



Modelagem de dados MT 2D em multicamadas com anisotropia arbitrária Costa, M. D. F. B, UFPA, Regis, C. R. T, UFPA

Copyright 2012, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica Este texto foi preparado para a apresentação no V Simpósio Brasileiro de Geofísica, Salvador, 27 a 29 de novembro de 2012. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do V SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

ABSTRACT

This paper presents our solution to the problem of modeling magnetotelluric data in 2D environments with arbitrary anisotropy on the conductivity. By arbitrary it is meant that the main anisotropy axes can assume any direction in relation to the reference frame in which the data are measured. The models have 2D bodies within a layered earth, any of these parts may present anisotropy. The numerical method used here is the finite element method. The problem is formulated as a 2D differential equation on the so called secondary field, which is the difference between the total field in each point and the 1D layered model response, called primary field. As the secondary field can be orders of magnitude smaller than the primary field, this separation allows for better numerical stability in the solutions.

INTRODUÇÃO

Desde a década de 50, quando as bases do método MT foram desenvolvidas (Cagniard, 1953; Tikhonov, 1950) muitos trabalhos têm contribuído para seu desenvolvimento teórico. Um aspecto importante incorporado aos trabalhos teóricos sobre o MT a partir da década de 60 foi a anisotropia e seus efeitos, uma vez que este fenômeno é verificado em muitos ambientes terrestres (Eisel e Haak, 1999). Segundo Mareschal e Bailey (1995); Eisel e Haak (1999), a anisotropia na condutividade elétrica é um fator intimamente ligado aos conjuntos tectônicos e aos aspectos evolucionários das estruturas geológicas da terra; como o método MT é baseado na medição da resistividade dos solos, é essencial entender a implicação nessas medidas. As primeiras formulações do MT tratavam de modelos 1D em camadas isotrópicas. Nas primeiras aplicações para modelos com anisotropia os modelos representavam casos muito específicos, e até meados da década de 70 todos os trabalhos tratavam de casos unidimensionais, como pode-se verificar nos trabalhos de, Mann (1988), O'Brien e Morrison (1967),

Rankin e Reddy (1969), Praus e Petr (1969), Chetaev (1960), Sinha (1969), Reddy e Rankin (1971), Abramovici (1974). Abramovici e Shoham (1977) fizeram as primeiras tentativas de inverter os dados MT 1D, Pek e Santos (2001) fizeram a inversão de dados MT 1D baseados na formulação de Abramovici, para a anisotropia arbitrária, tal formulação pode ser vista em Pek e Santos (2001, 2002, 2006). Com o avanço das técnicas computacionais os modelos bi e tridimensionais tornaram-se possíveis, e as soluções numéricas via técnica dos Elementos Finitos (EF), Diferencas Finitas (DF), Eguação Integral (EI) começaram a ganhar força neste cenário; e os modelos MT cada vez mais realistas. As investigações de modelos anisotrópicos 2D iniciaram com Reddy e Rankin (1975), que apresentaram um algorítmo via EF para um modelo de camadas com anisotropia horizontal. PEK e VERNER (1997) e Weidelt (1996 apud Li (2002)), modelaram, via técnica de DF, respostas MT de estruturas bi e tridimensionais, respectivamente, considerando anisotropia arbitrária. Li (2002) modelou, via EF, o MT 2D com anisotropia arbitrária e depois, em parceria com Pek (lip), modelou com o uso de malhas não estruturadas, comprovam que a formulação 2D via Elementos Finitos é uma ferramenta mais adequada que o método numérico das Diferenças Finitas para os problemas de MT em superfícies irregulares.

A formulação dos trabalhos citados é diretamente calculada no campo total. O objetivo deste trabalho é incorporar na literatura a solução do problema MT 2D com anisotropia para uma formulação que separa o campo resultante em duas partes, primária e secundária. Tal formulação não é encontrada na literatura, apesar desta técnica ser bem conhecida entre os autores. Ainda que teoricamente, desatrelar do campo total a contribuição advinda especificamente das camadas do meio, sem qualquer corpo em seu interior, e verificar se tal formulação pode contribuir com os resultados até então calculados através da comparação com o código de lip. No entando, neste trabalho apresentaremos apenas a formulação que considera tal separação do campo total, usando a técnica dos EFs.

DESENVOLVIMENTO DA TEORIA

O campo MT para modelos bidimensionais apresenta todas as suas componentes acopladas devido a anisotropia na condutividade. Tal parâmetro, representado por $\tilde{\sigma}$, é dado da seguinte forma no sistema de referência do problema (ver Fig. 1):

$$\tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}_{xx} & \tilde{\sigma}_{xy} & \tilde{\sigma}_{xz} \\ \tilde{\sigma}_{yx} & \tilde{\sigma}_{yy} & \tilde{\sigma}_{yz} \\ \tilde{\sigma}_{zx} & \tilde{\sigma}_{zy} & \tilde{\sigma}_{zz} \end{pmatrix}.$$
(1)

E através da transformação $\tilde{\sigma} = \mathcal{R}^T \sigma''' \mathcal{R}$, é relacionado a seus eixos principais (Pek e Santos, 2001), sendo \mathcal{R} a matriz rotação e σ''' a matriz no sistema principal.



Figura 1: Modelo 2D, com anisotropia nas camadas e no corpo. O sistema de referência é destrógiro, com a direção positiva do eixo-z apontando para dentro das camadas, posicionado na primeira interface, com a origem no centro do desenho. A dimensão y do corpo é considerada infinita para a formulação 2D.

Na Fig. 1, desconsiderando o corpo, o campo resultante é a interação do campo MT com as estratificações do meio, que constitui o modelo primário. Sem essa restrição, o campo gerado é resultado da interação do campo com o conjunto, estratificações e heterogeneidade, que é o modelo secundário, gerando o campo total. Teoricamente, é possível fazer a diferença entre as quantidades vetoriais, campo primário e total. O resultado desta operação será chamado de campo secundário. Portanto, escreveremos o campo total elétrico e magnético da seguinte forma:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^p + \mathbf{E}^s \quad e \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^p + \mathbf{H}^s. \tag{2}$$

E as aplicaremos nas equações de Maxwell, obtendo:

$$\nabla \times \mathbf{E}^s + \mathfrak{z} \mathbf{H}^s = -\Delta \mathfrak{z} \mathbf{H}^p, \tag{3}$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^s - \tilde{\sigma} \mathbf{E}^s = \Delta \tilde{\sigma} \mathbf{E}^p, \tag{4}$$

em que $\mathfrak{z} = i\omega\mu$, e s e p, respectivamente, secundário e primário. O $\Delta \mathfrak{z}$ e $\Delta \tilde{\sigma}$ estão associados ao campo secundário, e seguem a mesma idéia das eqs. (2). Os campos secundários estão em função dos primários, e estes, atuam como fontes nas equações diferenciais (3) e (4). Sendo o meio homogêneo em relação a condutividade, e como os campos não variam na direção y (Fig.1), estas equações se desdobram nas seguintes componentes:

$$\begin{array}{rcl} & -\frac{\partial E_y^s}{\partial z} + \mathfrak{z} H_x^s &=& -\Delta \mathfrak{z} \mathcal{H}_x^p \\ \frac{\partial E_x^s}{\partial z} - \frac{\partial E_z^s}{\partial x} + \mathfrak{z} \mathcal{H}_y^s &=& -\Delta \mathfrak{z} \mathcal{H}_y^p \\ & \frac{\partial E_y^s}{\partial x} + \mathfrak{z} \mathcal{H}_z^s &=& -\Delta \mathfrak{z} \mathcal{H}_z^p \end{array}$$

$$\frac{\partial H_y^s}{\partial z} + \sigma_{xx} E_x^s + \sigma_{xy} E_y^s + \sigma_{xz} E_z^s = -\Delta E_x^p$$

$$\frac{\partial H_z^s}{\partial x} - \frac{\partial H_x^s}{\partial z} + \sigma_{yx} E_x^s + \sigma_{yy} E_y^s + \sigma_{yz} E_z^s = -\Delta E_y^p$$

$$- \frac{\partial H_y^s}{\partial x} + \sigma_{zx} E_x^s + \sigma_{zy} E_y^s + \sigma_{zz} E_z^s = -\Delta E_z^p$$

em que:

Δ

$$\Delta E_x^p = \Delta \sigma_{xx} E_x^p + \Delta \sigma_{xy} E_y^p + \Delta \sigma_{xz} E_z^p \quad (5)$$

$$\Delta E_y^p = \Delta \sigma_{yx} E_x^p + \Delta \sigma_{yy} E_y^p + \Delta \sigma_{yz} E_z^p \quad (6)$$

$$\Delta E_z^p = \Delta \sigma_{zx} E_x^p + \Delta \sigma_{zy} E_y^p + \Delta \sigma_{zz} E_z^p \quad (7)$$

Com as devidas substituições, o conjunto das seis equações originam o sistema abaixo, para E_y e H_y :

$$\nabla \cdot \left(\tilde{\tau} \nabla H_y^s - \mathbf{p} - \tilde{\tau} \mathbf{q} \right) - \mathfrak{z} H_y^s = \Delta \mathfrak{z} H_y^p, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mathfrak{z}} \nabla E_y^s + \frac{\Delta \mathfrak{z}}{\mathfrak{z}} \mathbf{s}\right) + A \frac{\partial H_y^s}{\partial x} - B \frac{\partial H_y^s}{\partial z} + -CE_y^s = B\Delta E_x^p + \Delta E_y^p + A\Delta E_z^p \tag{9}$$

em que: $\tilde{\tau} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$, $\mathbf{p} = -AE_y^s \mathbf{\hat{i}} + BE_y^s \mathbf{\hat{k}},$ $\mathbf{q} = \Delta E_z^p \mathbf{\hat{i}} - \Delta E_x^p \mathbf{\hat{k}},$ $\mathbf{s} = H_z^p \mathbf{\hat{i}} - H_x^p \mathbf{\hat{k}}.$ $D = (\sigma_{xx}\sigma_{zz} - \sigma_{zx}\sigma_{xz}),$ $A = (\sigma_{zx}\sigma_{xy} - \sigma_{xx}\sigma_{zy})/D,$ $B = (\sigma_{zy}\sigma_{xz} - \sigma_{zz}\sigma_{xy})/D,$ $C = (\sigma_{yx}B + \sigma_{yy} + \sigma_{yz}A).$

É importante relacionar os termos entre parênteses nas equações (8) e (9) com as componentes tangencias do campo nas bordas do corpo, que são dadas por:

$$E_t = -(\tilde{\tau}\nabla H_y - \mathbf{p} - \tilde{\tau}\mathbf{q}) \cdot \hat{\mathbf{n}}, \qquad (10)$$

$$H_t = \left(\frac{1}{\mathfrak{z}}\nabla E_y + \frac{\Delta\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}}\mathbf{s}\right) \cdot \hat{\mathbf{n}}.$$
 (11)

V Simpósio Brasileiro de Geofísica

Para verificar as equações acima basta decompor tais componentes tangenciais nas componentes x e z, em termos de senos e cossenos, conforme o esquema visto na Fig. 1. Depois substituir nestas a relação das componentes E_x^s , E_z^s , H_x^s e H_z^s , obtidos apartir do conjunto das seis equações.

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Vamos utilizar a solução numérica par o sistema diferencial formado pelas equações (8) e (9). Pela técnica dos elementos finitos (EF) transformamos um problema de contorno de EDP em um problema algébrico de variáveis discretas, muito mais simples de ser tratado (Rijo, 1996). Primeiro, definimos uma região Ω suficientemente grande em torno das heterogeneidades bidimensionais de interesse no problema, de modo que os valores absolutos das componentes E_y^s e H_y^s sejam muito pequenos na fronteira $\partial \Omega$, desta região. O fato de E_y^s e H_{u}^{s} serem praticamente zero na fronteira é conhecido como condições de fronteira de Dirichlet do tipo homogêneas. Depois subdividimos toda a região Ω em pequenas porções Ω_e de formas geométricas simples (triângulos, quadriláteros, etc.), denominados de elementos, e coletivamente chamados de malha de elementos finitos. E por fim, resolvemos o problema em cada um desses elementos, expressando E_y^s e H_y^s por combinações de funções bases φ_n , lineares ou quadráticas. Em seguida agrupamos a contribuição de cada um desses elementos na forma de uma matriz, chamada de matriz elementar, para formar um sistema linear de equações algébricas denominado de sistema global, que solucionado numericamente, fornece os valores discretos aproximados de $E_u^s \in H_u^s$ nos nós da malha.

Para restringir o problema a cada elemento Ω_e aplicaremos o critério de Galerkin, em Rijo (1977, apud Rijo (1996)) em cada equação do nosso sistema. Então, para a eq. (8) teremos:

$$\int_{\Omega_e} \varphi_n \left[\nabla \cdot \left(\tilde{\tau} \nabla H_y^s - \mathbf{p} - \tilde{\tau} \mathbf{q} \right) - \mathfrak{z} \varphi_n H_y^s \right] d\Omega = \int_{\Omega_e} \varphi_n \Delta \mathfrak{z} H_y^p d\Omega.$$
(12)

Usando a fórmula de Gauss para divergência: $\int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{u} v d\Omega = \int_{\Gamma} \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} v d\Gamma - \int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \nabla v d\Omega$, explicitaremos a contribuição das integrais de fronteira de cada elemento. Estas podem ser descartadas da formulação, uma vez que ao agrupar os vários elementos para montar a matriz elementar tais integrais anulam-se mutualmente. O que resta apenas é a contribuição na borda externa, mas tal é a região Ω que podemos considerá-la como zero. Considerando que $\mu \simeq \mu_0$ para a maioria dos materiais na subsuperfície, $\Delta \mathfrak{z} = 0$ em todo o domínio deste

problema. E a eq. (12) passa a ser escrita como:

$$\begin{split} &\sum_{n=1}^{3} \int_{\Omega_{e}} \left[\nabla \varphi_{n} \cdot \left(\tilde{\tau} \nabla H_{y}^{s} \right) + \mathfrak{z} \varphi_{n} H_{y}^{s} \right] d\Omega - \\ &\sum_{n=1}^{3} \int_{\Omega_{e}} \nabla \varphi_{n} \cdot \mathbf{p} d\Omega = \\ &\sum_{n=1}^{3} \int_{\Omega_{e}} \frac{1}{D} \left[\frac{\partial \varphi_{n}}{\partial z} \left(\sigma_{zz} \Delta E_{x}^{p} - \sigma_{zx} \Delta E_{z}^{p} \right) + \right. \\ &\frac{\partial \varphi_{n}}{\partial x} \left(\sigma_{xz} \Delta E_{x}^{p} - \sigma_{xx} \Delta E_{z}^{p} \right) d\Omega. \end{split}$$

(14)

De forma análoga, podemos aplicar à eq. (9) os mesmos passos tomados para eq. (8) até aqui, e obtemos:

$$\sum_{n=1}^{3} \int_{\Omega_{e}} \left(\frac{1}{\vartheta} \nabla \varphi_{n} \cdot \nabla E_{y}^{s} + \varphi_{n} C E_{y}^{s} \right) d\Omega - \sum_{n=1}^{3} \int_{\Omega_{e}} \varphi_{n} \left(A \frac{\partial H_{y}^{s}}{\partial x} - B \frac{\partial H_{y}^{s}}{\partial z} \right) d\Omega = -\sum_{n=1}^{3} \int_{\Omega_{e}} \varphi_{n} \left(B \Delta E_{x}^{p} + \Delta E_{y}^{p} + A \Delta E_{z}^{p} \right) d\Omega$$
(15)

Substituindo as funções E_y^s e H_y^s pelas respectivas combinações lineares de funções bases:

$$E_{y}^{s}(x,z) = \sum_{m=1}^{3} \varphi_{m} E_{ym}^{s} \quad e \quad H_{y}^{s}(x,z) = \sum_{m=1}^{3} \varphi_{m} H_{ym}^{s}$$
(16)

em que E_{ym} e H_{ym} são os campos elétricos e magnéticos nos n-ésimos vértices com as coordenadas (x_m, z_m) , m = 1, 2, 3; de um elemento triangular Δ_{123} , e φ_m são funções de forma linear, correspondentes ao plano formado por estes vértices, definidas por:

$$\varphi_m = \frac{1}{2A^e} \left(a_m + b_m x + c_m z \right), \quad m = 1, 2, 3, \quad (17)$$

em que $A^e=\frac{1}{2}(b_1c_2-b_2c_1)$ representa a área do elemento Δ_{123}

As integrais de (13) e (15), para cada elemento, são avaliadas usando as eqs. (16) - (20). Esses resultados são reescritos como o produto matricial de uma 6x6 por uma 6x1:

$$\begin{pmatrix} K_{1,1}^h & K_{1,1}^{ac} & \cdots \\ -K_{1,1}^{ac} & K_{1,1}^e & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_{y_1}^s \\ E_{y_1}^s \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1^h \\ -\gamma_1^e \\ \vdots \end{pmatrix}$$

O $K_{n,m}^{ac}$ é a matriz de acoplamento das eqs. (13) e (15) do sistema, responsável pelo acoplamento de todas as componentes do campo MT,

$$K_{n,m}^{ac} = \int_{\Omega_e} \left(A \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} - B \frac{\partial \varphi_n}{\partial z} \right) \varphi_m d\Omega.$$
 (22)

As matrizes $K_{n,m}^h$ e $K_{n,m}^e$ são dadas por:

$$K_{n,m}^{h} = \int_{\Omega_{e}} \left(\nabla \varphi_{n} \cdot \left(\tilde{\tau} \cdot \nabla \varphi_{m} \right) + \mathfrak{z} \varphi_{n} \varphi_{m} \right) d\Omega (23)$$

$$K_{n,m}^{e} = \int_{\Omega_{e}} \left(\frac{1}{\mathfrak{z}} \nabla \varphi_{n} \cdot \nabla \varphi_{m} + C \varphi_{n} \varphi_{m} \right) d\Omega (24)$$

e as matrizes γ_n^h e γ_n^e , que representam as fontes do campo, são dadas conforme as eqs. (13) e (15)

A útima etapa é montar o sistema Global de equações lineares através das matrizes 6x6 de cada elemento; incorporar as condições de fronteira homogêneas de Dirichlet; e finalmente, resolver o sistema para obter os valores de E_y^s e H_y^s em todos os nós da malha. Cada nó do elemento recebe um índice para cada campo calculado sobre ele, neste caso H_y e E_y . A alocação de cada elemento da matriz 6x6 (21) na matriz global é feita através de uma regra estabelecida entre os índices dos nós de cada elemento e os elementos de sua respectiva matriz como vemos em Rijo (1977 apud Rijo (1996, 1991)). O método dos EF produz um sistema de equações lineares cuja matriz global é geralmente esparsa, bandeada, simétrica e positiva definida (Hermitiana).

RESULTADOS



Figura 2: Modelo apresentado no artigo de Li. Corpo aflorante 2D, com direção de *strike* no eixo x, e anisotropia para o corpo e na segunda camada.

Na Fig. 3, em cor preta, estão as curvas do artigo de Li (2002), nas quais o autor compara os resultados de sua

modelagem 2D, utilizando a técnica numérica dos Elementos Finitos (FE – Finite Element), aos resultados da modelagem de PEK e VERNER (1997), utilizando Diferenças Finitas (FD – Finite Diference). Em vermelho, estão as curvas correspondentes à modelagem deste trabalho, que também utiliza o método FE. O modelo deste resultado está mostrado na Fig. 2. Os resultados deste trabalho são coerentes com os resultados da literatura.

Na Fig. 4 temos quatro gráficos de sondagem para um modelo que difere da Fig. 2 apenas pelo corpo está localizado 500m abaixo da primeira interface e sua dimensão x foi aumentada em 2km. Cada um contém quatro curvas de resistividade aparente.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Para Fig. 4a, as medidas foram feitas em x = 0. Respectivamente, em relação a primeira medida, os gráficos das Figs. 4b, c e d distam de 2500m, 5000m e 10000m. Para as frequências mais altas (1), que atingem a primeira camada, e para as mais baixas (2), que atingem o semi-espaço infinito inferior, ambos de natureza isotrópica, notamos que em todos os gráficos da Fig. 4 as curvas de σ_{xy} (azul) e σ_{yx} (verde) tendem a 1000m para (1) e a 100m para (2), sendo que quanto mais se afastam do corpo, a convergência para o caso (2) se torna melhor. As curvas de σ_{xx} (vermelha) e σ_{yy} (preta), uma tende à outra e ambas à zero para o caso (1), enquanto que para (2) também tendem à mesma trajetória, indo para o valor $1\Omega m$, devido a influência da camada anisotrópica, bastante forte até a região atingida por (2). Quanto mais nos afastamos do corpo melhor observamos este comportamento. Para as frequências intermediárias (3) que alcançam a profundidade da segunda e terceira camada, σ_{xy} e σ_{yx} acentuam mais a difereça entre suas curvas; já σ_{xx} e σ_{yy} passam a exibir tal diferença, uma vez que sem a presença do corpo suas curvas devem ser iguais. Na região alcançada por (3), quanto mais o local de medida for distante de x = 0, menos acentuada será a diferença entre σ_{xy} e σ_{yx} , e mais se aproximarão as curvas de σ_{xx} e σ_{yy} . Dentro da região de distorção estática, abaixo ao corpo, as curvas apresentam um defasagem grande uma das outras, como podemos observar em Fig 4a e 4b.

REFERÊNCIAS

- Abramovici, F., e Shoham, Y., 1977, Inversion of anisotropic magnetotelluric data: Geophysics J, R. astt. Soc., 50, 55–74.
- Cagniard, L., 1953, Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting: Geophysics, **18**, 605–635.

Chetaev, D., 1960, The determination of the anisotropy

coefficient and the angle of inclination of a homogeneous anisotropic medium by measuring the impedance of the natural electromagnetic field: Bull. Acad. Sci. USSR Geophys. Ser., **4**, 407–408.

- Eisel, M., e Haak, V., 1999, Macro-anisotropy of the electrical conductivity of the crust: a magnetotelluric study of the german continental deep drilling site (ktb): Geophys. J. Int., **136**, 109–122.
- Li, Y., 2002, A finite-element algorithm for electromagnetic induction in 2d anisotropic conductivity structures: Geophysics J. Int., 148, 389–401.
- Mann, J., 1988, The importance of the anisotropic conductivity in magnetotelluric interpretation: Journ. of Geophysical Research, 70, no. 12, 2940–2942.
- MareschalM., K. R. K. R. L. J., e Bailey, R., 1995, Archean cratonic roots, mantle shear zones, and deep electrical anisotropy: Nature, **375**, 134–137.
- O'Brien, D., e Morrison, H., 1967, Electromagnetic fields in an n-layear anisotropic half-space: Geophysics, **32**, no. 4, 668–677.
- Pek, J., e Santos, F., 2001, Magnetotelluric inversion for anisotropic conductivities: ELEKTROMAGNE-TISCHE TIEFENFORSCHUNG, Burg Ludwigstein. *Kolloquium...*, pages 1.10–5.10.
- Pek, J., e Santos, F., 2002, Magnetotelluric impedances and parametric sensitivities for 1-d anisotropic layered media: Computer & Geociences, 28, 939–950.
- Pek, J., e Santos, F., 2006, Magnetotelluric inversion for anisotropic conductivities in layered media: Physics of the Earth and Planetary Interiors, 58, 139–158.
- PEK, J., e VERNER, T., 1997, Finite-difference modelling of magnetotelluric fields in 2d anisotropic media: Geophys. J. Int., **128**, 505–521.
- Praus, O., e Petr, V., 1969, Magnetotelluric calculations for the interaction of polarized fields with anisotropic layered media: Canadian Journal of Earth Science, **6**, 759–769.
- Rankin, D., e Reddy, I., 1969, A magnetotelluric study of resistivity anisotropy: Geophysics, **34**, no. 3, 438– 449.
- Reddy, I., e Rankin, D., 1971, Magnetotelluric effect od dipping anisotropies: Geophysical Prospecting, 19, 84–97.
- Reddy, I., e Rankin, D., 1975, Magnetotelluric response of laterally inhomogeneous and anisotropic media: Geophysics, 40, no. 6, 1035–1045.

- Rijo, L., 1991, Teoria dos métodos elétricos e eletromagnéticos i e ii: Notas de aulas do curso, Belém-PA.
- Rijo, L., 1996, Respostas eletromagnéticas de dimensões $2\frac{1}{2}$ e $3\frac{1}{2}$: Dissertação apresentada ao concurso de professor titular do Departamento de Geofísica do Centro de Geociências da UFPA, Belém-PA.
- Sinha, A., 1969, The magnetotelluric effect in an inhomogeneous and anisotropic earth: Geoexploration, 7, 9–28.
- Tikhonov, A. N., 1950, On determining electrical characteristics of deep layers of the earth's crust: Doklady, 73, no. 2, 295–297.



Figura 3: As curvas em preto são do trabalho de Li, identificadas por (a), (b), $(c) \in (d)$. Em vermelho estão as curvas construídas neste trabalho, e se relacionam às curvas pretas pelas mesmas letras com as quais foram identificadas. No trabalho de Li, ele considera a direção x como a *strike*, por isso, a componente σ_{xx} dele corresponde a componente σ_{yy} deste trabalho, por exemplo. As curvas são referentes a frequência de 0,3333...Hz.



Figura 4: As curvas de sondagens. (a) x = 0, (b) borda do corpo, x = 1500m, (c) 5000m do centro e (d) modelo 1D, que tem medida igual a qualquer distância lateral.