

Inversão gravimétrica 3D utilizando a função “shape-of-anomaly”

Leonardo Uieda* e Valéria C. F. Barbosa, Observatório Nacional

Copyright 2012, SBGF - Sociedade Brasileira de Geofísica Este texto foi preparado para a apresentação no V Simpósio Brasileiro de Geofísica, Salvador, 27 a 29 de novembro de 2012. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do V SimBGF, mas não necessariamente representa a opinião da SBGF ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGF.

RESUMO

Apresentamos um avanço para o método de inversão gravimétrica 3D denominado “planting anomalous densities”. Este método estima uma distribuição de contraste de densidade definida em uma malha de prismas retangulares retos. Para encontrar a solução do problema inverso, o método utiliza um algoritmo de busca sistemática que faz a solução crescer, um prisma de cada vez, entorno de prismas com contrastes de densidade conhecidos (denominados “sementes”). A solução é restringida a estar concentrada em torno das sementes além de ter contrastes de densidade iguais aos das sementes. Desta forma, informação a priori geológica e geofísica é incorporada no problema inverso através das sementes. No entanto, isto leva a uma forte dependência da solução na escolha correta da quantidade, localização e contraste de densidade das sementes. O avanço aqui apresentado a este método consiste da utilização da função do ajuste “shape-of-anomaly” em conjunto com a função do ajuste convencional (norma ℓ_2 dos resíduos). Esta função shape-of-anomaly mede a diferença de forma entre o dado observado e o dado predito e é insensível a diferenças de amplitude. Testes com dados sintéticos e reais mostram que o método aprimorado é mais robusto com relação ao número de sementes utilizadas e suas localizações, além de obter um melhor ajuste aos dados observados.

INTRODUÇÃO

Métodos para a inversão 3D de dados de campos potenciais podem ser divididos em duas principais categorias: aqueles que estimam valores de propriedades físicas (e.g., densidade) e aqueles que estimam a forma das fontes, dados os valores de suas propriedades físicas. Exemplos de métodos que estimam valores de propriedades físicas são Bear (1995), Li e Oldenburg (1998) e Portniaguine e Zhdanov (1999). A catego-

ria de métodos que estimam a forma das fontes pode ser dividida em métodos não lineares e métodos lineares. Métodos não lineares geralmente parametrizam a forma das fontes utilizando prismas com seção horizontal poligonal (e.g., Murthy e Swamy, 1996; Oliveira Jr et al., 2011) ou poliedros (e.g., Wildman e Gazonas, 2009). Já os métodos lineares parametrizam a subsuperfície utilizando prismas retangulares retos (e.g., Camacho et al., 2000; Krahenbuhl e Li, 2006; Silva Dias et al., 2009, 2011; Uieda e Barbosa, 2012b). O método de Uieda e Barbosa (2012b) utiliza um algoritmo de busca sistemática para fazer “crescer” a solução no entorno de prismas especificados pelo usuário denominados “sementes”. Este método é baseado no método 2D de René (1986) e utiliza a função regularizadora de Silva Dias et al. (2009) para impor a compacidade da solução. O método é computacionalmente eficiente devido a implementação de uma “avaliação preguiçosa” (Henderson e Morris, 1976) da matriz de sensibilidade. No entanto, a qualidade da solução depende do número de sementes utilizadas e da escolha correta de suas posições e contrastes de densidade. Apresentamos um avanço para o método de Uieda e Barbosa (2012b) que utiliza a função “shape-of-anomaly” de René (1986) junto com a função do ajuste convencional (norma ℓ_2 dos resíduos). Testes com dados sintéticos e reais mostram que o método aprimorado é mais robusto com relação ao número de sementes utilizadas e suas localizações.

METODOLOGIA

Supomos que haja N_c tipos de observações disponíveis (e.g., a componente vertical da atração gravitacional e/ou alguma combinação das componentes do tensor gradiente da gravidade). Seja \mathbf{g}^k , $k = 1, \dots, N_c$, um vetor com L observações de um destes tipos de dados. Presumimos que \mathbf{g}^k é causado por uma distribuição de densidades anômala em subsuperfície. Discretizamos a subsuperfície em um modelo interpretativo composto de M prismas retangulares retos justapostos com densidades homogêneas. Segue que \mathbf{g}^k pode ser aproximado pela soma da contribuição de cada prisma. Em notação matricial,

$$\mathbf{d}^k = \mathbf{A}^k \mathbf{p}, \quad (1)$$

em que \mathbf{d}^k , $k = 1, \dots, N_c$, é o vetor L -dimensional de dados preditos, \mathbf{p} é o vetor M -dimensional de parâme-

tros cujo j -ésimo elemento é a densidade do j -ésimo prisma e \mathbf{A}^k , $k = 1, \dots, N_c$, é a matriz $L \times M$ de sensibilidade. Os elementos da matriz de sensibilidade podem ser calculados utilizando as formulas de Nagy et al. (2000).

O desajuste entre \mathbf{g}^k e \mathbf{d}^k pode ser quantificado através da norma ℓ_2 dos resíduos normalizada

$$\phi^k(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^L (g_i^k - d_i^k)^2}{\sum_{i=1}^L (g_i^k)^2}}. \quad (2)$$

Outra medida deste desajuste é a função "shape-of-anomaly" de René (1986)

$$\psi^k(\mathbf{p}) = \sqrt{\sum_{i=1}^L (\alpha^k g_i^k - d_i^k)^2}, \quad (3)$$

em que α^k , $k = 1, \dots, N_c$, é um fator de escala. A função shape-of-anomaly quantifica somente a diferença de forma entre os dados observados e preditos. Se os dois dados tiverem a mesma forma, a diferença entre eles será somente um fator de escala α^k . Portanto, o valor ótimo para α^k é o que minimiza ψ^k (equação 3) (René, 1986). Dado um vetor de dados preditos \mathbf{d}^k (equação 1), o valor de α^k é calculado derivando ψ^k em relação a α^k e igualando o resultado a zero, i.e.,

$$\frac{\partial \psi^k}{\partial \alpha^k} = \frac{\alpha^k \sum_{i=1}^L (g_i^k)^2 + \sum_{i=1}^L g_i^k d_i^k}{\sqrt{\sum_{i=1}^L (\alpha^k g_i^k - d_i^k)^2}} = 0. \quad (4)$$

Logo, antes de avaliar a função ψ^k (equação 3), α^k deve ser calculado utilizando (René, 1986)

$$\alpha^k = \frac{\sum_{i=1}^L g_i^k d_i^k}{\sum_{i=1}^L (g_i^k)^2}. \quad (5)$$

Definimos a função total do ajuste como a soma das funções do ajuste (equação 2) para cada tipo de dado disponível, i.e.,

$$\Phi(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^{N_c} \phi^k(\mathbf{p}), \quad (6)$$

e a função total shape-of-anomaly como

$$\Psi(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^{N_c} \psi^k(\mathbf{p}). \quad (7)$$

A seguir, seguimos a metodologia de Uieda e Barbosa (2012b), na qual a solução é construída iterativamente através da acreção de prismas a sementes especificadas pelo usuário. Estas sementes são prismas do modelo interpretativo com contrastes de densidade conhecidos.

Antes de iniciar o processo iterativo de crescimento, todos os elementos do vetor de parâmetros \mathbf{p} são igualados a zero. Em seguida, os elementos de \mathbf{p} que correspondem às sementes recebem os contrastes de densidade das respectivas sementes (Figura 1a). Começa, então, o processo de crescimento iterativo. Uma iteração deste processo consiste em tentar crescer, uma de cada vez, cada uma das N_s sementes (Figura 1b). Uma semente cresce através da acreção de um dos prismas em sua vizinhança (i.e., prismas que compartilham uma face). Definimos a acreção de um prisma como a mudança de seu contraste de densidade de zero para o contraste de densidade da semente que está sofrendo a acreção. Para ser escolhido para a acreção, um prisma da vizinhança da semente deve satisfazer dois critérios:

1. A acreção de um prisma deve diminuir o valor da função total do ajuste $\Phi(\mathbf{p})$ (equação 6) e satisfazer à condição

$$\frac{|\Phi_{(new)} - \Phi_{(old)}|}{\Phi_{(old)}} \geq \delta, \quad (8)$$

em que $\Phi_{(new)}$ é o valor de $\Phi(\mathbf{p})$ avaliado com o prisma incluído na estimativa, $\Phi_{(old)}$ é valor anterior de $\Phi(\mathbf{p})$ e δ é uma constante positiva pequena que controla o quanto a estimativa é capaz de crescer.

2. A acreção de um prisma deve produzir o menor valor da função objetivo $\Gamma(\mathbf{p})$ dentre todos os outros prismas que satisfaçam o primeiro critério. Diferente de Uieda e Barbosa (2012b), definimos a função objetivo como

$$\Gamma(\mathbf{p}) = \Psi(\mathbf{p}) + \mu\theta(\mathbf{p}), \quad (9)$$

em que $\Psi(\mathbf{p})$ é a função total shape-of-anomaly (equação 7), μ é um parâmetro de regularização e $\theta(\mathbf{p})$ é a função regularizadora de Uieda e Barbosa (2012b)

$$\theta(\mathbf{p}) = \frac{1}{f} \sum_{j=1}^M \frac{p_j}{p_j + \epsilon} l_j, \quad (10)$$

em que p_j , $j = 1, \dots, M$, é o j -ésimo elemento do vetor de parâmetros \mathbf{p} , ϵ é uma constante positiva pequena, l_j é a distância entre o j -ésimo

prisma e a semente que sofreu a acreção deste prisma e f é um fator de escala igual ao tamanho médio do modelo interpretativo. Na prática, ϵ não é necessário pois podemos simplesmente somar l_j ou zero ao avaliarmos a função regularizadora.

Caso nenhum dos prismas na vizinhança da semente satisfaça estes critérios, a semente não cresce durante esta iteração. O processo de crescimento continua enquanto ao menos uma semente seja capaz de crescer (Figura 1c). Uieda e Barbosa (2012a) apresentam uma animação do processo de crescimento durante a inversão de dados sintéticos utilizando o método de Uieda e Barbosa (2012b).

Enfatizamos que as matrizes de sensibilidade \mathbf{A}^k completas não são necessárias em momento algum durante o processo de crescimento. Portanto, a "avaliação preguiçosa" das matrizes de sensibilidade proposta por Uieda e Barbosa (2012b) ainda é possível em nosso algoritmo aprimorado. Isto torna a inversão rápida e eficiente em termos de memória computacional.

Para maior clareza, o algoritmo de "plantio de anomalias de densidade" aprimorado aqui proposto será denominado "algoritmo de plantio com shape-of-anomaly".

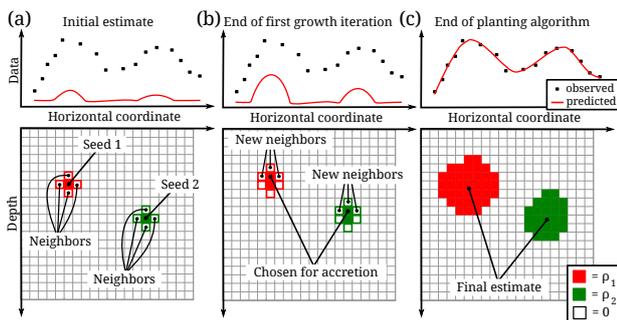


Figura 1: Representação esquemática 2D de três etapas do algoritmo de plantio de anomalias de densidade. Nos painéis superiores, os pontos pretos representam os dados observados e as linhas vermelhas representam os dados preditos produzidos pela estimativa atual. Nos painéis inferiores, a malha de prismas cinza claro representa o modelo interpretativo, os prismas coloridos representam a estimativa atual e os contornos coloridos representam os prismas na vizinhança da estimativa atual. (a) Estado inicial com as sementes especificadas pelo usuário incluídas na estimativa com seus respectivos contrastes de densidade e todos os outros parâmetros iguais a zero. (b) Fim da primeira iteração de crescimento durante a qual ocorreram duas acreções, uma para cada semente. Os prismas na vizinhança de cada semente e os dados preditos foram atualizados. (c) Estimativa final no final do algoritmo. Fonte Uieda e Barbosa (2012b).

APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

Testamos as vantagens do algoritmo de plantio com shape-of-anomaly com relação ao método de Uieda e Barbosa (2012b) utilizando dados sintéticos da componente g_{zz} do tensor gradiente da gravidade contaminados com ruído (Figura 2a-b). Os dados sintéticos são produzidos por um corpo prismático alongado com contraste de densidade 1.0 g/cm^3 (contorno preto na Figura 2c-d). O conjunto de dados contém 400 observações dispostas em uma malha regular a 150 metros de altitude e foram contaminados com ruído gaussiano pseudo-aleatório com média zero e desvio padrão de 2 Eötvös. Aplicamos ambos métodos neste conjunto de dados utilizando um modelo interpretativo composto de 50.000 prismas. Para que os resultados sejam adequados, o método de Uieda e Barbosa (2012b) requer o uso de diversas sementes localizadas ao longo do strike da fonte. No entanto, utilizamos somente uma semente (círculo branco na Figura 2a-b) em ambas inversões. A profundidade desta semente é 700 metros (centro do corpo simulado) para o método de Uieda e Barbosa (2012b) e 300 metros (topo do corpo simulado) para o algoritmo de plantio com shape-of-anomaly. Estes valores foram os que geraram os melhores resultados para ambos os métodos. Utilizamos valores de $\mu = 10^5$ para Uieda e Barbosa (2012b), $\mu = 0.2$ para o shape-of-anomaly e $\delta = 0.0005$ para ambos os métodos.

A Figura 2c-d mostra a distribuição de contrastes de densidade estimada utilizando cada método. Como era esperado, o método de Uieda e Barbosa (2012b) não é capaz de recuperar a forma correta da fonte verdadeira utilizando somente uma semente. Além disso, a estimativa (Figura 2c) não é completamente compacta e os dados preditos ajustam razoavelmente os dados sintéticos (Figura 2a). Contrariamente, o algoritmo de plantio com shape-of-anomaly estima uma distribuição de contrastes de densidade (Figura 2d) que não somente recupera a geometria da fonte verdadeira, mas também é compacta e produz um melhor ajuste aos dados.

APLICAÇÃO A DADOS REAIS

Quadrilátero Ferrífero

Aplicamos o algoritmo de plantio com shape-of-anomaly a dados gradiométricos do Quadrilátero Ferrífero, Brasil. Utilizamos dados das componentes g_{yz} e g_{zx} na inversão (Figura 3a) e assumimos um contraste de densidade 1.0 g/cm^3 entre o minério de ferro e a rocha encaixante (Carlos et al., 2011; Uieda e Barbosa, 2012b). O conjunto de dados contém um total de 9164 observações. O modelo interpretativo é composto de 310.500 prismas que acompanham a topografia da área. Utilizamos cinco sementes (círculos brancos na Figura 3a) na inversão, em contraste com as 46 sementes utilizadas

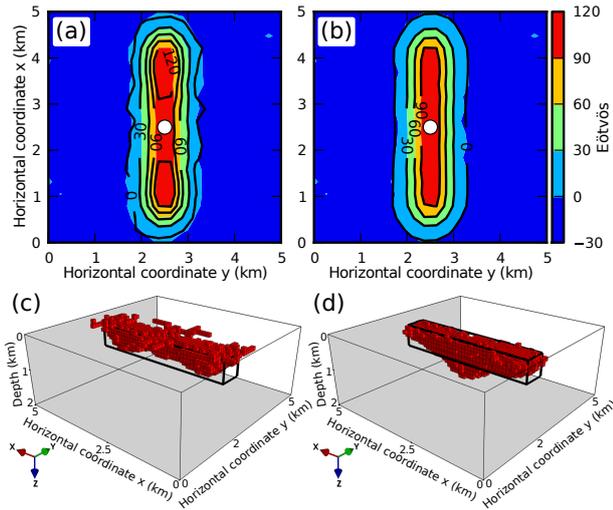


Figura 2: Aplicação a dados sintéticos. (a-b) Dados sintéticos (mapa de cores) e dados preditos (linhas de contorno pretas) da componente g_{zz} . Os círculos brancos mostram a localização horizontal das sementes. (c-d) Distribuições de contrastes de densidade estimadas. a e c foram produzidos pelo método de Uieda e Barbosa (2012b) e b e d pelo algoritmo de plantio com shape-of-anomaly. Prismas vermelhos possuem contraste de densidade 1.0 g/cm^3 . Prismas com contraste de densidade 0 g/cm^3 foram omitidos. O contorno prismático preto em c e d é o contorno da fonte verdadeira.

por Uieda e Barbosa (2012b). Utilizamos $\mu = 0.1$ e $\delta = 0.0001$. A Figura 3b mostra a distribuição de contrastes de densidade estimada. Esta estimativa confirma que os corpos geológicos são finos, compactos e alongados na direção sudoeste-nordeste. Estes resultados estão de acordo com as interpretações anteriores de Martinez et al. (2010), Carlos et al. (2011) e Uieda e Barbosa (2012b). A estimativa atual é, no entanto, mais compacta que as estimativas anteriores, particularmente na região sul. A Figura 3a mostra o ajuste entre os dados observados e preditos. Note que os dados preditos ajustam a feição alongada na direção sudoeste-nordeste que é associada aos depósitos de minério de ferro.

Granito Redenção

O granito Redenção está localizado no Cráton Amazônico, norte do Brasil. A Figura 4a mostra a anomalia Bouguer residual e o contorno da parte aflorante do granito (linha vermelha). Aplicamos o algoritmo de plantio com shape-of-anomaly ao conjunto de 400 observações dispostas numa malha regular. O modelo interpretativo é composto de 215.040 prismas justapostos com dimensões de aproximadamente $992 \times 1163 \times 166$ metros. Utilizamos somente uma semente na inversão (círculo branco na Figura 4a) localizada a uma profundidade de 3 km e com contraste de densidade de -0.09 g/cm^3 (Oliveira et al., 2008). Utilizamos $\mu = 0.5$

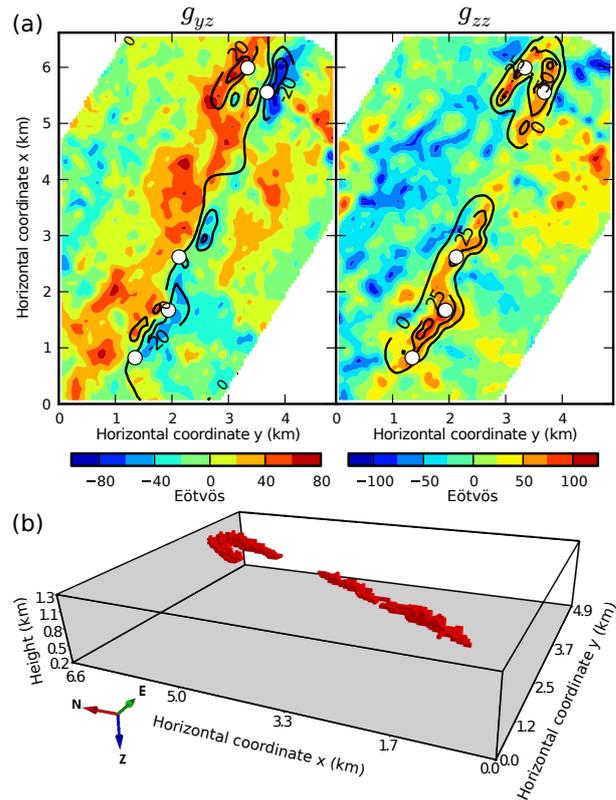


Figura 3: Aplicação a dados gradiométricos do Quadrilátero Ferrífero, Brasil. (a) Dados observados (mapa de cores) e preditos (linhas de contorno pretas) das componentes g_{yz} e g_{zz} . Círculos brancos mostram a localização horizontal das cinco sementes utilizadas na inversão. (b) Distribuição de contraste de densidade estimada. Prismas vermelhos possuem contraste de densidade 1.0 g/cm^3 . Prismas com contraste de densidade 0 g/cm^3 foram omitidos.

e $\delta = 5 \times 10^{-5}$. A distribuição de contraste de densidade estimada (Figura 4b-c) é compacta e possui uma parte aflorante que concorda com a informação geológica disponível (linha vermelha). O granito estimado possui uma forma achatada e espessura de aproximadamente 6 km, o que concorda com interpretações anteriores de Silva Dias et al. (2007) e Oliveira et al. (2008).

CONCLUSÕES

Apresentamos um avanço para o método de inversão 3D através do plantio de anomalias de densidade. Este método utiliza um algoritmo iterativo que constrói a solução do problema inverso através da acreção de prismas entorno de "sementes" especificadas pelo usuário. Nosso avanço consiste em modificar a função objetivo, trocando a função do ajuste de norma ℓ_2 pela função do ajuste "shape-of-anomaly". A função shape-of-anomaly mede a diferença de forma entre os dados observados e preditos, desconsiderando diferenças de amplitude. Esta

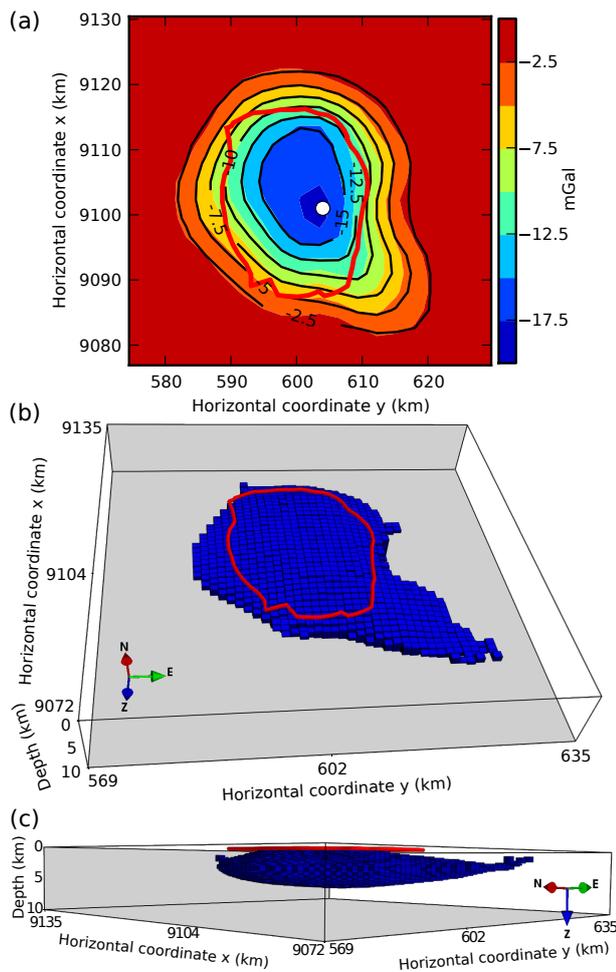


Figura 4: Aplicação a dados de anomalia Bouguer do granito Redenção, Brasil. (a) Dados observados (mapa de cores) e preditos (linhas de contorno pretas). O círculo branco mostra a localização horizontal da única semente utilizada na inversão. (b-c) Distribuição de contraste de densidade estimada. Prismas azuis possuem contraste de densidade -0.09 g/cm^3 . Prismas com contraste de densidade 0 g/cm^3 foram omitidos. A linha vermelha em a-c representa a parte aflorante do pluton segundo a informação geológica disponível.

troca resulta em um melhor ajuste dos dados observados e um aumento na robustez do método com relação ao número de sementes utilizadas e a escolha de suas profundidades. Estas melhorias levam a um melhor delineamento de fontes alongadas quando uma única semente é utilizada. Testes com dados sintéticos e reais mostram a melhor performance de nosso método aprimorado para recuperar corpos geológicos compactos.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Vale pela permissão de utilizar os dados gradiométricos do Quadrilátero Ferrífero. Utilizamos os programas gráficos matplotlib de Hunter (2007) e Mayavi de Ramachandran e Varoquaux (2011). Os autores receberam apoio financeiro através de bolsa de Produtividade em Pesquisa (V.C.F. Barbosa) do CNPq e bolsa de doutorado (L. Uieda) da CAPES. Apoio adicional foi concedido pelas agências CNPq (grant 471693/2011-1) e FAPERJ (grant E-26/103.175/2011). L. Uieda agradece à pós-graduação do Observatório Nacional, Rio de Janeiro, Brasil.

REFERÊNCIAS

- Bear, G. W., 1995, Linear inversion of gravity data for 3-D density distributions: *Geophysics*, **60**, no. 5, 1354–1364.
- Camacho, A. G., Montesinos, F. G., e Vieira, R., 2000, Gravity inversion by means of growing bodies: *Geophysics*, **65**, no. 1, 95–101.
- Carlos, D. U., Uieda, L., Barbosa, V. C. F., Braga, M. A., e Gomes, A. A. S., 2011, In-depth imaging of an iron orebody from Quadrilátero Ferrífero using 3D gravity gradient inversion: *SEG Expanded Abstracts*, **30**, 902–906.
- Henderson, P., e Morris, J. H., 1976, A lazy evaluator: *Proceedings of the 3rd ACM SIGACT-SIGPLAN symposium on Principles on programming languages - POPL '76*, ACM Press, 95–103.
- Hunter, J. D., 2007, *Matplotlib: A 2D Graphics Environment: Computing in Science & Engineering*, **9**, no. 3, 90–95.
- Krahenbuhl, R. A., e Li, Y., 2006, Inversion of gravity data using a binary formulation: *Geophysical Journal International*, **167**, no. 2, 543–556.
- Li, Y., e Oldenburg, D. W., 1998, 3-D inversion of gravity data: *Geophysics*, **63**, no. 1, 109–119.
- Martinez, C., Li, Y., Krahenbuhl, R., e Braga, M., 2010, 3D Inversion of airborne gravity gradiometry for iron ore exploration in Brazil: *SEG Expanded Abstracts*, **29**, 1753–1757.
- Murthy, I. R., e Swamy, K., 1996, Gravity anomalies of a vertical cylinder of polygonal cross-section and their inversion: *Computers & Geosciences*, **22**, no. 6, 625–630.
- Nagy, D., Papp, G., e Benedek, J., 2000, The gravitational potential and its derivatives for the prism: *Journal of Geodesy*, **74**, no. 7-8, 552–560.

- Oliveira, D. C., Dall'Agnol, R., Silva, J. B. C., e Almeida, J. A. C., 2008, Gravimetric, radiometric, and magnetic susceptibility study of the Paleoproterozoic Redenção and Bannach plutons, eastern Amazonian Craton, Brazil: Implications for architecture and zoning of A-type granites: *Journal of South American Earth Sciences*, **25**, no. 1, 100–115.
- Oliveira Jr, V. C., Barbosa, V. C. F., e Silva, J. B. C., 2011, Source geometry estimation using the mass excess criterion to constrain 3-D radial inversion of gravity data: *Geophysical Journal International*, **187**, no. 2, 754–772.
- Portniaguine, O., e Zhdanov, M. S., 1999, Focusing geophysical inversion images: *Geophysics*, **64**, no. 3, 874–887.
- Ramachandran, P., e Varoquaux, G., 2011, Mayavi: 3D Visualization of Scientific Data: *Computing in Science & Engineering*, **13**, no. 2, 40–51.
- René, R. M., 1986, Gravity inversion using open, reject, and "shape-of-anomaly" fill criteria: *Geophysics*, **51**, no. 4, 988–994.
- Silva Dias, F. J. S., Barbosa, V. C. F., e Silva, J. B. C., 2007, 3D gravity inversion incorporating prior information through an adaptive learning procedure: *SEG Expanded Abstracts*, **26**, 745–749.
- Silva Dias, F. J. S., Barbosa, V. C. F., e Silva, J. B. C., 2009, 3D gravity inversion through an adaptive-learning procedure: *Geophysics*, **74**, no. 3, I9–I21.
- Silva Dias, F. J. S., Barbosa, V. C. F., e Silva, J. B. C., 2011, Adaptive learning 3D gravity inversion for salt-body imaging: *Geophysics*, **76**, no. 3, I49–I57.
- Uieda, L., e Barbosa, V. C. F., 2012a, Animation of growth iterations during 3D gravity gradient inversion by planting anomalous densities: Figshare, <http://dx.doi.org/10.6084/m9.figshare.91469>, acessado 27 de Julho de 2012.
- Uieda, L., e Barbosa, V. C. F., 2012b, Robust 3D gravity gradient inversion by planting anomalous densities: *Geophysics*, **77**, no. 4, G55–G66.
- Wildman, R. A., e Gazonas, G. A., 2009, Gravitational and magnetic anomaly inversion using a tree-based geometry representation: *Geophysics*, **74**, no. 3, I23–I35.