



## Influência da porosidade e da saturação de água sobre o módulo bulk da rocha seca via equação de Gassmann

Jose Diego Menezes Quintiliano, PETROBRAS

Copyright 2014, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no VI Simpósio Brasileiro de Geofísica, Porto Alegre, 14 a 16 de outubro de 2014. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do VI SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

### Abstract

In this work I study the influence of porosity and water saturation on the bulk modulus of dry rock from the Gassmann equation. Establish the limits of porosity, for which the bulk modulus of the dry rock does not result in anomalous values, that is negative or absurdly high, devoid of physical meaning. An approach to the bulk modulus of the saturated rock is obtained, valid for sandstones saturated with oil and/or high-porosity sandstones saturated with water, which depends only on the bulk modulus of the fluid, bulk modulus of the mineral, linear and angular coefficients of the straight formed by these limits porosity.

### Introdução

A aplicação da equação de Gassmann (Gassmann, 1951) representa a técnica mais comumente usada nas análises que envolvem substituição de fluidos, etapa indispensável de qualquer estudo de viabilidade de sísmica time-lapse (4D), modelagem de cenários de fluidos associados às anomalias de variação da amplitude com o offset (AVO), correção de perfis elásticos (sônico e densidade) devido aos efeitos de invasão de lama e filtrado (Vasquez, et al., 2004), etc.

Para aplicar a equação de Gassmann é necessário conhecer o módulo bulk da rocha seca,  $K_d$ , o qual pode ser obtido de testes de laboratório, relações polinomiais empíricas da porosidade (Murphy et al., 1993), teoria de meio efetivo (Budiansky & O'Connell, 1976; Gregory, 1976; Spencer et al., 1994; Vernik, 1998; Wang, 2001) ou diretamente dos perfis de poços (Zhu & McMechan, 1990). No último caso, incertezas na porosidade, saturação de água, propriedades dos fluidos ou litologias podem levar a erros nos valores calculados de  $K_d$  (McLean & Alberty, 2001). Valores irrealmente absurdamente altos ou até mesmo negativos podem ser observados nestes casos.

Uma técnica recomendada para avaliar  $K_d$  consiste no cálculo da razão entre ele e o módulo de cisalhamento  $G$ , obtido da densidade e da velocidade  $S$  da formação (Smith et al., 2003). Para areias limpas, esta razão é próxima de 1 (Spencer et al., 1994; Wang, 2001), enquanto para areias argilosas fica entre 2 – 3. Este comportamento é suportado por observações empíricas e modelos teóricos (Budiansky & O'Connell, 1976; Nur et al., 1995; Wang, 2001), porém pode falhar para areias

com mineralogia complexa ou rochas carbonáticas (Ramamoorthy & Murphy, 1998).

### Metodologia

A equação de Gassmann relaciona o módulo bulk da rocha saturada  $K_s$ , à sua porosidade  $\varphi$ , módulo bulk da rocha seca  $K_d$ , módulo bulk da matriz mineral  $K_m$ , e ao módulo bulk da mistura de fluidos preenchendo o espaço poroso  $K_f$ :

$$K_s = K_d + \frac{\left(1 - \frac{K_d}{K_m}\right)^2}{\left(\frac{\varphi}{K_f} + \frac{1 - \varphi}{K_m} - \frac{K_d}{K_m^2}\right)} \quad (1)$$

O módulo bulk da rocha saturada pode ser obtido da expressão:

$$K_s = \rho \left( V_p^2 - \frac{4V_s^2}{3} \right) \quad (2)$$

onde  $\rho$ ,  $V_p$  e  $V_s$  são respectivamente as leituras de densidade, velocidade da onda P e velocidade da onda S na rocha saturada;

O módulo bulk da mistura de fluidos que preenche o espaço poroso,  $K_f$ , pode ser estimado pela média de Reuss:

$$K_f = \left( \frac{S_w}{K_w} + \frac{1 - S_w}{K_{hc}} \right)^{-1} \quad (3)$$

onde  $S_w$ ,  $K_w$  e  $K_{hc}$  são respectivamente a saturação de água, módulo bulk da água e módulo bulk do hidrocarboneto, considerando-se um sistema simples de dois componentes hidrocarboneto-água;

A porosidade  $\varphi$  pode ser obtida da densidade, neutrão, sônico ou ressonância nuclear magnética.

A curva de saturação de água, importante para a estimativa da incompressibilidade da mistura de fluidos nos poros da rocha reservatório, pode ser estimada a partir da clássica fórmula de Archie (Archie, 1942),

$$S_w = \left( \frac{R_w \varphi^{-m}}{R_t} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4)$$

onde  $R_t$  corresponde à resistividade profunda de uma rocha parcialmente saturada com um fluido de resistividade  $R_w$ ,  $m$  e  $n$  são os expoentes de cimentação e saturação, respectivamente.

Reescrevendo-se a Eq. (1) para  $K_d$ , obtemos,

$$K_d = \frac{K_s \left( \frac{\varphi}{K_f} - \frac{1-\varphi}{K_m} \right) - 1}{\frac{\varphi}{K_f} - \frac{1+\varphi}{K_m} + \frac{K_s}{K_m^2}} \quad (5)$$

Surge então a seguinte questão: Na equação acima  $K_d$  é sempre positivo? Caso contrário, qual intervalo  $K_d$  seria negativo? Para responder estas perguntas podemos considerar os sistemas de inequações representando valores de  $K_d$  negativos. Para tal, deve ser satisfeito qualquer um dos sistemas de inequações abaixo,

$$\begin{cases} K_s \left( \frac{\varphi}{K_f} - \frac{1-\varphi}{K_m} \right) - 1 < 0 \\ \frac{\varphi}{K_f} - \frac{1+\varphi}{K_m} + \frac{K_s}{K_m^2} > 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} K_s \left( \frac{\varphi}{K_f} - \frac{1-\varphi}{K_m} \right) - 1 > 0 \\ \frac{\varphi}{K_f} - \frac{1+\varphi}{K_m} + \frac{K_s}{K_m^2} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Resolvendo-se os dois sistemas de inequações acima, encontramos,

$$1 + \varphi - \frac{K_s}{K_m} < \frac{K_m \varphi}{K_f} < 1 - \varphi + \frac{K_m}{K_s} \quad (8)$$

$$1 - \varphi + \frac{K_m}{K_s} < \frac{K_m \varphi}{K_f} < 1 + \varphi - \frac{K_s}{K_m} \quad (9)$$

Note que as soluções (8) e (9) são mutuamente excludentes, de modo que não podem valer ao mesmo tempo. A solução (9) é válida, se e somente se,

$$K_s^2 - 2\varphi K_m K_s + K_m^2 < 0 \quad (10)$$

Considerando  $K_s$  como incógnita, (10) representa uma parábola que não cruza o eixo das abscissas, isto é, seus zeros não são reais, pois  $(-2\varphi K_m)^2 - 4K_m^2 = 4K_m^2(\varphi^2 - 1) < 0$ , uma vez que a porosidade é sempre menor do que a unidade. Além disso, a parábola em (10) é côncava para cima com ponto de mínimo  $P_{min}(\varphi K_m, K_m^2(1 - \varphi^2))$ . Logo, a expressão em (10) nunca será satisfeita, de modo que a solução (9) não é válida.

Por outro lado, a solução (8) é válida para qualquer  $K_s$ , uma vez que resulta em uma expressão análoga a (10), mas com o sinal de desigualdade trocado.

Rearranjando (8), podemos escrever,

$$\frac{K_s - 1}{1 - \frac{K_m}{K_f}} < \varphi < \frac{\frac{K_m}{K_s} + 1}{1 + \frac{K_m}{K_f}} \quad (11)$$

### Resultados

A solução (11) fornece o intervalo de porosidade para o qual o módulo bulk da rocha seca é negativo. Se a porosidade é menor do que o limite inferior desse intervalo,  $K_d$  é positivo, porém seus valores são anormalmente elevados. Valores de porosidade satisfazendo (11) podem indicar saturação de água

incorreta, propriedade de fluido incorreta, propriedade de matriz incorreta ou mesmo porosidade incorreta.

As figuras 1, 2 e 3 abaixo mostram os perfis de gama ray, litologia, saturação de água, resistividade profunda, porosidade efetiva, os limites inferior e superior de (11) e o módulo bulk da rocha seca. Em todos os casos, quando a porosidade satisfaz (11),  $K_d$  é negativo (perfil colorido de vermelho), caso contrário  $K_d$  é positivo (perfil colorido de verde).

Na figura 1 observam-se valores de  $K_d$  negativos nas profundidades 2428.5 m – 2430.5 m e 2479 m – 2498 m, em MD. O primeiro intervalo está associado a erro no cálculo de  $S_w$ , enquanto o segundo demonstra erro na estimativa da porosidade (a porosidade está subestimada nesse intervalo). Repare também que na profundidade 2419 m o valor de  $K_d$  assume um valor muito alto (>390 GPa), resultado de um erro na estimativa de litologia (a litologia correta é folhelho, e não arenito como foi interpretado). O contato G/O está em –2383 m e o contato O/A está em –2398 m, em TVDSS.

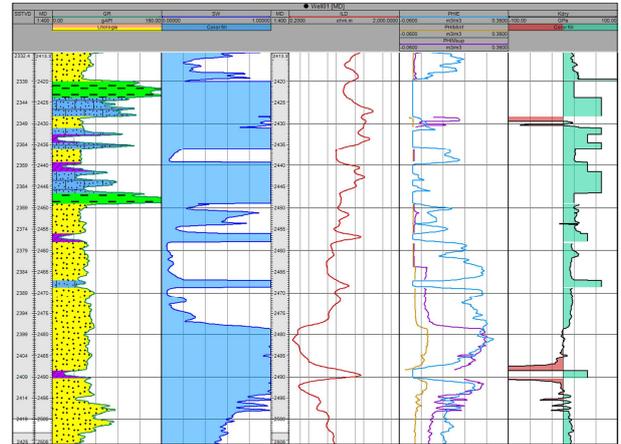


Figura 1 – Perfis para o poço Well01 na escala 1:400

Na figura 2 o cálculo de  $S_w$  está incorreto na profundidade 2451.8 m. Na profundidade 2455.8 m ( $K_d$  muito alto) e 2456.2 ( $K_d$  negativo) as litologias estão mal estimadas. Todos os outros casos se referem a erros de porosidade. O contato G/O está em –2389 m e o contato O/A está em –2398 m.

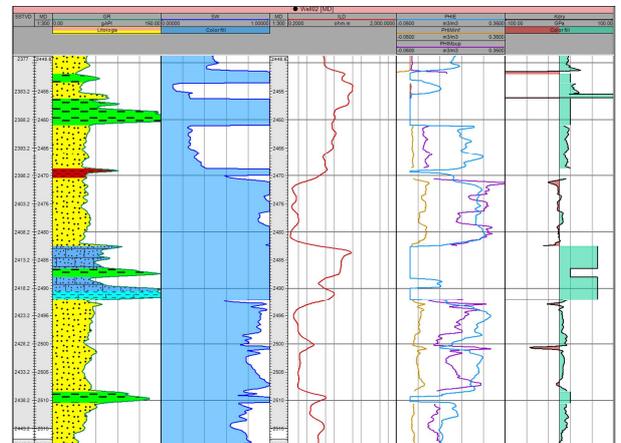


Figura 2 – Perfis para o poço Well02 na escala 1:300

Na figura 3 todos os valores anômalos de  $K_d$  são devidos a erros no cálculo da porosidade. O contato G/O está em -2383 m e o contato O/A está em -2398 m.

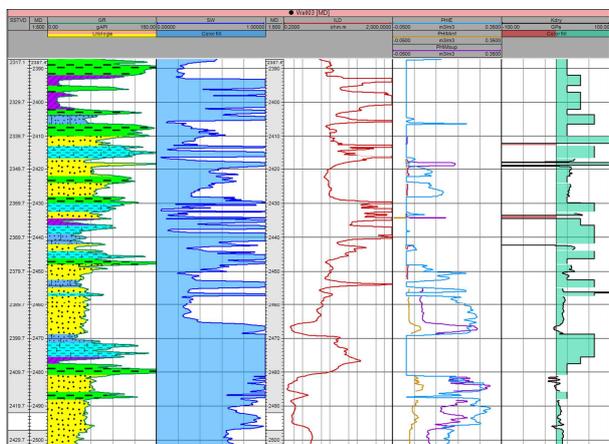


Figura 3 – Perfis para o poço Well03 na escala 1:500

Repare que na zona de gás as curvas PHIMinf e PHIMsup, limites inferior e superior do intervalo (11), se aproximam muito uma da outra, enquanto nas zonas de óleo e de água elas tendem a se afastar uma da outra (na zona de água o afastamento é ainda maior).

Na figura 4 é mostrado um crossplot de PHIMinf contra PHIMsup, para os três poços Well01, Well02 e Well03, no qual foram excluídos os pontos anômalos.

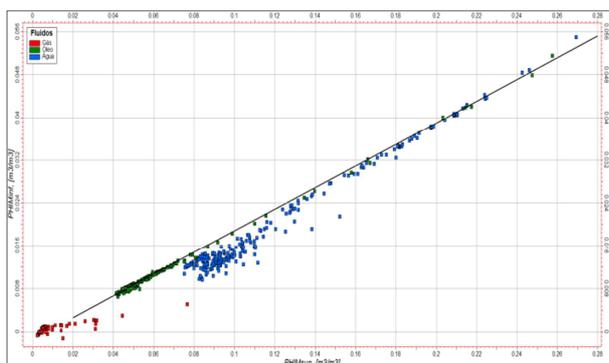


Figura 4 – Crossplot entre os limites de porosidade PHIMinf e PHIMsup

A reta na figura 4 foi obtida pelo método dos mínimos quadrados, onde se considerou apenas os pontos representativos das areias saturadas com óleo e das areias de alta porosidade saturadas com água. Esta reta possui equação  $y = 0.2x - 0.0014$ , com coeficiente de correlação 0.99 e covariância de 0.0003.

Considerando as premissas acima, podemos assumir que  $PHIMinf = aPHIMsup + b$ , donde, após algumas manipulações algébricas, chegamos à expressão que relaciona o módulo bulk da rocha saturada diretamente ao módulo bulk do fluido e ao módulo bulk do mineral,

$$\frac{1}{K_m} \left(1 + \frac{K_m}{K_f}\right) K_s^2 - \left[ a \left(1 - \frac{K_m}{K_f}\right) + b \left(1 - \frac{K_m^2}{K_f^2}\right) + 1 + \frac{K_m}{K_f} \right] K_s - aK_m \left(1 - \frac{K_m}{K_f}\right) = 0 \quad (12)$$

válida para as areias saturadas com óleo e/ou areias de alta porosidade saturadas com água. A Eq. (12) fornece duas soluções para  $K_s$ , porém apenas a seguinte solução possui significado físico,

$$K_s = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (13)$$

onde,

$$A = \frac{1}{K_m} \left(1 + \frac{K_m}{K_f}\right), \quad B = - \left[ a \left(1 - \frac{K_m}{K_f}\right) + b \left(1 - \frac{K_m^2}{K_f^2}\right) + 1 + \frac{K_m}{K_f} \right]$$

$$\text{e } C = -aK_m \left(1 - \frac{K_m}{K_f}\right).$$

Na figura 5 comparamos o módulo bulk obtido pela solução (13) e módulo bulk calculado pela expressão (2) para o poço Well04. O contato G/O está em -2385 m e o contato O/A está em -2397 m (em TVDSS). De fato, as curvas de  $K_s$  estimada e calculada se aproximam uma da outra no intervalo abaixo do contato G/O. Note que no arenito saturado com gás as duas curvas possuem comportamentos opostos, uma vez que nesse intervalo a Eq. (12) perde a validade.

### Discussão e Conclusões

Neste trabalho estudou-se a relação entre o módulo bulk da rocha seca e os perfis de saturação de água, litologia e porosidade. Deduziram-se os limites de porosidade para os quais o módulo bulk da rocha seca possui valores reais, isto é, valores negativos ou absurdamente elevados.

Concluiu-se que valores negativos do módulo bulk da rocha seca estão associados a erros no cálculo da curva de saturação de água, comumente obtida da relação de Archie (Eq. 4), ou mesmo erros na estimativa da litologia e porosidade. Não obstante, erros de litologia impactam sobremaneira a curva de saturação de água, levando a erros na curva de módulo bulk da mistura de fluidos, culminando com erros na curva de módulo bulk da rocha seca.

Excluindo, ou mesmo corrigindo os pontos espúrios, as curvas PHIMinf e PHIMsup, limites inferior e superior do intervalo (11), possuem um comportamento linear, sendo mais acentuado para arenitos saturados com óleo e/ou arenitos de alta porosidade saturados com água. Pode-se então obter uma aproximação para o módulo bulk da rocha saturada que depende apenas dos módulos bulk do fluido e do mineral e dos coeficientes linear e angular da reta formada por PHIMinf e PHIMsup. A estimativa de  $K_s$  obtida por este método mostrou-se coerente para o poço Well04, representado na figura (5).

### Agradecimentos

Agradeço à Petrobras UO-AM pela autorização para apresentar este trabalho.

### Referências

ARCHIE, G. E., 1942. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. Trans. AIME, 146, 54-62.

BUDIANSKY, B., & O'CONNELL, R. J., 1976. Elastic moduli of a cracked solid. *Int. J. Solids Structures*, 12, 81–97.

GASSMANN, F., 1951. Elastic waves through a packing of spheres. *Geophysics*, 16, 673-685.

GREGORY, A. R., 1976. Fluid saturation effects on dynamic elastic properties of sedimentary rocks. *Geophysics*, 41, 895–921.

MCLEAN, M., & ALBERTY, M, 2001. Dissolved gas in brine: Its impact on fluid substitution. *Trans. Soc. Prof. Well Log Analysts 42<sup>nd</sup> Ann. Logging Symp.*, paper QQ.

MURPHY, W., REISCHER A., & HSU, K., 1993. Modulus decomposition of compressional and shear velocities in sand bodies. *Geophysics*, 58, 227–239.

NUR, A., MAVKO, G., DVORKIN, J., & GAL, D., 1995. Critical porosity: The key to relating physical properties to porosity in rocks. 65<sup>th</sup> Ann. Int. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts, 878.

RAMAMOORTHY, R., & MURPHY, W. F., 1998. Fluid identification through dynamic modulus decomposition in carbonate reservoirs. *Trans. Soc. Prof. Well Log Analysts 39<sup>th</sup> Ann. Logging Symp.*, paper Q.

SMITH, T.M., C. H. SONDERGELD, & C. S. RAI, 2003. Gassmann fluid substitutions: A tutorial. *Geophysics*, 68, 430–440.

SPENCER, J.W., CATES M. E., & THOMPSON, D. D., 1994. Frame moduli of unconsolidated sands and sandstones. *Geophysics*, 59, 1352–1361.

VASQUEZ, G.F., L. DILLON, C. VARELA, G. NETO, R. VELLOSO, & C. NUNES, 2004. Elastic log editing and alternative invasion correction methods. *The Leading Edge*, 23, 20-25.

VERNIK, L., 1998. Acoustic velocity and porosity systematics in siliciclastics. *The Log Analyst*, July-Aug., 27–35.

WANG, Z., 2001. Fundamentals of seismic rock physics. *Geophysics*, 66, 398–412.

ZHU, X., & MCMECHAN, G. A., 1990. Direct estimation of the bulk modulus of the frame in fluid saturated elastic medium by Biot theory. 60<sup>th</sup> Ann. Int. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstracts., 787–790.

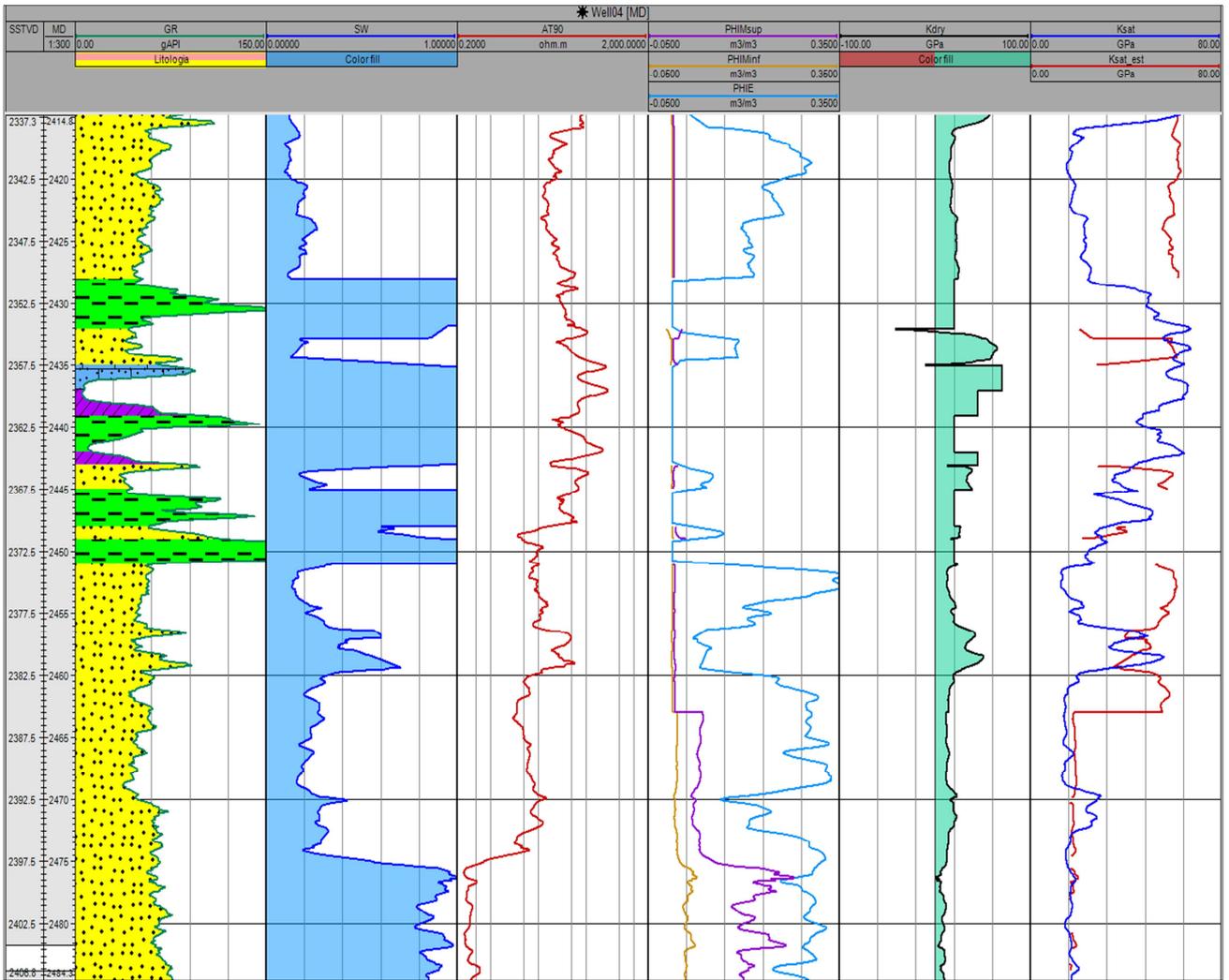


Figura 5 – Perfis para o poço Well04 na escala 1:300