



## Modelamento Sísmico 3-D Combinando as Extrapolações “Up” e “Down” com o Operador SS-PSPI

Gary Corey Aldunate e Reynam C. Pestana, UFBA, LAGEP, INCT-GP

*Copyright 2012, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica Este texto foi preparado para a apresentação no V Simpósio Brasileiro de Geofísica, Salvador, 27 a 29 de novembro de 2012. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do V SimBGF, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.*

### ABSTRACT

A very efficient way to solve approximately the complete acoustic wave equation is decoupling it, in two first order one-way wave equations, related to the vertical component, upward ( $-Z$ ) and downward ( $+Z$ ). In order to solve these equations we have used the split-step-plus-interpolation (SS-PSPI) one-way solution method, that has been proved to be very suitable for migration problems in 3-D media.

Using the Huygens' Principle for seismic modeling an equivalent simulation of complete wave propagation can be obtained by applying appropriately the solutions of the two uncoupled equations. In this procedure, a source point located on the surface is extrapolated downward and recursively until reaching the last depth level in the velocity model. A second upward extrapolation is performed in order to propagate reversely the wavefield, from the last depth to surface level, on each depth level is added the previously stored wavefield in the descending process and convolved with the reflectivity to simulate a secondary source. Receivers located on the surface record these wavefields.

Seismic modeling have been tested on 2-D and 3-D synthetic models. The upward and downward wavefield propagation provides a good approximation of complete wavefield propagation, demonstrating the applicability of this procedure.

### INTRODUÇÃO

O modelamento sísmico numérico é uma técnica para simular a propagação da onda acústica no interior da Terra. O objetivo é simular a resposta sísmica, que seria registrada ao longo da superfície de registro, dado um modelo geológico em profundidade (Carcione et al., 2002). Através da modelagem é possível monitorar a qualidade da migração pré-empilhamento em profundi-

dade. Os dados modelados podem ser migrados e os resultados avaliados em razão dos parâmetros da aquisição utilizados.

Os métodos usados para o modelamento sísmico pertencem a duas categorias. A primeira, baseada na solução integral da equação de onda, é comumente chamada de traçamento de raios. São métodos de alta eficiência computacional, mas com baixa precisão em modelos estruturalmente complexos. Os outros métodos, baseados na equação de onda completa usando esquemas de diferenças finitas explícitas, conseguem gerar dados mais precisos, ou seja, modelam todos os eventos sísmicos (difrações, ondas retornantes, ondas duplex, eventos de múltiplas chegadas, etc.). Entretanto, uma atenção especial deve ser levada em conta à medida que o campo de onda é propagado no tempo, devido aos problemas de estabilidade e dispersão, que são típicos dos métodos com esquemas de diferenças finitas explícitos (Thorbecke, 2012).

Recentemente, Wu et al. (2007) e Xiong et al. (2006) propõem um esquema de modelamento com a equação de onda unidirecional para a simulação de uma aquisição de registros de famílias de tiro comum. Para efetuar o modelamento, utilizamos a solução de duas equações unidirecionais desacopladas a partir da equação de onda completa (Zhang e Wong, 2010) e aplicamos o princípio de Huygens, adicionando uma fonte secundária numa das equações unidirecionais conforme sugerido por Wu et al. (2007). Neste trabalho, o operador de extrapolação usado é o “Split-Step-Plus-Interpolation” - SS-PSPI (Aldunate e Pestana, 2011, 2010; Chen e Du, 2010), pois é um operador robusto e consegue lidar muito bem com fortes variações laterais de velocidade, bem como não apresenta anisotropia azimutal em meios 3-D. O algoritmo implementado para a modelagem é bastante simples, não produz interferência de ondas múltiplas ou de ondas diretas.

No processo de modelagem em meios 3-D de seções de tiro comum, uma fonte pontual é injetada na superfície do modelo e a extrapolação desse campo de onda é realizado para todos os níveis de profundidade do modelo de velocidades. Durante o processo de extrapolação em profundidade para baixo, os campos de onda são salvos em cada nível de continuação em profundidade. Ou seja, em cada plano ( $X - Y$ ), o campo de onda é salvo. Para simular a propagação para cima, extrapola-se o

campo de ondas desde o último nível de profundidade até o nível da superfície, adicionando os campos de ondas previamente armazenados no processo descendente e convolvido com a função refletividade. Desta forma, podemos realizar o modelamento sísmico, onde os efeitos de reflexões e difrações são registradas nos geofones localizados na superfície. Este tipo de modelagem leva em conta as ondas refletidas, ondas duplex (“duplex-waves”), e as ondas retornantes (“returning-waves”). A única diferença comparada ao método de diferenças finitas é a ausência do efeito de espalhamento múltiplo, ou múltiplas, por exemplo, os do tipo “peg-legs”, que são muito bem simuladas com a solução da equação de onda acústica completa por diferenças finitas.

Os testes numéricos de modelamento foram feitos sobre modelos de velocidades 2-D e 3-D. Dos resultados obtidos, verifica-se que o processo de modelamento apresenta sismogramas de boa qualidade.

### DESACOPLAMENTO DA EQUAÇÃO DE ONDA ACÚSTICA 3-D

A equação da onda acústica para meios 3-D, ou seja, a equação completa é:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2(y, x, z)} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (1)$$

onde  $z, x, y$  são as variáveis espaciais,  $t$  é o tempo,  $p(t, y, x, z)$  é o campo de pressão acústica e  $v(y, x, z)$  é a velocidade do meio.

Para desacoplar a equação (1) num sistema de duas equações diferenciais parciais de primeira ordem, aplicamos uma transformada de Fourier temporal à equação completa, obtendo assim uma equação de onda completa no domínio da frequência-espaco:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = -\frac{\omega^2}{v^2(y, x, z)} P, \quad (2)$$

onde  $P = P(\omega, y, x, z)$  e  $\omega$  é a frequência temporal. O campo de pressão  $P(\omega, y, x, z = 0)$  é conhecido, mas,  $\frac{\partial P}{\partial z}$  em  $z = 0$  é desconhecido, portanto, é complicado empregar a equação (2), posto que duas condições de fronteira são requeridas. Para superar esta dificuldade re-escrevemos a equação (2) da seguinte forma conveniente:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = -\left(\frac{\omega^2}{v^2(y, x, z)} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) P. \quad (3)$$

Agora, escrevendo a equação (3) numa notação matricial, temos:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} P \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -S^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde  $S^2 = \left(\frac{\omega^2}{v^2(y, x, z)} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)$ . E, definindo uma matriz  $A$  como,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -S^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

que pode ser fatorada usando os seus autovetores e autovalores, ou seja, diagonalizando a matriz  $A$  da seguinte forma:

$$A = V \Lambda V^{-1}, \quad (6)$$

onde  $V, \Lambda, V^{-1}$ , são definidos, respectivamente, como:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -iS & iS \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -iS & 0 \\ 0 & iS \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$V^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & iS^{-1} \\ 1 & -iS^{-1} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

onde  $V$  é composto pelos autovetores associados à matriz  $A$ ,  $\Lambda$  os autovalores de  $A$  e  $V^{-1}$  é a matriz inversa correspondente à  $V$ .

Aplicando-se a transformada de Fourier espacial sobre as variáveis  $y, x$  na equação da onda (3), e considerando que  $v = v_0(z)$ , ou seja, que a velocidade não varia lateralmente, obtemos a seguinte equação no domínio frequência-número de onda:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = -\left(\frac{\omega^2}{v_0^2(z)} - k_x^2 - k_y^2\right) P, \quad (10)$$

onde  $P = P(\omega, k_y, k_x, z)$  e  $k_x, k_y$  são os números de onda horizontais. A relação de dispersão, ou seja, o número de onda vertical  $k_z$ , é definida pela relação:

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{v_0^2(z)} - k_x^2 - k_y^2. \quad (11)$$

Então, a equação (10) pode ser expressa como:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_z^2\right) P = \left(\frac{\partial}{\partial z} + ik_z\right) \left(\frac{\partial}{\partial z} - ik_z\right) P = 0, \quad (12)$$

ou, voltando ao domínio frequência-espaco:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + iK_z\right) \left(\frac{\partial}{\partial z} - iK_z\right) P = 0, \quad (13)$$

onde a nova relação de dispersão ( $K_z$ ) nesse domínio, é dada pela expressão:

$$K_z = S = \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2(y, x, z)} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}}. \quad (14)$$

Supondo agora que o campo de onda total  $P$  possa ser decomposto num campo de onda descendente  $D$

(“Down”) e num campo de onda ascendente  $U$  (“Up”), a partir da equação 13, temos que:

$$P = D + U, \quad (15)$$

e que:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -iK_z(D - U) = -iS(D - U). \quad (16)$$

As duas equação anteriores, podem ser expressas na seguinte notação matricial:

$$\begin{bmatrix} P \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} D \\ U \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Assim, a equação da onda completa escrita na forma matricial, equação (4), pode ser re-escrita em suas componentes  $D$  e  $U$ , como:

$$\frac{\partial}{\partial z} V \begin{bmatrix} D \\ U \end{bmatrix} = (V \Lambda V^{-1}) V \begin{bmatrix} D \\ U \end{bmatrix}, \quad (18)$$

ou,

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} D \\ U \end{bmatrix} = (\Lambda - V^{-1} \frac{\partial V}{\partial z}) \begin{bmatrix} D \\ U \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Desta forma, obtemos as seguintes equações para as componentes  $D$  e  $U$ :

$$\frac{\partial D}{\partial z} = -iK_z D - \frac{1}{2K_z} \frac{\partial K_z}{\partial z} (D - U), \quad (20)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = +iK_z U + \frac{1}{2K_z} \frac{\partial K_z}{\partial z} (D - U). \quad (21)$$

As equações (20) e (21) representam equações de onda unidirecionais, que podem ser usadas para a extrapolação do campo de onda em um meio não homogêneo. A extrapolação pode ser implementada com as equações acima. Entretanto, os campos de onda descendente e ascendente ainda encontram-se acoplados. Durante o processo de extrapolação, nota-se que o campo de onda descendente depende do campo de onda ascendente, enquanto o campo de onda ascendente é também requerido quando o campo de onda descendente é extrapolido. Se o meio for homogêneo ao longo de  $z$ , então,  $\frac{\partial K_z}{\partial z} = 0$ , essas equações podem ser ainda reduzidas para:

$$\frac{\partial D}{\partial z} = -iK_z D, \quad (22)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = +iK_z U. \quad (23)$$

Assim, somente usando uma condição de fronteira, pode-se resolver as equações (22) e (23). Também, isto é válido aproximadamente para meios não homogêneos.

No domínio da frequência-número de onda ( $\omega - k_x - k_y$ ), a equação acústica separada em equações unidirecionais (equações ascendente e descendente) para um meio sem

variação lateral de velocidade, ou seja,  $v_o(z)$ , são expressas como

$$\frac{\partial D}{\partial z} = -ik_z D, \quad (24)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = +ik_z U. \quad (25)$$

As equações (24) e (25), que são equações diferenciais parciais de primeira ordem, têm respectivamente as seguintes soluções :

$$D = e^{-ik_z z} = e^{-i \frac{\omega}{v_0(z)} \sqrt{1 - \frac{v_0^2(z)}{\omega^2} (k_x^2 + k_y^2)}} z, \quad (26)$$

$$U = e^{+ik_z z} = e^{+i \frac{\omega}{v_0(z)} \sqrt{1 - \frac{v_0^2(z)}{\omega^2} (k_x^2 + k_y^2)}} z. \quad (27)$$

### OPERADOR 3-D “SPLIT STEP PLUS INTERPOLATION” - SS-PSPI

Considerando agora que a velocidade, nas equações (26) e (27) possa variar também nas direções laterais  $X$  e  $Y$  (sem mudar o domínio dos números de onda  $k_y$  e  $k_x$ ), ou seja,  $v = v(y, x, z)$ , levando em conta as variações laterais de velocidade, existirá um conflito de domínios, pois a velocidade está no domínio espacial e o campo de onda no domínio de Fourier, ou seja, o campo de onda é função dos números de ondas espaciais. Para superar este conflito, podemos usar o método SS-PSPI (Aldunate e Pestana, 2011, 2010; Chen e Du, 2010). Com o método SS-PSPI o operador de extrapolação para cada frequência temporal é escrito em duas funções independentes. Aplicando-se esse método para os operadores  $D$  e  $U$ , equações (26) e (27), obtemos:

$$\mathcal{D}(x, y; k_x, k_y) \sim \sum_{j=1}^n f_j^D(x, y) g_j^D(k_x, k_y), \quad (28)$$

$$\mathcal{U}(x, y; k_x, k_y) \sim \sum_{j=1}^n f_j^U(x, y) g_j^U(k_x, k_y), \quad (29)$$

onde  $\mathcal{D}$  e  $\mathcal{U}$  representa o operador 3-D SS-PSPI para a extrapolação descendente e ascendente, respectivamente. O índice  $j$ , com  $j = 1, \dots, n$ , indica as velocidades de referência usadas nas soluções (28) e (29) e, assim, podemos melhorar a acurácia do operador nas direções horizontais  $X$  e  $Y$ , pois apenas uma velocidade de referência não seria suficiente para lidar com fortes variações laterais de velocidade. Já a função  $g_j(k_x, k_y)$  é responsável pelo deslocamento de fase (“Phase-Shift”), a ser aplicado ao campo no domínio transformado de Fourier, e tem a seguinte forma:

$$g_j(k_x, k_y) = e^{\pm i \frac{\omega}{v_{0j}(z)} \sqrt{1 - \frac{v_{0j}^2(z)}{\omega^2} (k_x^2 + k_y^2)} \Delta z}, \quad (30)$$

e no domínio espacial o deslocamento temporal (correção “Split-Step”) é dado por:

$$f_j(x, y) = h_j(x, y) e^{\pm i \omega \left( \frac{1}{v(y, x, z)} - \frac{1}{v_{0j}} \right) \Delta z}, \quad (31)$$

onde a função de interpolação é representada por  $h_j(x, y)$ , que tem a missão de interpolar os  $n$  campos de onda obtidos no processo de extrapolação usando as especificidades velocidades de referência (Aldunate e Pestana, 2010).

### MODELAMENTO SÍSMICO COM O OPERADOR 3-D SS-PSPI

No processo de modelamento sísmico, do ponto de vista cinemático, a onda sísmica se propaga segundo o princípio de Huygens e, em qualquer instante de tempo, a frente de onda pode ser vista como um novo conjunto de fontes radiantes. Já para descrever o modelo sísmico em profundidade, consideramos um meio com interfaces onde essas interfaces são usadas como indicadores de mudança de impedância acústica do meio. Para que essas interfaces sejam definidas como superfícies refletoras, a refletividade em cada ponto do modelo é calculada a partir da derivada espacial do modelo de velocidades como:  $r(y, x, z) = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2}$ . Assim, uma superfície refletora de maior amplitude é representada por uma maior impedância (forte contraste de velocidades) e, portanto, esses pontos do modelo refletem mais energia do que os outros pontos da malha de velocidades onde a velocidade é constante ou apresenta uma fraca variação de velocidades, ou seja, uma zona onde a refletividade apresenta uma pequena amplitude. Com essas considerações, a modelagem acústica em meios 3-D, usando os operadores unidirecionais dados pelas equações (28) e (29), é realizada para o campo de onda da fonte em todos as profundidades e é computado da seguinte forma: Injeta-se, ao longo da superfície,  $z = 0$ , o campo  $S(\omega, y, x, z = 0)$ , que tem como fonte uma função tipo Ricker de fase zero. Desta forma, e com o operador unidirecional descendente, equação 28, extrapola-se o campo de onda monocromático da fonte, desde o nível  $z$  até o próximo nível  $z + \Delta z$ , que é dado como (a Figura 1(a) ilustra este processo):

$$S_D(\omega, x, y, z_0 + \Delta z) = \mathcal{D}\{S(\omega, y, x, z_0)\}. \quad (32)$$

A propagação do campo de onda descendente da fonte é realizada recursivamente até atingir o máximo nível em profundidade, indicado por:  $z_{max} = z_{N-2} + \Delta z$ . Durante esse processo de continuação para baixo, em todos os níveis de profundidade o campo de onda  $S_D(\omega, x, y, z_k)$  é salvo, ou seja, para cada intervalo  $k$ , desde  $k = 0, 1, \dots, N$ .

Uma vez no nível  $z_{max}$ , o campo de onda da fonte é novamente propagado, agora para cima, usando o operador  $\mathcal{U}$ , indicado na equação (29). Segundo o princípio de Huygens, em qualquer instante de tempo a frente de onda se propaga também em sentido reverso e, assim, gerando fontes secundárias em todos os pontos do modelo. Durante a propagação reversa convolve-se a função refletividade em cada ponto da malha com o campo de onda extrapolado para cima e, em seguida,

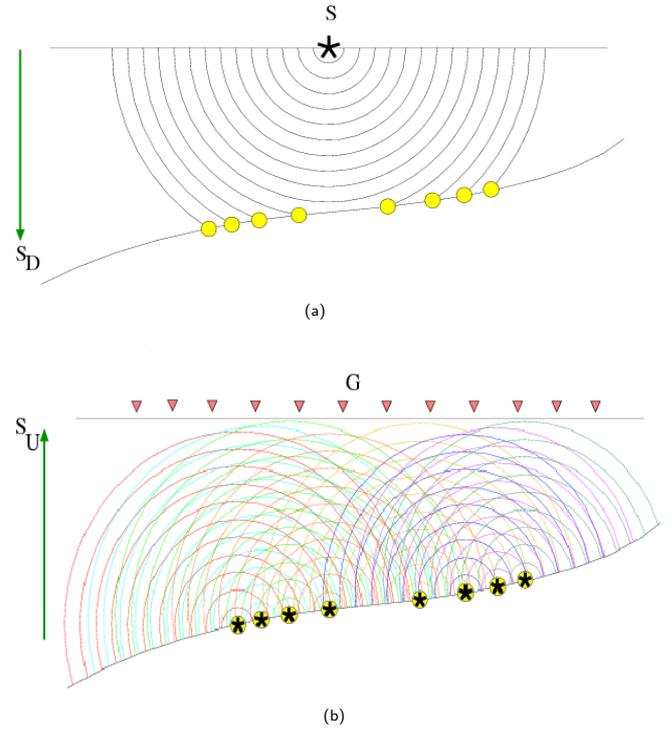


Figura 1: Princípio de Huygens, uma fonte pontual com ondas descendentes onde cada ponto na malha se constitui numa fonte para a propagação das ondas para baixo (a). Cada ponto sobre o refletor se constitui numa fonte secundária, para a propagação das ondas para cima (b).

adicionado-se ao campo  $S_D(\omega, x, y, z_j)$ . Desta forma, o campo resultante passa a incluir também as ondas que foram propagadas para baixo. No último nível de profundidade temos que:  $S_U(\omega, x, y, z_{N-1}) = S_D(\omega, x, y, z_{N-1})$ . Portanto, a propagação ascendente é realizada,

$$S_U(\omega, x, y, z_{N-1} - \Delta z) = \mathcal{U}\{S_U(\omega, y, x, z_{N-1}) * r(y, x, z_{N-1}) + S_D(\omega, y, x, z_{N-1})\}, \quad (33)$$

até atingir a superfície  $z_0 = z_1 - \Delta z$ , como ilustrado na Figura 1(b). Ao longo da superfície do modelo temos o campo de onda registrado, indicado por  $G(\omega, y, x, z = 0)$ . Esse esquema de propagação é repetido para cada frequência e em seguida uma transformada temporal inversa de Fourier é aplicada ao campo ( $FFT_t^{-1}$ ), gerando os sismogramas no tempo. Esse processo é descrito como:

$$G(t, x, y, z = 0) = FFT_t^{-1} \left( \sum_{\omega} S_U(\omega, y, x, z = 0) \right). \quad (34)$$

onde, para cada ponto do modelo, ao longo do plano  $z = 0$ , receptores são distribuídos sobre uma área, e

em cada ponto desta superfície existe um traço sísmico registrado.

## RESULTADOS NUMÉRICOS

Sobre um trecho do modelo BP 2-D que possui um corpo de sal rodeado de estratos de baixa velocidade, Figura 2(a), se fez uma comparação interessante entre o método apresentado aqui, mostrada na Figura 2(b), e com o obtido com diferenças finitas explícitas 2(c). Com a técnica aqui apresentada quase todos os eventos descendentes e ascendentes são levados em conta, a única diferença encontra-se na ausência das reflexões múltiplas provenientes dos estratos, pois o segundo termo das equações (20) e (21) foi suprimido. Já o modelamento com a equação de onda completa por diferenças finitas leva em conta esses efeitos de espalhamento múltiplo. A refletividade é sobreposto nos snapshots mostrados para melhor visualização das reflexões.

Para um meio 3-D foi construído um modelo do diápiro mostrado na Figura 3(a). O modelo consiste num cilindro de alta velocidade ( $4000\text{ m/s}$ ), cuja a vizinhança ao seu entorno apresenta uma baixa velocidade igual a  $2000\text{ m/s}$ , o cilindro repousa sobre uma plataforma com uma velocidade igual a  $4000\text{ m/s}$ . A intenção com esse modelo é simular uma estrutura com a finalidade de gerar as ondas duplex. A Figura 3(b) mostra um snapshot no tempo igual a  $0,3\text{ s}$ , onde o tiro encontra-se localizado na superfície perto do centro no plano  $X - Y$ . Nos cortes “cross-line”, “in-line” e em profundidade, observa-se a propagação das ondas ascendentes e descendentes e, nota-se a propagação rápida dentro do cilindro e lenta fora do cilindro. A Figura 3(c) mostra cortes do sismograma gerado, onde têm-se a presença da onda duplex, bem como a reflexão do topo do cilindro e a reflexão proveniente da plataforma, os indesejáveis efeitos de borda também são observados.

## CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentamos o modelamento sísmico de campos de ondas acústicos, através de equações unidirecionais que são obtidas pelo processo de desacoplamento da equação da onda acústica completa. Essas equações unidirecionais levam em conta a propagação dos campos de ondas ascendente e descendente, separadamente, e sem a presença dos eventos de espalhamento múltiplos.

O princípio de Huygens é empregado para o modelamento em meios 3-D. Devido a sua robustez e simplicidade foi usado o operador 3-D unidirecional SS-PSPI, para efetuar as extrapolações descendentes e ascendentes dos campos de onda. Este operador é apropriado para a propagação dos campos de onda em meios 3-D, pois não apresenta os indesejados efeitos de anisotropia azimutal.

As seções modeladas mostram sismogramas de alta qua-

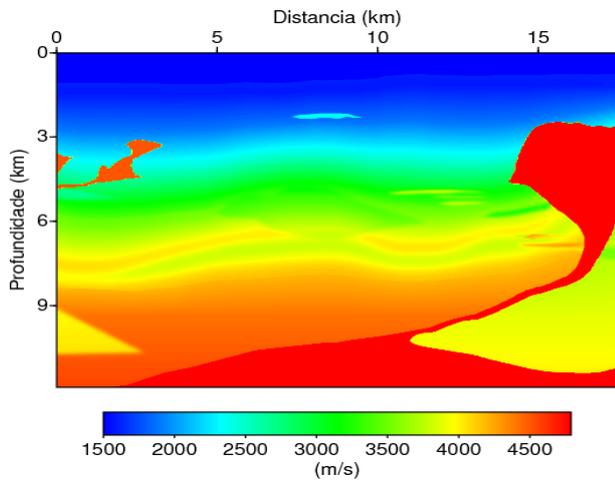
lidade sem efeitos de dispersão numérica. Os snapshots mostram a propagação correta das frentes de onda, tanto para cima como para baixo, simulando assim uma propagação de onda completa.

## AGRADECIMENTOS

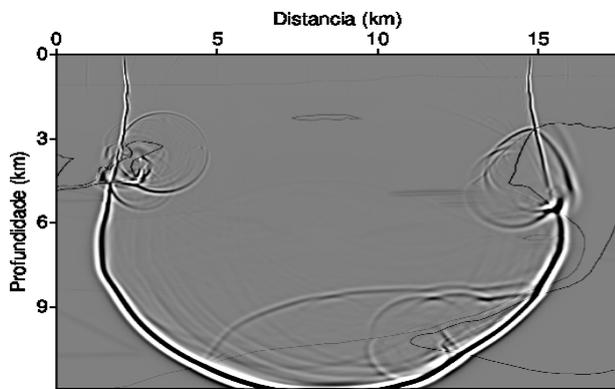
Agradecemos ao INCT-GP pelo apoio para realizar este trabalho; à Adriano Wagner pela assistência computacional. O primeiro autor agradece ao CNPq pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

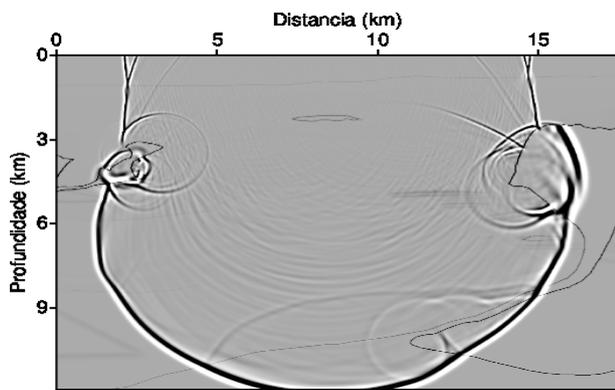
- Aldunate, G. C., e Pestana, R. C., 2010, Migração 3-d em profundidade usando o operador Split-Step Phase-Shift Plus Interpolation: Uma comparação de dois métodos estatísticos para a seleção das velocidades de referência: Simpósio Brasileiro de Geofísica.
- Aldunate, G. C., e Pestana, R. C., 2011, Migração 3-d pé-empilhamento em profundidade com os métodos SS-PSPI e RTM: um experimento usando os dados 3-D SEG-EAGE: Congresso Brasileiro de Geofísica.
- Carcione, J. M., Herman, G. C., e ten Kroode, A. P. E., 2002, Seismic modeling: *Geophysics*, **67**, no. 4, 1304–1325.
- Chen, J. B., e Du, S. Y., 2010, Kinematic characteristic and the influence of reference velocities of phase-shift-plus-interpolation and extended-split-step-fourier migration methods: *Geophysical Prospecting*, **58**, 429–439.
- Thorbecke, J., 2012, 2d finite-difference wavefiled modeling: 2d finite-difference wavefiled modeling., <http://janth.home.xs4all.nl/Software/fdelmodcManual.pdf>.
- Wu, Y., He, Z., e Huang, D., 2007, Wave-field modeling of common shot gather records based on Huygens's principle: <http://www.paper.edu.cn>.
- Xiong, X., He, Z., e D., H., 2006, One-way wave equation seismic prestack forward modeling with irregular surfaces: *Applied Geophysics*, **3**, 13–17.
- Zhang, W., e Wong, Y. S., 2010, Efficient parallel hybrid computations for three-dimensional wave equation prestack depth imaging: *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, **7**, 373–391.



(a)

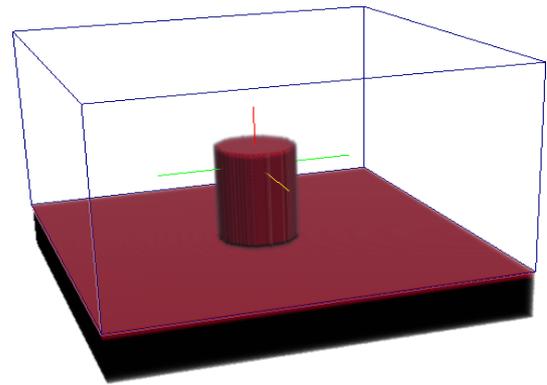


(b)

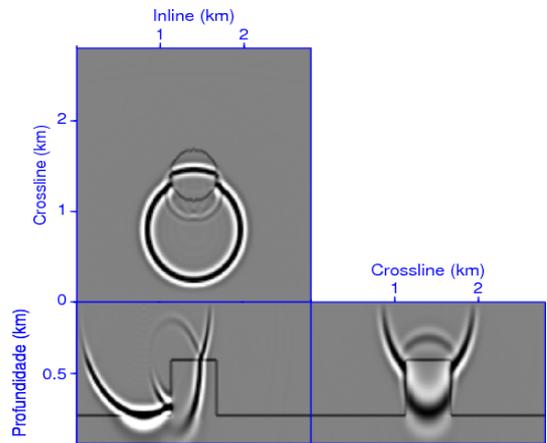


(c)

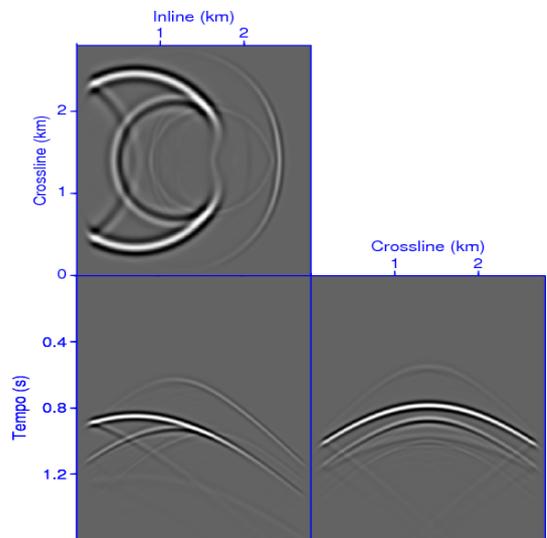
Figura 2: Trecho do modelo 2-D BP (a). Snapshot de um tiro modelado com a equação de onda desacoplada em suas componentes unidirecionais (b). Snapshot de um tiro modelado com a equação de onda completa por diferenças finitas (c).



(a)



(b)



(c)

Figura 3: Modelo de velocidade 3-D do diápiro (a). Cortes no cubo de um snapshot mostrando a propagação da onda no modelo do diápiro (a). Cortes no sismograma gerado pelo modelamento.