



Método do Gradiente Conjugado com Regularização e Critério do Módulo L em Tomografia Sísmica: Aplicação em Dados do Campo de Dom João - Bacia do Recôncavo

Naiane Pereira de Oliveira, IGEO/UFBA, Amin Bassrei, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP

Copyright 2014, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no VI Simpósio Brasileiro de Geofísica, Porto Alegre, 14 a 16 de outubro de 2014. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do VI SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumo

Neste trabalho aplicamos a tomografia sísmica de tempos de trânsito no modo de transmissão em dados reais do Campo de Dom João, Bacia do Recôncavo, Estado da Bahia, Brasil. Esta Bacia representa um marco da exploração de petróleo no Brasil e vem sendo exaustivamente estudada desde a década de 1950, e é ainda a principal produtora do Estado da Bahia. Para o procedimento da modelagem direta foi utilizado o traçado de raios acústico para cálculo dos tempos de trânsito e para o procedimento inverso foi utilizado o algoritmo do gradiente conjugado com regularização através de matrizes de derivadas. Os resultados mostraram que a tomografia de tempos de trânsito é viável para caracterização de reservatórios com elevada taxa de variação vertical de velocidade, que é o caso do Campo de Dom João.

Introdução

A Bacia do Recôncavo, no Brasil, tem grande importância histórica e econômica. Hoje após muitos anos de produção, esta bacia encontra-se em avançado estágio exploratório. Com a finalidade de aumentar a capacidade de produção como consequência do emprego de técnicas de imageamento geofísico de maior resolução, a PETROBRAS realizou levantamentos tomográficos em alguns campos.

A tomografia é uma técnica de reconstrução de imagem com muitas aplicações em Geofísica. É baseada na ideia de que um conjunto de dados observados consiste de integrais de linha ao longo de alguma quantidade física (Stewart, 1991). Nesse trabalho utilizamos a tomografia de transmissão para caracterização de reservatórios complexos cujos dados de entrada são os tempos de trânsito medidos entre fontes e receptores e os parâmetros de modelo são as vagarosidades (recíproco das velocidades) do meio bidimensional, constituindo, portanto, uma abordagem cinemática.

A inversão tomográfica pode ser classificada como um problema inverso mal posto, devido ao fato das condições de existência, unicidade e estabilidade não serem completamente satisfeitas. Na resolução numérica de problemas inversos, técnicas matemáticas são

empregadas com a intenção de fornecer melhor condicionamento. Os algoritmos iterativos de resolução de sistemas lineares com regularização possuem o compromisso de fornecer soluções fidedignas. Deste modo, empregamos um método iterativo para resolução de sistemas lineares. Os dados de entrada de inversão, que são os tempos de percursos entre fontes e receptores, são determinados na etapa da modelagem direta. O sistema é regularizado por matrizes de derivadas para minimizar a instabilidade, sendo que essa regularização possui um parâmetro λ de fundamental importância para o seu sucesso (Bassrei & Rodi, 1993). Optou-se pelo uso de uma técnica de escolha do λ , chamada de Módulo L proposto por Sá (1996) baseado na conhecida Curva L.

Problemas Inversos

A inversão é a técnica empregada em problemas que estimam os parâmetros de um determinado modelo utilizando os dados medidos como dados de entrada. De forma contrária, a técnica de modelagem direta resulta em criar um modelo sintético para a obtenção dos referidos dados. No processo de resolução do problema inverso, deve-se realizar uma análise prévia com relação às questões de existência, unicidade e estabilidade da solução, se uma dessas condições falha o problema é dito mal posto.

O Método da Inversão Linearizada

O método da inversão linearizada começa com um modelo inicial, \mathbf{m}_0 , que é reformulado sucessivamente, também conhecido como método de Gauss-Newton que lineariza o problema não linear $g(\mathbf{m}) = \mathbf{d}$, em torno de uma solução aproximada. Então, a estimativa do modelo é obtida de forma iterativa resolvendo-se um sistema de equações lineares a cada passo do processo iterativo. O método convergirá para o modelo associado ao mínimo da função custo mais próximo de $S(\mathbf{m}_0)$. Sendo assim, a expressão para atualizar o modelo corrente é:

$$(\mathbf{G}^T)^k \Delta \mathbf{d}^k = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^k \Delta \mathbf{m}^k, \quad (1)$$

onde $\Delta \mathbf{m}^k = \mathbf{m}^{k+1} - \mathbf{m}^k$ é a atualização dos parâmetros do modelo, estimada para a k -ésima iteração; $(\mathbf{G})^k$ é a matriz tomográfica para a k -ésima iteração; $\Delta \mathbf{d}^k$ é a diferença entre os tempos de trânsito observados e os tempos de trânsito calculados na k -ésima iteração.

O Método do Gradiente Conjugado

O Gradiente Conjugado (GC) é um método de otimização para encontrar a solução de um sistema linear $\mathbf{Ax} = \mathbf{y}$. Trata-se de um método iterativo, o qual começa com uma estimativa inicial \mathbf{x}_0 que será refinada a cada passo, baseado na minimização do resíduo $\mathbf{r}^k = \mathbf{y} - \mathbf{Ax}^k$. Por causa dos erros de arredondamento durante a computação numérica, a estimativa após o número de iterações \mathbf{x}_{niter} não será a solução exata, e sim uma boa aproximação da mesma (Hestenes and Stiefel, 1952). A matriz \mathbf{A} é simétrica positiva, e em até $niter$ iterações teremos encontrado uma aproximação satisfatória para a solução do sistema. As fórmulas seguintes consistem nos passos do GC (Hestenes and Stiefel, 1952):

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{r}_0 = \mathbf{y} - \mathbf{Ax}_0 \quad (\mathbf{x}_0 \text{ arbitrário}) \quad (2)$$

$$\alpha_i = \frac{(\mathbf{p}_i, \mathbf{r}_i)}{(\mathbf{p}_i, \mathbf{Ap}_i)} \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha_i \mathbf{p}_i \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i - \alpha_i \mathbf{Ap}_i \quad (5)$$

$$\beta_i = -\frac{(\mathbf{r}_{i+1}, \mathbf{Ap}_i)}{(\mathbf{p}_i, \mathbf{Ap}_i)} \quad (6)$$

$$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{r}_{i+1} + \beta_i \mathbf{p}_i \quad (7)$$

Nas equações acima $(\mathbf{p}_i, \mathbf{r}_i)$ representa o produto interno entre os vetores \mathbf{p}_i e \mathbf{r}_i ; \mathbf{p}_i representa a direção que conduz ao mínimo e é o passo na direção do gradiente $\mathbf{g}_i = -\mathbf{r}_i$. Para evitar que o algoritmo tome várias vezes uma mesma direção \mathbf{g}_i para a correção de \mathbf{x}_{i+1} , o método do GC sugere que tomemos um conjunto de direções \mathbf{p}_i tal que o vetor gradiente seja ortogonal à nova direção.

Regularização e Módulo L

Na resolução numérica de problemas discretos mal postos, técnicas de regularização são empregadas com o intuito de tornar a inversão mais estável. A solução pela regularização por matrizes de derivada permite solucionar não o problema original, mas um problema equivalente e mais robusto com relação às variações nos dados de entrada. E para o processo linearizado, partindo-se de um modelo inicial \mathbf{m}^0 , significa atualizar os parâmetros do modelo iterativamente por meio das equações:

$$(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{D}_n^T \mathbf{D}_n)^k \Delta \mathbf{m}^k = (\mathbf{G}^T)^k \Delta \mathbf{d}^k \quad (8)$$

Na equação (8) λ é uma constante positiva ($\lambda > 0$), chamada de parâmetro de regularização que controla a quantidade de suavização sobre a solução. Quando $n = 0$, \mathbf{D}_n corresponde à matriz identidade resultando em

uma regularização de ordem zero. Para $n = 1$, \mathbf{D}_n corresponde à matriz da aproximação numérica da primeira derivada e a regularização é de ordem 1:

$$\mathbf{D}_1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \dots & \ddots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Quando temos $n = 2$, a regularização é de ordem dois que culmina no uso da matriz da aproximação numérica da segunda derivada:

$$\mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \dots & \ddots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

O Módulo L foi proposto por Sá (1996) baseando-se na chamada curva L. A curva L é uma ferramenta gráfica utilizada de forma analítica para escolha do parâmetro de regularização, usualmente aplicada em problemas inversos em Geofísica como pode ser verificado em trabalhos como Santos et al. (2006) e Santos et al. (2009). Na curva L as abscissas correspondem ao vetor de erro entre os dados $\|\mathbf{e}\| = \|\mathbf{Gm} - \mathbf{d}\|$ e as ordenadas correspondem ao vetor da derivada discreta do modelo estimado $\|\mathbf{D}_n \mathbf{m}\|$. A ideia do Módulo L é a de medir a distância de um ponto da curva L até a origem dos eixos:

$$MODL^2 = [\mathbf{e}^T \mathbf{e} - \mathbf{r}^T \mathbf{r}]^2 + [(\mathbf{D}_n \mathbf{m})^T (\mathbf{D}_n \mathbf{m})]^2 \quad (9)$$

Na equação (9) \mathbf{r} é a estimativa do vetor ruído presente nos dados. E o parâmetro λ ideal será aquele que minimiza essa função.

Procedimentos e Resultados

Os dados tomográficos foram adquiridos com geometria poço a poço ou XWP (do inglês cross well profile), como decorrência de um projeto de pesquisa de tomografia sísmica da UFBA e PETROBRAS. A aquisição de dados propriamente dita foi realizada pela Schlumberger. O conjunto de dados utilizado nesse trabalho tinha um total de 141 fontes e 140 receptores. Os poços envolvidos tinha bastante inclinação conforme pode ser visto na Figura 1 (Oliveira, 2013).

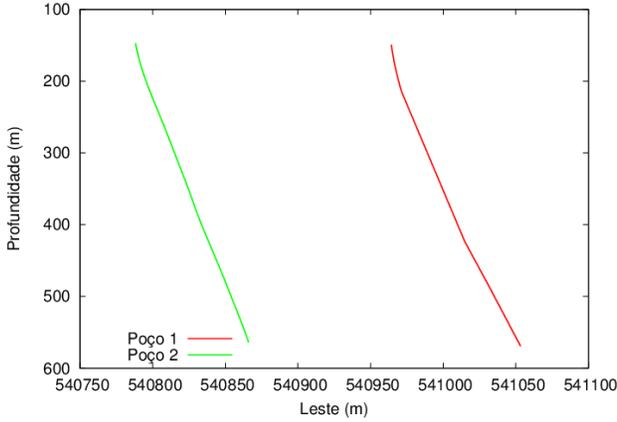


Figura 1: Representação gráfica da disposição dos poços em 2D, coordenada Leste em UTM.

A Figura 2 mostra os tempos de trânsito válidos, em função do número da fonte e do número do receptor. Pode-se concluir que as regiões mais profundas foram as mais iluminadas. Alguns cuidados foram necessários durante a modelagem direta, realizada por traçado de raios. Para os 19.740 raios previstos, gerados numericamente, apenas 14.200 foram registrados no campo. E desses, apenas 14.048 foram validados após a remoção dos erros de *picking*.

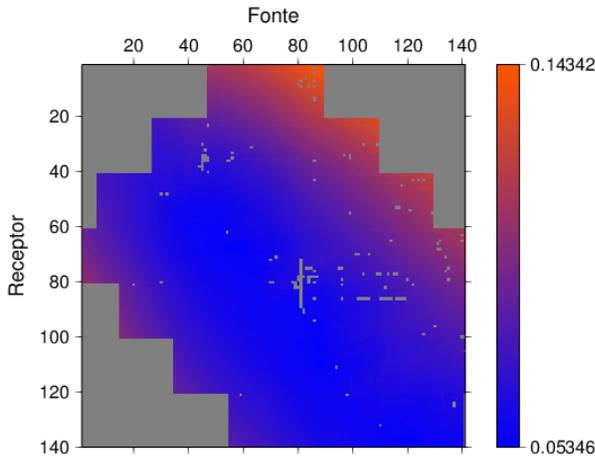


Figura 2: Representação gráfica dos tempos de trânsito adquiridos no Campo de Dom João. A barra de cores fornece os tempo de trânsito em segundos. Os pontos em cor cinza representam tempos de trânsito não válidos.

O algoritmo de traçado de raios demanda as coordenadas de fontes e receptores. Para a inversão propriamente dita é necessário um modelo de velocidades. O modelo inicial foi homogêneo, com 3.100 *m/s*. Discretizamos a região de interesse em 3.526 blocos, sendo cada bloco de 5 por 5 *m*. O tempo de processamento para cada iteração, ou seja cada traçado de raios, foi de aproximadamente 45 minutos e, em cada iteração o sistema linear é resolvido 20 vezes, cada vez com um parâmetro de regularização distinto.

Usou-se o Módulo L e erro RMS entre os tempos de trânsito observados e tempos de trânsito calculados para escolha do parâmetro λ ótimo. Por ser um conjunto de dados reais, sabe-se que os dados apresenta algum ruído. Desse modo, deve-se utilizar alguma estimativa de ruído para o Módulo L. O critério de parada foi o erro RMS residual da distribuição de velocidade estimada entre as iterações k e $k + 1$, ou seja,

$$\Delta E_{v,rms} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (v_i^{k+1} - v_i^k)^2}. \quad (10)$$

Foi aqui considerado um resíduo de velocidade de 0.1 *m/s*, ou um máximo de 10 iterações, o que for alcançado primeiro.

As Figuras 3 e 4 mostram a curva do Módulo L, para as regularizações de ordem 1 e 2, respectivamente. Em cada figura, o Módulo L é expresso em função do parâmetro de regularização. Pelo critério de parada estabelecido, foram realizadas 7 iteração com a regularização de ordem 1 (Figura 3) e 9 iterações com a regularização de ordem 2 (Figura 4). As Figuras 5 e 6 mostram curvas do erro RMS entre os tempos de trânsito observado e os tempos de trânsito calculados, o que denotamos por $E_{d,rms}$, para regularizações de ordem 1 e 2, respectivamente. Dependendo da iteração k , o melhor λ ficou restrito no intervalo entre 10^8 e 10^{10} , para as duas ordens de regularização.

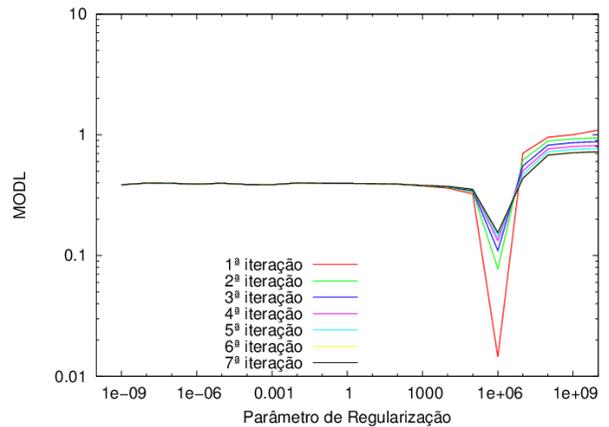


Figura 3: Curvas de Módulo L em função do parâmetro de regularização, para diferentes iteração e regularização de ordem 1.

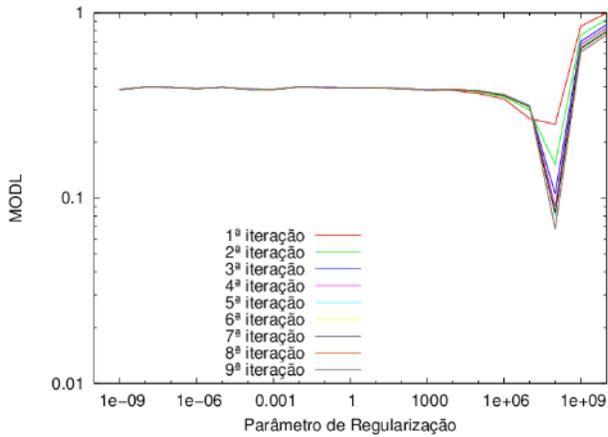


Figura 4: Curvas de Módulo L em função do parâmetro de regularização, para diferentes iteração e regularização de ordem 2.

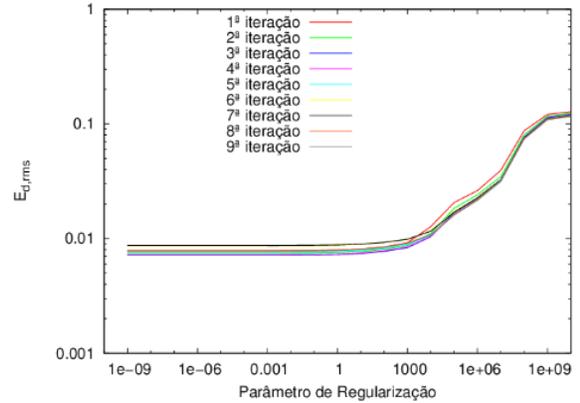


Figura 5: Curvas de erro RMS entre vetor dado observado e vetor dado calculado, em função do parâmetro de regularização, para diferentes iteração, para regularização de ordem 2.

Conforme já mencionado, para a regularização de ordem 1 a convergência foi obtida com sete iterações. A Figura 7 mostra o resultado para a primeira iteração e a Figura 8 depois de sete iterações. Já para a regularização de ordem 2, foram realizadas 9 iterações, sendo que a Figura 9 mostra o resultado para a primeira iteração e a Figura 10 a nona iteração.

Podemos notar claramente que as imagens obtidas nas iterações finais são mais apuradas, em particular mais interfaces são reveladas, assim como essas camadas estão melhor definidas ou resolvidas. Um sumário dos resultados pode ser encontrado na Tabela 1, onde também, podemos concluir também que existe uma convergência para um mínimo local.

Discussão e Conclusões

A tomografia sísmica combina dois aspectos importantes: estimação de propriedades físicas e imageamento. A ideia básica da tomografia de transmissão linearizada é bastante abrangente aplicável em geofísica de reservatórios. No entanto, requer um tratamento matemático que lide com a não linearidade e o fato de o problema inverso ser mal posto. Neste sentido, foi utilizada a inversão linearizada através do método do gradiente conjugado com regularização por matrizes de derivadas. A abordagem do Módulo L foi utilizada para selecionar o melhor parâmetro de regularização λ^{opt} .

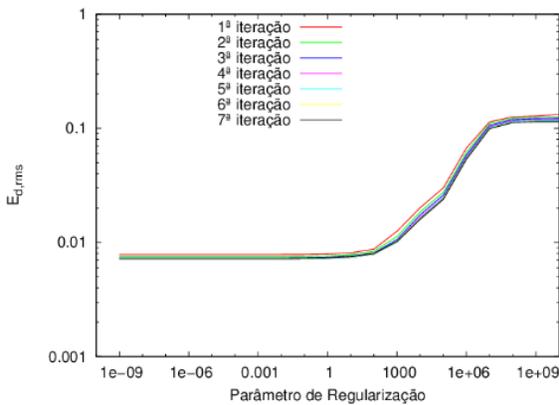


Figura 4: Curvas de erro RMS entre vetor dado observado e vetor dado calculado, em função do parâmetro de regularização, para diferentes iteração, para regularização de ordem 1.

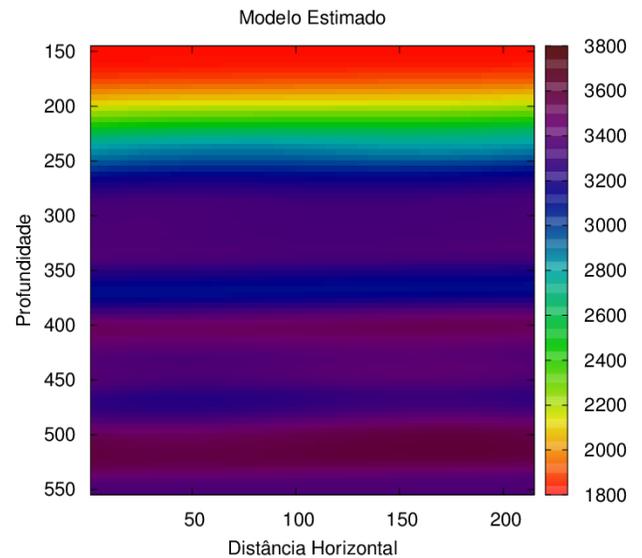


Figura 6: Imagem tomográfica obtida pelo método GC, com o algoritmo de inversão linearizada, para regularização de ordem 1, primeira iteração. A escala de cores representa a velocidade da onda P, em m/s. A profundidade e a distância horizontal são dados em metros.

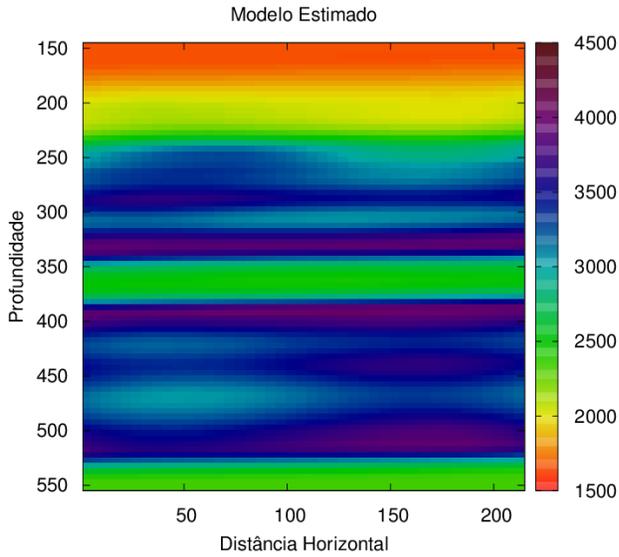


Figura 8: Imagem tomográfica obtida pelo método GC, com o algoritmo de inversão linearizada, para regularização de ordem 1, sétima iteração. A escala de cores representa a velocidade da onda P, em *m/s*. A profundidade e a distância horizontal são dados em metros.

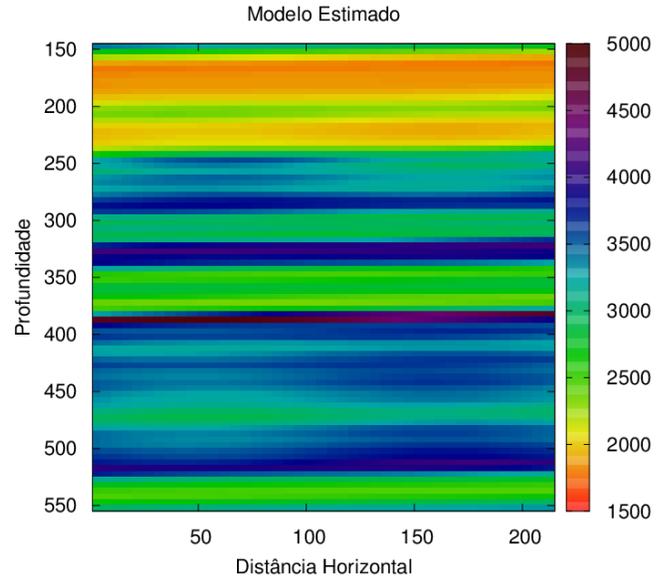


Figura 10: Imagem tomográfica obtida pelo método GC, com o algoritmo de inversão linearizada, para regularização de ordem 2, nona iteração. A escala de cores representa a velocidade da onda P, em *m/s*. A profundidade e a distância horizontal são dados em metros.

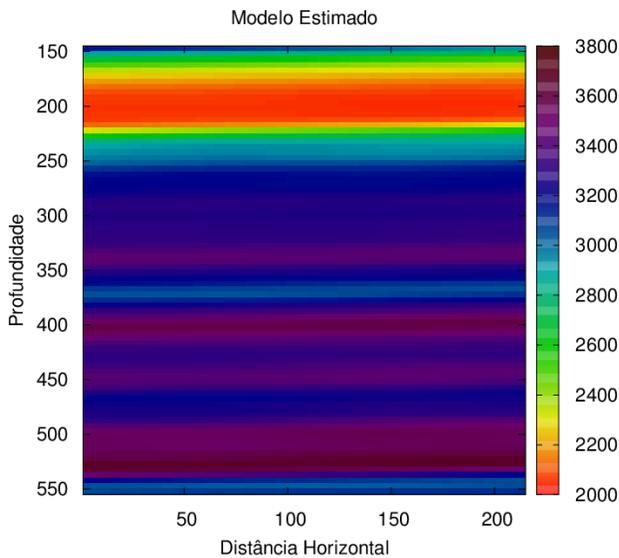


Figura 9: Imagem tomográfica obtida pelo método GC, com o algoritmo de inversão linearizada, para regularização de ordem 2, primeira iteração. A escala de cores representa a velocidade da onda P, em *m/s*. A profundidade e a distância horizontal são dados em metros.

O uso da teoria do raio como uma aproximação de alta frequência para a propagação de ondas acústicas foi viável porque o meio estudado não deve ter mudanças bruscas de velocidade. Deve-se levar em conta que havia uma região sem raios, onde o resultado da inversão foi inconsistente. Uma possibilidade para melhorar a qualidade da solução pode ser a utilização de perfis sônicos como uma informação *a priori*, uma vez que o modelo inicial, tem um papel importante na inversão. No entanto, para a presente pesquisa essa informação não existia ou não estava disponível. Finalmente, os resultados mostraram que a tomografia de tempos de trânsito pode ser utilizada para a caracterização de reservatórios com alta taxa de variação vertical, semelhante à situação do campo de Dom João, Bacia Recôncavo.

Agradecimentos

Os autores agradecem à PETROBRAS por patrocinar o projeto "Investigação sobre o Uso da Tomografia de Transmissão na Caracterização de Reservatórios Complexos" e pela permissão do uso dos dados reais neste trabalho. N. P. Oliveira agradece à CAPES pela bolsa de mestrado. A. Bassrei agradece ao CNPq pelos projetos 307.427/2010-2 e 308.690/2013-3 (bolsa de produtividade de pesquisa), ao CNPq e PETROBRAS pelo apoio ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Geofísica de Petróleo (INCT-GP), e à FINEP pelo apoio à Rede Cooperativa de Pesquisa em Geofísica de Exploração (Rede 01).

Referências

Bassrei, A., Rodi, W. L. (1993) Regularization and inversion of linear geophysical data. 3rd International Congress of the Brazilian Geophysical Society, Rio de Janeiro, Brazil, volume I, 111-116.

Hestenes, M. R. and Stiefel, E. (1952) Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems, Journal of Research of the National Bureau of Standards, 49(6):409-436.

Oliveira, N. P. (2013) Aplicação da Tomografia Sísmica de Tempos de Trânsito em Dados do Campo de Dom João, Bacia do Recôncavo. Dissertação de Mestrado em Geofísica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

Sá, T. J. M. (1996) Inversão e Seleção de Imagens na Tomografia de Transmissão Utilizando Regularização de Ordem Arbitrária, Decomposição em Valores Singulares, Conjugado Gradiente Modificado e Entropia, Dissertação de Mestrado em Geofísica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

Santos, E. T. F.; Bassrei, A. and Costa, J. C. (2006) Evaluation of L-Curve and Theta- Curve approaches for the selection of regularization parameters in anisotropic travelttime tomography, Journal of Seismic Exploration, 15:245-272.

Santos, E. T. F.; Harris, J. M.; Bassrei, A. and Costa, J. C. (2009) Trigonal meshes in diffraction tomography with optimum regularization: an application for carbon sequestration monitoring, Journal of Seismic Exploration, 18:135-156.

Stewart, R. R. (1991) Exploration Seismic Tomography: Fundamentals, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK.

Iteração	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ordem de regularização	1	1	1	1	1	1	1	1	1
λ^{opt}	10^8	10^8	10^8	10^8	10^8	10^9	10^{10}	-	-
$E_{d,rms}$ (%)	12,60	12,28	11,96	11,67	11,46	11,44	11,43	-	-
N^{it}	1929	2071	2196	2272	2358	3475	3526	-	-
$\Delta E_{v,rms}$ (m/s)	8,90	1,82	1,85	1,48	1,19	0,17	0,02	-	-
Ordem de regularização	2	2	2	2	2	2	2	2	2
λ^{opt}	10^{10}	10^{10}	10^{10}	10^{10}	10^{10}	10^{10}	10^{10}	10^{10}	10^{10}
$E_{d,rms}$ (%)	12,76	12,41	12,13	11,98	11,88	11,85	11,78	11,63	11,63
N^{it}	3526	3526	3526	3526	3526	3526	3526	3526	3526
$\Delta E_{v,rms}$ (m/s)	7,54	2,95	2,35	1,89	1,68	1,63	1,19	0,32	0,10

Tabela 1: Resultados com dados reais usando inversão linearizada através do método do gradiente conjugado com regularização por matrizes derivadas, $n = 1$ indica primeira ordem de regularização e $n = 2$ indica segunda ordem de regularização. λ^{opt} é o parâmetro de regularização ideal e $\Delta E_{v,rms}$ é a velocidade RMS residual entre iterações k e $k + 1$. N^{it} representa o número de iterações requeridas pelo método do gradiente conjugado.