

Camada Equivalente Polinomial

Vanderlei C. Oliveira Jr.*¹, Valéria C. F. Barbosa¹ e Leonardo Uieda¹

¹Observatório Nacional

Copyright 2012, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no V Simpósio Brasileiro de Geofísica, Salvador, 27 a 29 de novembro de 2012. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do V SimBGF, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

Resumo

Apresentamos um novo método computacionalmente efetivo para o processamento de dados de campos potenciais via técnica da camada equivalente. Em nossa abordagem, as propriedades físicas das fontes equivalentes são descritas por polinômios. Aplicações a conjuntos de dados sintéticos e reais mostram que o nosso método produz camadas equivalentes capazes de computar as transformações lineares padrões de dados de campos potenciais. Ao comparar o número total de operações com ponto-flutuante necessárias para estimar uma camada equivalente via nosso método com a abordagem clássica, verificamos que os tempos computacionais necessários para construir o sistema linear e resolver o problema inverso linear podem ser reduzidos em até duas e três ordens de grandeza, respectivamente.

Introdução

De acordo com a teoria do potencial, um conjunto discreto de observações de um campo potencial produzido por uma distribuição 3D de propriedade física pode ser exatamente reproduzida por uma distribuição 2D de propriedade física. Esta distribuição 2D de propriedade física é uma superfície contínua e infinita que, na prática, é aproximada por um conjunto finito de fontes equivalentes (por exemplo, massas pontuais e dipolos magnéticos) dispostas em uma camada com dimensões horizontais finitas, denominada camada equivalente (Dampney 1969). Seguindo a abordagem clássica, a propriedade física de cada fonte equivalente é estimada por meio de uma inversão linear com o intuito de ajustar um conjunto discreto de observações de um campo potencial. Em seguida, a distribuição 2D de propriedade física estimada pode ser utilizada para computar as transformações lineares padrões, tais como interpolação, continuação para cima (ou para baixo) e redução ao polo, de campos potenciais (Emilia 1973; Hansen & Miyasaki 1984; Silva 1986; Cordell 1992). O advento dos aerolevantamentos tornou possível a aquisição de grandes conjuntos de dados de campos potenciais e impulsionou a necessidade de processá-los. Contudo, para processar grandes conjuntos de dados via técnica da camada equivalente, é necessário um grande conjunto de fontes equivalentes. Isso torna proibitivamente custosa a construção do sistema linear e a solução do problema inverso necessários na aplicação da técnica da camada equivalente clássica. Para superar esta dificuldade, trabalhos anteriores utilizaram

procedimentos similares a uma convolução discreta (Leão & Silva 1989) ou aproximações para tornar a matriz envolvida esparsa. Estas aproximações consistem em negligenciar o efeito de fontes equivalentes distantes de um ponto de observação, realizar compressões por meio de ondaletas (wavelets) ou agrupar, em blocos, fontes equivalentes distantes de um ponto de observação (Hansen & Miyasaki 1984; Li & Oldenburg 2010; Barnes & Lumley 2011). Neste trabalho, apresentamos um novo método rápido para a aplicação da técnica da camada equivalente por meio da aproximação por polinômios da distribuição de propriedade física das fontes equivalentes. Testes com conjuntos de dados sintéticos e reais mostram a boa eficiência do nosso método.

Metodologia

Seja d um vetor N -dimensional de observações de um campo potencial (pontos cinza na Fig. 1a) e p um vetor M -dimensional dos valores da propriedade física das M fontes equivalentes. Presumimos que as fontes equivalentes (pontos pretos na Fig. 1b) estão distribuídas em uma malha regular, com uma profundidade constante formando uma camada equivalente. As fontes equivalentes podem ser massas pontuais ou dipolos, dependendo se as observações do campo potencial são dados gravimétricos ou magnéticos, respectivamente. Assim, o vetor p contém um conjunto de densidades, no caso de dados gravimétricos, ou intensidades magnéticas, no caso de dados magnéticos. O campo potencial predito pela camada equivalente nos pontos de observação pode ser descrito em notação da matricial como

$$g(p) = Gp, \quad (1)$$

em que $g(p)$ é um vetor N -dimensional cujo i -ésimo elemento $g_i(p)$ é o dado do campo potencial predito no i -ésimo ponto de observação ($x = x_i$, $y = y_i$, e $z = z_i$, Fig. 1a) e G é a matriz $N \times M$ das funções de Green cujo ij -ésimo elemento é o campo potencial no i -ésimo ponto de observação produzido pela j -ésima fonte equivalente localizada em ($x = x'_j$, $y = y'_j$, e $z = z_0$, Fig. 1b) e com a propriedade física unitária.

Na aplicação clássica da técnica da camada equivalente, os parâmetros a serem estimados são as propriedades físicas (densidades ou intensidades magnéticas) das M fontes equivalentes (massas pontuais ou dipolos). O problema inverso de estimar esta distribuição discreta de propriedade física (o vetor de parâmetros p na Eq. 1) a partir de dados observados é um problema matematicamente mal posto porque a sua solução é instável. Na formulação clássica da técnica da camada equivalente, uma estimativa estável de p pode ser obtida usando-se o regularizador de Tikhonov de ordem zero (Tikhonov & Arsenin 1977). Esta estimativa estável pode

ser obtida através do estimador no espaço dos parâmetros, i.e.:

$$\mathbf{p}^* = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d}, \quad (2a)$$

ou usando-se o estimador no espaço dos dados, i.e.:

$$\mathbf{p}^* = \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{G}^T + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{d}, \quad (2b)$$

em que T significa transposição, μ é o parametro de regularização e \mathbf{I} é a matriz identidade de ordens M (Eq. 2a) e N (Eq. 2b). Depois de estimar o vetor \mathbf{p}^* , a transformação linear deseja, tal como interpolação, redução ao pólo e continuação para cima (ou para baixo é realizada por

$$\mathbf{t} = \mathbf{T} \mathbf{p}^*, \quad (3)$$

em que \mathbf{t} é um vetor N -dimensional contendo o campo transformado e \mathbf{T} é a matriz $N \times M$ das funções de Green cujo ij -ésimo elemento é o campo potencial transformado no i -ésimo ponto de observação produzido pela j -ésima fonte com a propriedade física unitária.

Uma transformação linear através da técnica da camada equivalente é realizada em duas etapas: 1) estima-se a distribuição da propriedade física (\mathbf{p}^* , Eq. 2) e 2) calcula-se o campo transformado (Eq. 3) que requer uma multiplicação de uma matriz por um vetor. Em termos de carga computacional, a primeira etapa é o grande obstáculo no uso da técnica da camada equivalente. Esta etapa sempre requer a solução de grandes sistemas lineares (Eq. 2). Os estimadores nos espaços dos parâmetros (Eq. 2a) e dos dados (Eq. 2b) requerem a formação e a inversão de matrizes $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mu \mathbf{I})$ e $(\mathbf{G} \mathbf{G}^T + \mu \mathbf{I})$ com dimensões $M \times M$ e $N \times N$, respectivamente. Como a técnica da camada equivalente geralmente requer um número de fontes equivalentes M muito maior que o número de observações N , então o estimador no espaço dos dados (Eq. 2b) é a alternativa computacionalmente mais viável. Para reduzir ainda mais o esforço computacional, \mathbf{p}^* (Eq. 2b) pode ser obtida em dois passos. No primeiro, solucionamos o sistema linear

$$(\mathbf{G} \mathbf{G}^T + \mu \mathbf{I}) \mathbf{w} = \mathbf{d}, \quad (4)$$

em que o vetor \mathbf{w} é uma variável auxiliar. No segundo passo avaliamos

$$\mathbf{G}^T \mathbf{w} = \mathbf{p}^*. \quad (5)$$

Como o sistema linear da Eq. 4 envolve uma matriz simétrica e definida positiva (dependendo do μ), a solução deste sistema pode ser via decomposição de Cholesky. A complexidade demandada para a obtenção de \mathbf{p}^* a partir das equações 4 e 5 pode ser verificada através da contagem do número de operações com ponto flutuante (flops). Flop é um acrônimo (em inglês) de "operação ponto flutuante" que é definido como uma operação de adição, subtração, multiplicação ou divisão de dois números reais (Boyd & Vandenberghe 2004). A solução do sistema linear (Eq. 4) através da decomposição de Cholesky requer m_s flops, em que

$$m_s = 1/3 N^3 + 2N^2. \quad (6a)$$

A construção do sistema linear e da avaliação das operações auxiliares (Eq. 5) requer m_c flops, em que

$$m_c = M N^2 + 2NM, \quad (6b)$$

em que $M N^2$ e $2NM$ são os flops para avaliar a matriz $\mathbf{G} \mathbf{G}^T$ e a Eq. 5, respectivamente. Então, a estimativa de \mathbf{p}^* através das Eqs. 4 e 5 demanda $m_s + m_c$ flops.

Embora a formulação do problema da camada equivalente no espaço dos dados (Eq. 2b) reduz significativamente o tempo computacional quando comparada à formulação no espaço dos parâmetros (Eq. 2a), o tempo computacional é ainda excessivo. Na prática, este gasto computacional torna o problema inviável quando o número de observações é grande. Para superar esta dificuldade, propomos um novo conceito de camada equivalente que leva a um método computacionalmente eficiente para estimar \mathbf{p}^* .

Camada equivalente Polinomial (PEL)

Seja uma camada equivalente composta por M fontes equivalentes (pontos pretos na Fig. 1b) cujas propriedades físicas (densidades ou intensidade de magnetização) são os elementos de um vetor M -dimensional \mathbf{p} . Vamos dividir esta camada equivalente em Q janelas de fontes equivalentes (retângulos tracejados na Fig. 1b) com dimensões horizontais iguais e tendo o mesmo número M_s de fontes equivalentes, em que $M_s \ll M$ e $M = M_s \cdot Q$. Então, particionamos o vetor de parâmetros como $\mathbf{p} = [\mathbf{p}^{1T} \dots \mathbf{p}^{QT}]^T$, em que \mathbf{p}^k , $k = 1, \dots, Q$, é um vetor M_s -dimensional contendo as propriedades físicas das fontes equivalentes dentro da k -ésima janela de fonte equivalente. Neste trabalho, descrevemos a distribuição da propriedade física dentro da k -ésima janela por um polinômio bivalente q_k , $k = 1, \dots, Q$, de grau α . O número P de coeficientes deste polinômio q_k é dado por

$$P = \sum_{l=1}^{\alpha+1} l. \quad (7)$$

Então as propriedades físicas das fontes equivalentes dentro da k -ésima janela de fontes equivalente, \mathbf{p}^k , pode ser expressa em termos dos coeficientes $c_l^k, l = 1, \dots, P$, da função polinomial q_k , de ordem α , i.e.,

$$\mathbf{p}^k = \sum_{l=1}^P \mathbf{b}_l^k c_l^k. \quad (8)$$

Esta relação linear pode ser reescrita como

$$\mathbf{p}^k = \mathbf{B}^k \mathbf{c}^k, \quad k=1, \dots, Q, \quad (9)$$

em que \mathbf{c}^k é um vetor P -dimensional cujo l -ésimo elemento c_l^k é o l -ésimo coeficiente do polinômio q_k , e \mathbf{B}^k é a matriz $M_s \times P$ cuja l -ésima coluna é o vetor M_s -dimensional \mathbf{b}_l^k . Um elemento genérico da matriz \mathbf{B}^k é a primeira derivada da função polinomial q_k , de ordem α com respeito a um dos P coeficientes (c_1^k, \dots, c_P^k). Para ilustrar esta matriz, vamos considerar que a k -ésima janela de fontes equivalente é composta por $M_s = 12$

fontes equivalentes cuja distribuição de propriedade física pode ser descrita por um polinômio de segunda ordem ($\alpha = 2$ and $P = 6$, Eq. 7). Neste caso, o j -ésimo elemento do vetor de parâmetros \mathbf{p}^k (12 x1) (equações 8 e 9) é

$$p_j^k = c_1^k + c_2^k x_j' + c_3^k y_j' + c_4^k x_j'^2 + c_5^k x_j' y_j' + c_6^k y_j'^2, \quad (10)$$

em que $j=1, \dots, 12$ e a matriz \mathbf{B}^k (12 x 6) é

$$\mathbf{B}^k = \begin{bmatrix} 1 & x_1' & y_1' & x_1'^2 & x_1' y_1' & y_1'^2 \\ 1 & x_2' & y_2' & x_2'^2 & x_2' y_2' & y_2'^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{M_s}' & y_{M_s}' & x_{M_s}'^2 & x_{M_s}' y_{M_s}' & y_{M_s}'^2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Numericamente, p_j^k , $j = 1, \dots, 12$, é igual ao polinômio de segunda ordem q_k avaliado nas coordenadas horizontais (x_j' , y_j') de localização da j -ésima fonte equivalente dentro da k -ésima janela de fontes equivalentes.

Presumimos, neste trabalho, que a distribuição da propriedade física dentro da camada equivalente é um conjunto de Q funções polinomiais de ordem α (i.e., q_k , $k = 1, \dots, Q$) definidas por um conjunto de Q janelas de fontes equivalentes especificado pelo interprete. Então, a distribuição da propriedade física dentro de toda a camada equivalente, que inclui todas as fontes equivalentes de todas as janelas, pode ser descrita como

$$\mathbf{p} = \mathbf{B} \mathbf{c}, \quad (12)$$

em que \mathbf{B}^k é uma matriz $M_s \times H$ ($H = P \cdot Q$) que pode ser particionada como

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}^2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{B}^Q \end{bmatrix}, \quad (13)$$

em que $\mathbf{0}$ é uma matriz $M_s \times P$ de zeros. O vetor H -dimensional \mathbf{c} (Eq. 12) é particionado como $\mathbf{c} = [c^{1T} \dots c^{QT}]^T$. Então, o vetor \mathbf{c} contém todos os coeficientes descrevendo todas as funções polinomiais, q_k , $k = 1, \dots, Q$, que são associados com Q janelas de fontes equivalentes que compõem a camada equivalente. Usando a Eq. 12, o sistema linear em que a Eq. 1, de N equações em M variáveis desconhecidas, pode ser reescrito como

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}) = \mathbf{G} \mathbf{B} \mathbf{c}. \quad (14)$$

A Eq. 14 representa um sistema de N equações em H variáveis desconhecidas.

Na nossa abordagem, chamada Camada Equivalente Polinomial (PEL), solucionamos primeiro o problema inverso de estimar o vetor de coeficientes polinomiais \mathbf{c} a partir das observações do campo potencial. Em seguida, calculamos a distribuição da propriedade física usando a

Eq. 12. Finalmente, computamos a transformação dos dados desejada usando a Eq. 3. Para obter uma estimativa estável de \mathbf{c} , impomos as regularizações de Tikhonov de ordens zero e um (Tikhonov & Arsenin, 1977) formulando-se o problema de otimização vinculado de minimizar

$$\|\mathbf{c}\|^2, \quad (14a)$$

e

$$\|\mathbf{R} \mathbf{B} \mathbf{c}\|^2, \quad (14b)$$

sujeito a

$$\|\mathbf{g}(\mathbf{p}) - \mathbf{d}\|^2 = \delta, \quad (14c)$$

em que $\|\cdot\|$ é a norma Euclideana, δ é o valor esperado para a média da soma dos quadrados do ruído nos dados, e \mathbf{R} é uma matriz $L \times M$ representando um conjunto de L diferenças finitas de primeira ordem (Aster *et al.* 2004). O regularizador de Tikhonov de ordem zero (Eq. 14a) impõe que todos os coeficientes estimados (vetor \mathbf{c}) devam estar o mais próximo possível de zero. O regularizador de Tikhonov de ordem um (Eq. 14b) impõe o vínculo de suavidade na distribuição da propriedade física das fontes da camada equivalente que estão localizadas nas bordas de janelas adjacentes. Solucionando este problema de otimização vinculado (Eq. 14), obtemos a equação normal para o estimador \mathbf{c}^* ,

$$[\mathbf{B}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{B} + \mu (\lambda_0 \mathbf{I} + \lambda_1 \mathbf{B}^T \mathbf{R}^T \mathbf{R} \mathbf{B})] \mathbf{c}^* = \mathbf{B}^T \mathbf{G}^T \mathbf{d}, \quad (15)$$

em que \mathbf{I} é a matriz identidade de ordem H e μ é o parâmetro de regularização que equilibra a importância relativa entre a função do ajuste (Eq. 14c) e os dois vínculos (equações 14a e 14b). As constantes λ_0 e λ_1 (na Eq. 15) são números reais positivos que controlam a importância dos dois vínculos dados pelas Eqs. 14a e 14b, respectivamente. A Eq. 15 representa um sistema de H equações lineares em H variáveis desconhecidas, em que H é o número total de coeficientes dos polinômios que formam todas as Q janelas de fontes equivalentes. Este número de coeficientes é menor que o número de fontes equivalentes M e o número de dados N . Então, a PEL requer um esforço computacional muito menor que a abordagem clássica da camada equivalente, mesmo na formulação no espaço dos dados, que requer a solução de um sistema de N equações lineares em N variáveis desconhecidas, (Eq. 2b).

O número de flops h_s demandado para solucionar o sistema linear (Eq. 15) através da decomposição Cholesky é

$$h_s = 1/3 H^3 + 2H^2. \quad (16a)$$

Considerando-se que \mathbf{B} é uma matriz esparsa, o número de flops h_c demandado para a construção do sistema linear e a avaliação das operações auxiliares é dado por

$$h_c = 2NM_s H + H^2 N + 2NH + 2MP, \quad (16b)$$

em que $2NM_s H$, $H^2 N$, $2NH$ e $2MP$ são os números de flops demandados para avaliar os termos $\mathbf{G} \mathbf{B}$, $\mathbf{B}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{B}$, $\mathbf{B}^T \mathbf{G}^T \mathbf{d}$ e a distribuição de propriedade física (p vetor de parâmetros \mathbf{p} na Eq. 12), respectivamente. Note que o

uso do regularizador de Tikhonov de ordem zero na abordagem clássica da camada equivalente (Eq. 2b) e na abordagem da PEL (Eq. 15) demanda, respectivamente, N e H operações de adição; isto equivale adicionar N flops a m_c (Eq. 6b) e H flops a h_c (Eq. 16b). Como H é muito menor que N ($H \ll N$), o uso do regularizador de Tikhonov de ordem zero na PEL requer um esforço computacional muito menor que a abordagem clássica da camada equivalente. Por outro lado, abordagem clássica da camada equivalente (Eqs. 2a e 2b) não usa o regularizador de Tikhonov de ordem um. O uso do regularizador de Tikhonov de ordem um na PEL (Eq. 14b) poderia erroneamente sugerir um aumento expressivo do número de flops h_c (Eq. 16b) porque avalia-se o termo $\mathbf{B}^T \mathbf{R}^T \mathbf{R} \mathbf{B}$. Este aumento não é expressivo porque as matrizes \mathbf{B} e \mathbf{R} são esparsas, o que implica em um aumento desprezível do número de flops h_c (Eq. 16b). Note que a PEL requer a etapa adicional de calcular a distribuição da propriedade física (Eq. 12) após a solução do sistema de equações lineares para estimar os coeficientes do polinômio (Eq. 15). Este cálculo deve ser feito antes de computarmos a transformação desejada dos dados (Eq. 3). Esta etapa adicional não aumenta significativamente o custo computacional, porque computar a distribuição da propriedade física (Eq. 12) apenas requer a multiplicação de uma matriz esparsa por um vetor. Em resumo, mesmo usando uma função regularizadora adicional (Eq. 14b) e introduzindo uma etapa adicional no fluxo do processamento (Eq. 12), nosso método de camada equivalente (PEL) requer um baixo esforço computacional quando comparado a abordagem clássica da camada equivalente.

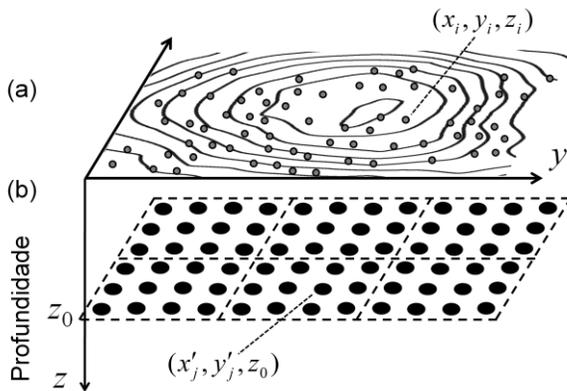


Figura 1 – Representação esquemática da camada equivalente. (a) Anomalia de campo potencial (linhas pretas) medida em um conjunto de N pontos de observações (pontos cinza) localizados nas coordenadas (x_i, y_i, z_i) , $i = 1, \dots, N$. (b) Representação de uma camada equivalente formada por M fontes equivalentes (pontos pretos) localizados em uma grade com profundidade constante z_0 . Estas fontes equivalentes estão localizadas nas coordenadas (x'_j, y'_j, z_0) , $j = 1, \dots, M$, e podem ser pontos de massa (no caso gravimétrico) ou dipolos (no caso magnético). Esta camada equivalente está dividida em janelas (linhas pontilhadas) cujas propriedades físicas são descritas por polinômios.

Aplicação a dados sintéticos

Ilustramos o uso da PEL no processamento de dados de gravidade e magnéticos produzidos por corpos sintéticos.

Dados gravimétricos sintéticos

Simulamos um conjunto de $N = 10000$ observações gravimétricas contaminadas com ruído (linhas vermelhas na Fig. 2a), computadas no plano $z = -150$ m e produzidas por múltiplas fontes (não mostradas). Nós construímos uma PEL com $M = 10000$ fontes equivalentes (pontos de massa) distribuídas em uma grade localizada na profundidade constante $z_0 = 200$ m. Dividimos esta camada equivalente em $Q = 100$ janelas de fontes equivalentes dispostas em uma grade de 10×10 janelas, cada uma contendo $M_s = 100$ fontes equivalentes. Utilizamos polinômios de terceiro grau ($\alpha = 3$), com $P = 10$ coeficientes (Eq. 7), totalizando $H = 1000$ incógnitas que descrevem todos os Q polinômios que compõem a camada equivalente. Os H coeficientes estimados correspondem a uma distribuição de densidades cujo dado predito em $z = -150$ m (linhas azuis) ajusta os dados simulados (linhas vermelhas), tal como mostrado na Fig. 2a. A Fig. 2b mostra que os dados gravimétricos continuados até $z = -500$ m por meio da PEL (linhas azuis) reproduzem os dados verdadeiros computados na mesma elevação (linhas vermelhas). Avaliamos o número de flops (Eqs 6a-6b e 16a-16b) e verificamos que a PEL é muito mais rápida que a aproximação clássica (isto é, $m_c \approx 83 h_c$ e $m_s \approx 994 h_s$).

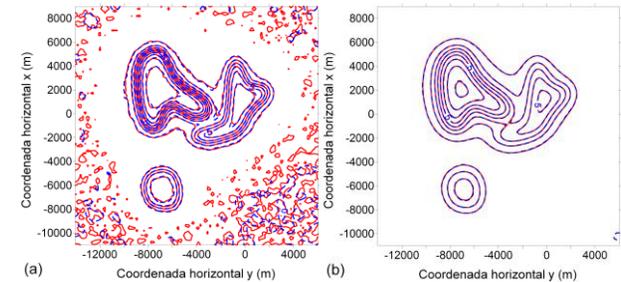


Figura 2 – Testes com dados gravimétricos sintéticos. (a) Dados observados contaminados com ruído (linhas vermelhas) e dados preditos pela PEL (linhas azuis) computados em $z = -150$ m. (b) Dados verdadeiros e sem ruído (linhas vermelhas) e dados continuados via PEL estimada (linhas azuis). Os dados foram computados em $z = -500$ m.

Dados magnéticos sintéticos

A Fig. 3a mostra a anomalia de campo total contaminada com ruído (linhas vermelhas) e produzida por um corpo sintético (não mostrado). Estes dados foram calculados no plano $z = 0$ m em $N = 15000$ pontos de observação. O campo geomagnético simulado tem declinação e inclinação iguais a 45° e -3° , respectivamente. O corpo sintético tem magnetização uniforme com declinação e inclinação iguais a -10° e 2° , respectivamente. Construímos uma PEL com $M = 17424$ fontes equivalentes (dipolos magnéticos) distribuídas em uma

grade localizada na profundidade $z_0 = 200$ m. Estes dipolos magnéticos têm a mesma direção de magnetização do corpo simulado. A camada equivalente é dividida em $Q = 484$ janelas de fontes equivalentes dispostas em uma grade de 22×22 janelas, cada uma contendo $M_s = 36$ fontes equivalentes. Utilizamos polinômios de primeiro grau ($\alpha = 1$) com $P = 3$ coeficientes (Eq. 7), totalizando $H = 1452$ incógnitas que descrevem todos os Q polinômios que compõem a camada equivalente. Após estimar os H coeficientes e calcular a distribuição de intensidade de magnetização na camada equivalente, reproduzimos a anomalia de campo total simulada (linhas azuis na Fig. 3a) via PEL. Em seguida, computamos a anomalia reduzida ao polo (linhas azuis na Fig. 3b), que concorda com a anomalia magnética computada com inclinação 90° (linhas vermelhas na Fig. 3b). Avaliamos o número de flops (Equações 5-6 e 15-16) e verificamos que a PEL é muito mais rápida que a aproximação clássica (isto é, $m_c \approx 118 h_c$ e $m_s \approx 1098 h_s$).

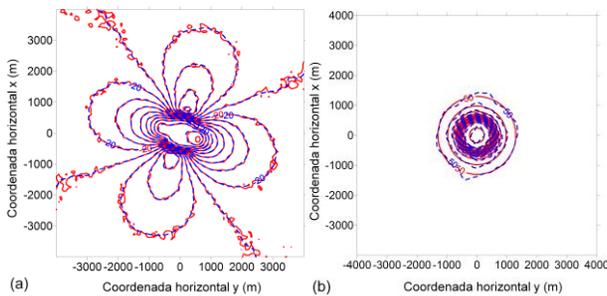


Figura 3 – Testes com dados magnéticos sintéticos. (a) Dados observados contaminados com ruído (linhas vermelhas) e dados preditos pela PEL (linhas azuis) computados em $z = 0$ m. (b) Dados verdadeiros calculados no polo e sem ruído (linhas vermelhas) e dados reduzidos ao polo via PEL estimada (linhas azuis).

Aplicação a dados reais

Aplicamos nosso método (PEL) no processamento de um conjunto de dados aeromagnéticos sobre o Arco Magmático de Goiás, no Brasil central. Esta região é formada por rochas metaplutônicas expostas entre sequências vulcano-sedimentares (Pimentel *et al.* 2000). O conjunto de dados aeromagnéticos cobre a porção sul do Arco Magmático de Goiás, no Arco Arenópolis (Fig. 4a), e foi adquirido em uma altura média $z = -539$ m. O campo geomagnético tem declinação e inclinação iguais a -19° e $-21,5^\circ$, respectivamente, e consideramos que a fonte tem um vetor de magnetização total com declinação e inclinação iguais a -19° e -40° , respectivamente, baseado no trabalho de Dutra & Marangoni (2009). O conjunto de dados utilizado contém $N = 33914$ observações. Construímos uma PEL com $M = 39060$ dipolos com declinação e inclinação iguais a -19° e -40° , respectivamente, distribuídos em uma grade localizada na altura constante $z_0 = -400$ m. Dividimos esta camada equivalente em $Q = 1085$ janelas de fontes equivalentes dispostas em uma grade de 35×31 janelas, cada uma

com $M_s = 36$ dipolos. Utilizamos polinômios de primeiro grau ($\alpha = 1$) com $P = 3$ coeficientes (Eq. 7). Dessa forma, o número de incógnitas (coeficientes) que descrevem a intensidade de magnetização dos dipolos é $H = 3255$. A Fig. 4a mostra que a anomalia de campo total predita (linhas azuis) obtida pela PEL ajusta bem a anomalia de campo total observada (linhas vermelhas). Em seguida, calculamos o campo reduzido ao polo em uma altura mais elevada que a das observações por meio da PEL, o que corresponde a realizar uma continuação para cima e uma redução ao polo dos dados aeromagnéticos observados. A Fig. 4b mostra a anomalia de campo total observada continuada para cima e reduzida ao polo (linhas azuis). Verificamos que o nosso método efetuou uma redução ao polo consistente, já que a anomalia reduzida ao polo resultante (linhas azuis na Fig. 4b) é predominantemente positiva. Computamos o número de flops (Eqs. 6a-6b e 16a-16b) e verificamos que a PEL é muito mais rápida que a abordagem clássica (isto é, $m_c \approx 122 h_c$ and $m_s \approx 1129 h_s$).

Conclusões

Apresentamos um novo método rápido para o processamento de dados de campos potenciais via técnica da camada equivalente, cuja novidade consiste em utilizar polinômios para representar as propriedades físicas das fontes equivalentes dentro de um conjunto de janelas de fontes equivalentes. Aplicações a dados sintéticos e reais mostram que o nosso método produz camadas equivalentes eficazes no cômputo de qualquer transformação de dados de campos potenciais sem um grande esforço computacional e um longo tempo de processamento, se comparado com a abordagem clássica.

Agradecimentos

Os autores receberam apoio financeiro por meio de bolsa de Produtividade em Pesquisa (VCF Barbosa) e bolsas de doutorado CNPq (VC Oliveira Jr) e CAPES (L Uieda). Apoio financeiro adicional foi fornecido pelas agências brasileiras de fomento CNPq (471693/2011-1) e FAPERJ (E-26/103.175/2011). Os autores agradecem ao Governo de Goiás, Brasil, pela liberação dos dados aeromagnéticos e à Pós-Graduação do Observatório Nacional pela viabilização da pesquisa.

Referências

- ASTER RC, BORCHERS B & THURBER CH. 2004. Parameter estimation and inverse problems: Elsevier Academic Press.
- BARNES G & LUMLEY J. 2011. Processing gravity gradient data. *Geophysics*. 76(2): I33–I47.
- BOYD S & VANDENBERGHE L. 2004. Convex optimization. Cambridge University Press.

CORDELL L. 1992. A scattered equivalent-source method for interpretation and gridding of potential-field data in three dimensions. *Geophysics*. 57: 629–636.

DAMPNEY CNG. 1969. The equivalent source technique. *Geophysics*. 34: 39–53.

DUTRA AC & MARANGONI YR. 2009. Gravity and magnetic 3D inversion of Morro do Engenho complex, Central Brazil. *Journal of South American Earth Sciences*. 28: 193–203.

EMILIA DA. 1973. Equivalent sources used as an analytic base for processing total magnetic field profiles. *Geophysics*. 38: 339–348.

HANSEN RO & Miyazaki Y. 1984. Continuation of potential fields between arbitrary surfaces. *Geophysics*. 49: 787–795.

LEÃO JWD & SILVA JBC. 1989. Discrete linear transformations of potential fields data. *Geophysics*. 54: 497–507.

LI Y & OLDENBURG DW. 2010. Rapid construction of equivalent sources using wavelets. *Geophysics*. 75(3): L51–L59.

PIMENTEL MM, FUCK RA, JOST H, FERREIRA FILHO CF & ARAÚJO SM. 2000. The basement of the Brasília Fold Belt and the Goiás Magmatic Arc. In: CORDANI UG, MILANI EJ, THOMAZ FILHO A & CAMPOS DA (Eds). *Tectonic evolution of South America*. 31st International Geological Congress. 195–230.

SILVA JBC. 1986. Reduction to the pole as an inverse problem and its application to low-latitude anomalies. *Geophysics*. 51(2): 369–382.

TIKHONOV AN & ARSENIN VY. 1977. *Solution of ill-posed problems*, Winston & Sons.

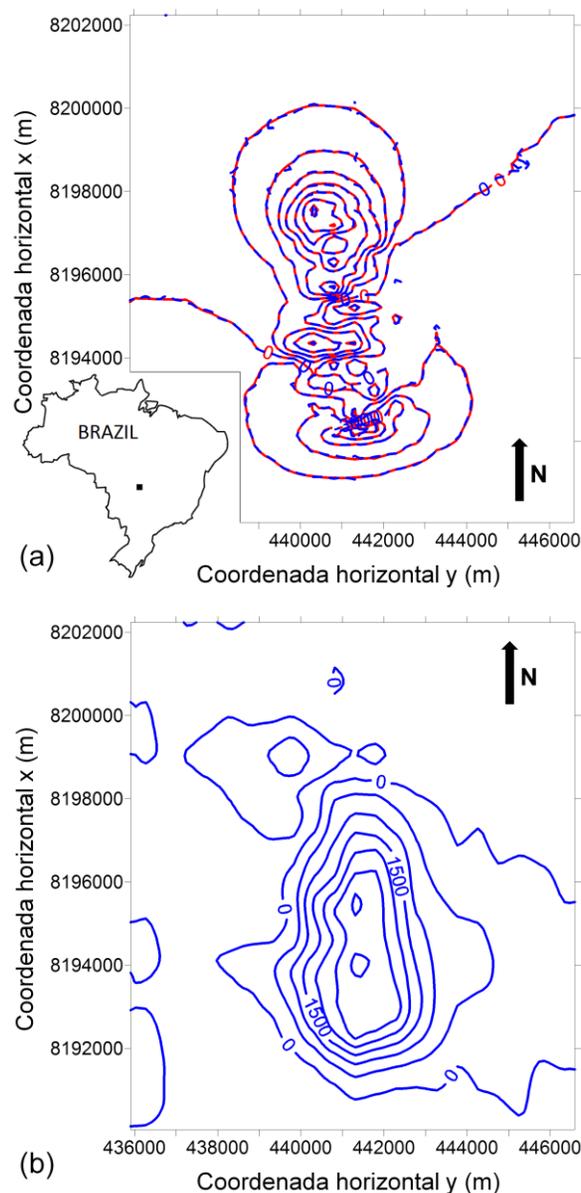


Figura 4 – Aplicação aos dados reais sobre o Arco de Arenópolis (Brasil). (a) Anomalia de campo total observada (linhas vermelhas) e anomalia predita pela PEL (linhas azuis). A área de estudo está destacada pelo quadrado preto no mapa do Brasil. (b) Dados reduzidos ao polo e continuados para cima via PEL.