimizados para obter a solução da equação da onda. O resultado da aplicação desta técnica na migração pode ser observado na Figura 4.

### Discussões e Conclusões

O *stencil* de Diferenças Finitas foi utilizado para aproximar as derivadas espaciais das equações 7a e 7b. Os coeficientes de Taylor gerados pela *Binomial Window*

( $M = 0$ ) foram inseridos na discretização da equação pseudo-acústica VTI proposta por Du et al. (2008) e comparados com os provenientes da função janela otimizada. Os resultados das Figura 2 e 3 demonstraram que os coeficientes otimizados foram mais precisos. Tal precisão foi alcançada com o mesmo custo computacional do método convencional.

Após melhorar a precisão do cálculo das derivadas da equação da onda com os operadores otimizados, esta técnica foi herdada para realizar a RTM do conjunto de dados do Benchmark BP2007 2D.

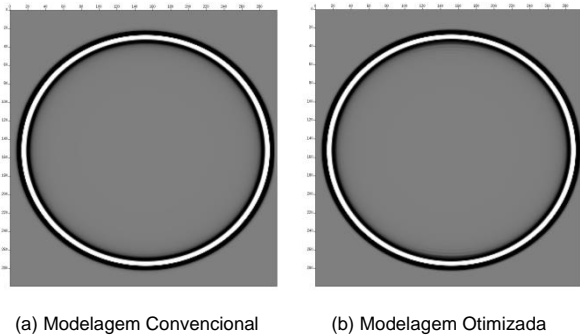


Figure 2: *Snapshots* da modelagem gravado em xxx s pelos métodos: (a) Convencional e (b) Otimizado, sobre um modelo 2D homogêneo, pseudo-acústico com anisotropia elíptica. A malha de DF possui 300 x 300 pontos. A fonte utilizada foi a Ricker, com frequência de 40 Hz e posicionada no centro do modelo.

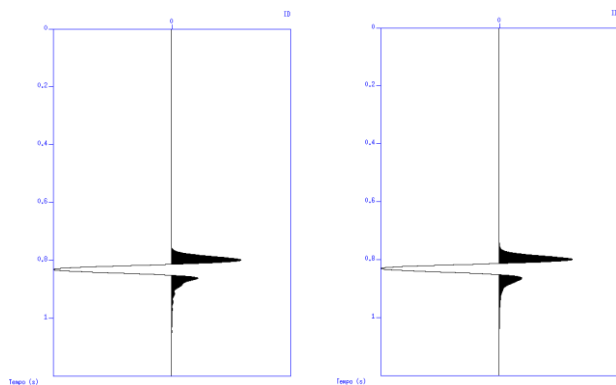


Figure 3: Traço sísmico registrado da Figura 1 pelos métodos: (a) Convencional and (b) Otimizado. O receptor foi posicionado em  $[x, z] = [3600, 1440]$  metros.

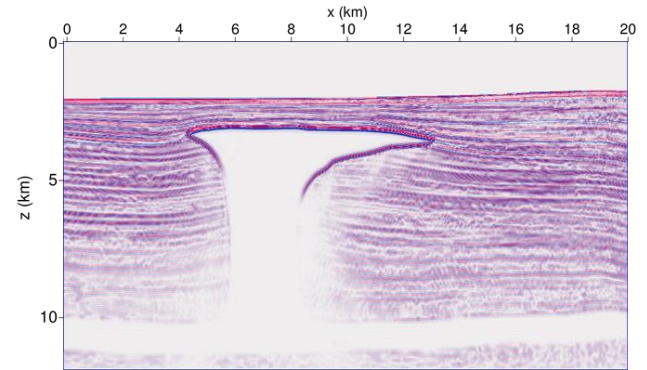


Figure 4: Seção sísmica migrada com a técnica RTM VTI.

### Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a BP por disponibilizar o conjunto de dados BP 2007 2D. Gostariam também de agradecer ao Laboratório de Métodos Computacionais em Engenharia da COPPE/UFRJ e a PETREC - *Petroleum Research and Technology* pelo suporte financeiro e técnico. Finalmente, ao Dr. Josias Silva pelas contribuições no desenvolvimento do trabalho.

### Referências

- ALFORD, R. M., KELLY, K. R., BOORE, D. M., 1974, "Accuracy of finite difference modeling of the acoustic wave equation", *Geophysics*, v. 39, n. 6, pp. 834–842.
- ALKHALIFAH, T., 1997. An acoustic wave equation for anisotropic media. *Stanford Exploration Project*, v. 95, pp. 283-308.
- BAYSAL, E., KOSLOFF, D. D., SHERWOOD, J. W. C., 1983, "Reverse Time Migration", *Geophysics*, v. 48, pp. 1514–1524.
- CHU, C., STOFFA, P. L., 2012, "Determination of finite-difference weights using scaled binomial windows", *Geophysics*, v. 77, pp. 57–67.
- DU, X., FLETCHER, R.P., and FOWLER, P. J., 2008. A new pseudo-acoustic wave equation for VTI media. 70<sup>th</sup> EAGE Conference & Exhibition - Rome, Italy.

LIU, Y., SEN, Y. M., 2009, "A new time-space domain high-order finite-difference method for the acoustic wave equation", *Journal of Computational Physics*, v. 228, pp. 8779–8806.

LIU, Y., 2013, "Globally optimal finite-difference schemes based on least squares", *Geophysics*, v. 78, pp. T113–T132.

MCMECHAN, G. A., 1983, "Migration by extrapolation of time-dependent boundary values", *Geophysical Prospecting*, v. 31, pp. 413–420.

SILVA, B. S. ; BARBOSA, C. H. S. ; CONTRERAS, C. S. R. ; SILVA, J. J.; LANDAU, L. . "Optimized Scheme of Finite Differences Applied to VTI Acoustic Modeling". In: 16 IWSA International Workshop on Seismic Anisotropy, 2014, Natal, 2014.

THOMSEN, L., 1986. Weak elastic anisotropic: *Geophysics*, v. 51, pp. 1954-1966.

WHITMORE, N. D., 1983, "Iterative depth migration by backward time propagation", *SEG 53rd Annual International Meeting*, pp. 827–830.

YILMAZ, O., 2001, *Seismic Data Analysis*. Tulsa, Society of Exploration Geophysicists.

ZHANG, J. H., YAO, Z. X., 2013. Optimized finite-difference operator for broad-band seismic wave modeling: *Geophysics*, v.78, pp. 1-6.

ZHOU, H., ZANG, G., and BLOOR, R., 2006. An anisotropic wave equation for VTI media. 68th EAGE Conference & Exhibition - Vienna, Austria.