

SOLUÇÃO NUMÉRICA DA EQUAÇÃO DE CALOR E SUA APLICAÇÃO EM GEOTERMIA RASA

MIDORI MAKINO¹; JOÃO DOS SANTOS PROTÁZIO²; JOSÉ RICARDO SANTOS DE SOUZA¹;
RUTÊNIO LUIZ CASTRO DE ARAUJO³

A equação diferencial da condução de calor foi integrada no espaço 1-D e no tempo, usando-se os Métodos de Aproximação de Galerkin e de Diferenças Finitas de Crank-Nicolson, respectivamente. A solução numérica do modelo foi usada para estimar a resposta térmica das camadas do solo e sub-solo de uma área situada a 400 m da margem do rio, em Belém (PA). Os resultados desse modelo foram comparados com os perfis medidos de temperatura, monitorados até a profundidade de 40 m, durante um ciclo de um ano. Os resultados auferidos mostram boa concordância durante a estação "seca". Entretanto, durante a estação "chuvosa", outro(s) mecanismo(s) de transferência de calor, além da condução, pode(m) ter uma contribuição importante.

NUMERICAL SOLUTION OF THE HEAT EQUATION AND ITS APPLICATION TO SHALLOW GEOTHERMICS – The heat conduction differential equation was integrated in 1-D space and time by the Galerkin and Crank-Nicolson Methods, respectively. The resulting numerical solution was used to model the thermal response of the soil and sub-soil layers at a site located on the river bank, 400 m away from the water, at Belém (PA). The model results were compared with measured temperature profiles monitored down to a depth of 40 m during the period of one year. It is shown that the results agree very well during the "dry" season. However, during the "rainy" season, other heat transfer mechanism(s) may play an important role besides conduction, as can be inferred from the data.

INTRODUÇÃO

Um modelo matemático foi elaborado para representar a distribuição vertical de temperatura e suas variações temporais na zona estratificada, em função de suas propriedades físicas (condutividade térmica, calor específico e densidade), compreendida entre 0 e 40 metros de profundidade, na região metropolitana de Belém (PA), para um ciclo de um ano. A razão da escolha desta zona de profundidade justifica-se pela falta de dados geotermiais nesta zona de grande interesse para a prospecção mineral e para os estudos dos fenômenos ocorrentes na biosfera terrestre. Nesta zona ocorrem as maiores variações e magnitudes do fluxo de calor. Os estudos de termometria de solo atingem a profundidade de apenas um metro e os estudos geotermiais iniciam-se, normalmente, a partir de 40 metros de profundidade. Assim sendo, estudos no âmbito de geotermia rasa são de real interesse científico, podendo-se obter informações fundamentais acerca da profundidade de influência das variações diurna e sazonal da temperatura, do comportamento temporal da estrutura geotérmica rasa e estudos a respeito das variações climáticas em uma dada região.

Estudos de difusão de calor foram realizados por diversos autores com objetivos diferentes. Por exemplo, Clauser (1984) desenvolveu um método analítico visando computar correções locais do gradiente geotérmico devido a perturbações térmicas ocorridas na superfície, a partir de uma série de observações de alguns anos e/ou paleoclimáticas. Nielsen & Balling (1985) estudaram as perturbações de fluxo de calor e de temperatura em sub-superfície, induzidas paleoclimaticamente. Wang et al. (1986) efetuaram estudos para correções do gradiente geotermal a pequenas profundidades, a fim de melhorar as estimativas do fluxo geotermal a partir de dados coletados em sedimentos no assoalho oceânico.

O trabalho em pauta apresenta objetivos diferentes dos acima mencionados, embora todos tenham como base a equação de transferência de calor. O principal objetivo deste trabalho é a obtenção de uma previsão da evolução temporal do comportamento da estrutura geotérmica rasa, durante um ciclo de período de um ano, desde que se tenha, a priori, o perfil geotermal ao longo de um poço, informações acerca da litostratigrafia do poço perfilado e os valores das temperaturas médias mensais na superfície da área em es-

¹ Universidade Federal do Pará, Centro de Geociências, Departamento de Meteorologia, C.P. 1611, 66050 Belém, PA, Brasil.

² Universidade Federal do Pará, Centro de Ciências Exatas e Naturais, Departamento de Matemática, 66050 Belém, PA, Brasil.

³ Universidade do Amazonas, Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Geociências, 69000 Manaus, AM, Brasil.

tudo. Uma grande vantagem do modelo aqui apresentado consiste no fato de podermos obter as informações acima citadas sem, contudo, haver necessidade de efetuar novas perfilagens de temperatura no poço estudado. Isto reveste-se de maior importância quando se trata de regiões de difícil acesso, como é o caso específico da região Amazônica.

A fim de verificarmos a consistência da resposta do modelamento elaborado, comparamos os resultados teóricos com os dados de campo correspondentes aos valores mensais de temperatura média, coletados às 9:00 horas local (Tab. 1), obtidos utilizando-se termômetros de mercúrio com precisão da ordem de $\pm 0,2^\circ\text{C}$ (até a profundidade de 0,5 metros) e termistores com precisão de $\pm 0,02^\circ\text{C}$ (a profundidades superiores a 0,5 metros). Os dados teóricos são oriundos do modelamento matemático elaborado (Tab. 2), utilizando-se técnicas do Método de Aproximação de Galerkin (Oden & Reddy, 1976) para a solução espacial e do Método de Diferenças Finitas de Crank-Nicolson (Carey & Oden, 1984) para a solução temporal da equação de transferência de calor por condução. A opção pelas técnicas citadas é devida a grande flexibilidade das mesmas na solução de equações diferenciais parciais, mesmo considerando estruturas mais complexas e que são impossíveis de serem resolvidas por métodos analíticos convencionais.

Os valores de condutividade térmica, densidade e calor específico foram obtidos em laboratório, sobre amostras coletadas a longo do poço no qual foram realizadas as medidas de temperatura (Souza et al., 1989).

O problema geotérmico raso a ser tratado neste trabalho consiste em resolver numericamente a equação unidimensional de condução de calor

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} (z,t) = \frac{\partial}{\partial z} (\lambda(z) \frac{\partial u}{\partial z} (z,t)) \quad , \quad (1)$$

$$(z,t) \in (0,l) \times (0,T]$$

em um meio finito estratificado sendo $\lambda(z)$ a condutividade térmica, ρ a densidade e c o calor específico, variáveis com a profundidade, l a profundidade do poço e T o tempo de interesse.

As condições de contorno conhecidas são definidas por

$$u(0,t) = f(t) \quad , \quad t \in (0,T] \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} (l,t) = \beta \quad , \quad t \in (0,T] \quad (3)$$

onde $f(t)$ é a temperatura média mensal na superfície e β o gradiente geotérmico vertical na profundidade l , limite inferior do poço, suposto constante.

A condição inicial é dada por

$$u(z,0) = s(z), \quad z \in (0,l) \quad (4)$$

onde $s(z)$ é o perfil geotérmico inicial conhecido ao longo do poço.

No nosso modelo, consideramos o meio constituído de $(N-1)$ camadas estratificadas horizontalmente (Fig. 1). Pela homogeneidade litológica de cada camada, suas propriedades térmicas $\lambda(z)$, c e ρ são constantes. Supondo a j -ésima camada limitada pelas profundidades z_j e z_{j+1} , denotemos por

$$k_j = \frac{\lambda_j}{\rho c} \quad , \quad j = 1, 2, \dots, (N-1) \quad (5)$$

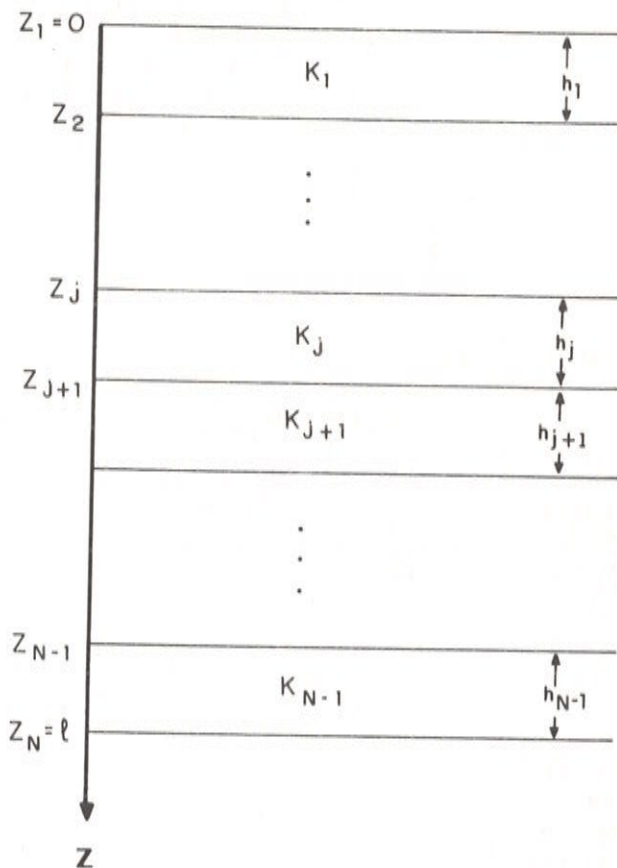


Figura 1. Meio finito com $(N-1)$ camadas estratificadas horizontalmente: h_j e k_j , $j = 1, 2, 3, \dots, (N-1)$ são, respectivamente, espessura e difusividade térmica da j -ésima camada.

Figure 1. Finite medium with $(N-1)$ horizontally stratified layers: h_j and k_j , $j = 1, 2, 3, \dots, (N-1)$ represent, respectively, thickness and thermal diffusivity of the j^{th} layer.

o valor da difusividade térmica característica desta camada.

A eq. (1) para este modelo se torna, em cada camada j

$$\frac{\partial u}{\partial t}(z,t) = k_j \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}(z,t), \quad (6)$$

$$(z,t) \in (z_j, z_{j+1}) \times (0, T]$$

e as condições de contorno nas interfaces das camadas serão dadas pelas continuidade da temperatura e do fluxo geotérmico. Portanto, em cada interface $j = 2, 3, \dots, (N-2)$ obteremos as relações

$$u(z_{j+1}^-, t) = u(z_{j+1}^+, t), \quad t \in (0, T] \quad (7)$$

$$k_j \frac{\partial u}{\partial z}(z_{j+1}^-, t) = k_{j+1} \frac{\partial u}{\partial z}(z_{j+1}^+, t), \quad t \in (0, T] \quad (8)$$

Aqui, z_{j+1}^- e z_{j+1}^+ representam limites da profundidade de acima e abaixo da j -ésima interface respectivamente.

SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução numérica do problema (1), (2), (3) e (4) para o meio estratificado será obtida em duas etapas. Inicialmente usando-se a Técnica do Método de Aproximação de Galerkin, contínuo no tempo (Oden & Reddy, 1976), seguido de Esquema de Diferenças Finitas de Crank-Nicolson, aplicado em relação a variável tempo (Carey & Oden, 1984). Assim, para t fixo, seja $H^1(0, l) = \{v: (0, l) \rightarrow \mathbb{R}/v, v' \in L^2(0, l)\}$ o espaço de Hilbert das funções de quadrado integrável com as derivadas primeiras também de quadrado integrável (Medeiros & Rivera, 1975), o espaço das soluções $u(z, t)$ do problema em questão. Multiplicando ambos os membros das eqs. (1) e (4) por cada $v \in H^1(0, l)$ e integrando de 0 a l , utilizando a integração por partes e, implementando a condição de contorno (3), obtemos as seguintes equações na forma variacional

$$\begin{aligned} \langle \rho c \frac{\partial u}{\partial t}(t), v \rangle &= \lambda(l) \beta v(l) - \\ - \lambda(0) \frac{\partial u}{\partial z}(0, t) v(0) - \langle \lambda \frac{\partial u}{\partial z}(t), v' \rangle \end{aligned} \quad (9)$$

$$\langle u(0), v \rangle = \langle s, v \rangle \quad (10)$$

onde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota o produto interno em $L^2(0, l)$ e a notação $\langle u(t), v \rangle$ equivale a $\langle u(\cdot, t), v \rangle$ (Oden & Reddy, 1976).

No nosso modelo, sendo o meio estratificado, discretizamos a profundidade $(0, l)$ numa partição $P_N = \{0 = z_1 < z_2 < z_3 < \dots < z_{N-1} < z_N = l\}$ de $(N-1)$ intervalos conforme número de camadas existentes. Em cada camada j , a espessura é denotada por $h_j = (z_{j+1} - z_j)$ e a difusividade térmica por k_j conforme eq. (5). Seja $H_N(0, l)$ um sub-espaço de dimensão finita de $H^1(0, l)$, gerado por um sistema de N funções linearmente independentes $\phi_i, i = 1, 2, \dots, N$. Denotando-se por $\tilde{u}(z, t) \in H_N(0, l)$ a solução aproximada de $u(z, t)$, então $\tilde{u}(z, t)$ pode ser escrita como combinação linear da base, ou seja

$$\tilde{u}(z, t) = \sum_{j=1}^N u_j(t) \phi_j(z) \quad (11)$$

onde os coeficientes $u_j(t)$ são as incógnitas do problema em pauta, correspondentes aos valores das temperaturas em cada profundidade z_j .

Para que a eq. (11) satisfaça as condições de contorno (2) e (3) escolhemos para base ϕ_i as funções "spline linear", conhecidas por "shape function" (Prenter, 1975).

Substituindo (11) em (9) e (10) e, fazendo $v = \phi_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$ devido a escolha da base ϕ_i e pelas condições (7) e (8) a eq. (9) torna-se para $i = 1$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N u_j^i(t) \langle \phi_j, \phi_1 \rangle &= -k(0) \frac{\partial u}{\partial z}(0, t) - \\ - \sum_{j=1}^N u_j(t) \langle k_j \phi_j', \phi_1' \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

e para $i = 2, 3, \dots, (N-1)$ teremos

$$\sum_{j=1}^N u_j^i(t) \langle \phi_j, \phi_i \rangle = - \sum_{j=1}^N u_j(t) \langle k_j \phi_j', \phi_i' \rangle \quad (13)$$

e para $i = N$, obtemos

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N u_j^i(t) \langle \phi_j, \phi_N \rangle &= k(l) \beta - \\ - \sum_{j=1}^N u_j(t) \langle k_j \phi_j', \phi_N' \rangle \end{aligned} \quad (14)$$

e a eq. (10) fica para $i = 1, 2, \dots, N$

$$\sum_{j=1}^N u_j(0) \langle \phi_j, \phi_i \rangle = \langle s, \phi_i \rangle \quad (15)$$

As eqs. (12), (13) e (14) na forma matricial denotam-se por

$$A\dot{U}(t) + BU(t) = F(t) \quad (16)$$

$$\text{sendo } \begin{cases} a_{ij} = \langle \phi_j, \phi_i \rangle \\ b_{ij} = \langle k_j \phi_j', \phi_i' \rangle \end{cases}, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, N$$

os elementos das matrizes A e B de ordem $N \times N$ respectivamente, e os elementos do vetor coluna $F(t)$ são

$$c_1 = -k(0) \frac{\partial u}{\partial z}(0, t)$$

$$c_i = 0, \quad i = 2, 3, \dots, (N-1)$$

$$c_N = k(l)\beta$$

Na eq. (16) apesar de não termos informações acerca do valor de $\partial u / \partial z(0, t)$, pela condição de contorno (2) conhecemos os valores de $u_1(t)$ (com isto fica conhecido $u_1'(t)$), de modo que, podemos eliminar a primeira linha da eq. (16) resolvendo algebricamente (Becker et al., 1981) sem perder as informações necessárias para obtenção dos valores de $u_j'(t)$ e $u_j(t)$ a partir de $j=2, 3, 4, \dots, N$.

Calculando os valores dos elementos de cada matriz da eq. (16) conforme as informações do meio geológico estratificado e da discretização em relação a profundidade, os elementos das matrizes A e B de ordem $(N-1) \times (N-1)$ serão respectivamente

$$\begin{cases} a_{i,i} = \frac{1}{3}(h_i + h_{i+1}) \\ a_{i+1,i} = a_{i,i+1} = \frac{1}{6}h_{i+1} \\ a_{(N-1),(N-1)} = \frac{1}{3}h_{N-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_{i,i} = \left(\frac{k_i}{h_i} + \frac{k_{i+1}}{h_{i+1}}\right) \\ b_{i+1,i} = b_{i,i+1} = -\frac{k_{i+1}}{h_{i+1}} \\ b_{(N-1),(N-1)} = \frac{k_{N-1}}{h_{N-1}} \end{cases}$$

com $i = 1, 2, 3, \dots, (N-2)$ índices re-enumerados. Os elementos do vetor $F(t)$, que contém as informações da condição de contorno serão

$$\begin{cases} c_1 = -k(0) \frac{\partial u}{\partial z}(0, t) \\ c_i = 0, \quad i = 2, 3, \dots, (N-1) \\ c_N = k(l)\beta \end{cases}$$

A expressão matricial correspondente a eq. (15) será dada por

$$AU(0) = S \quad (17)$$

Para os elementos do vetor S da eq. (17) que contém as informações da condição inicial, usaremos para $s(z)$ a interpolação definida por

$$s(z) = \begin{cases} s_i + \frac{s_i - s_{i-1}}{h_{i-1}}(z - z_{i-1}), & z_{i-1} \leq z \leq z_i \\ s_i + \frac{s_{i+1} - s_i}{h_i}(z - z_i), & z_i \leq z \leq z_{i+1} \end{cases}$$

sendo $s_i = s(z_i)$, $i = 1, 2, 3, \dots, N$ os valores das temperaturas ao longo do poço, medidas a cada nível, de acordo com a partição P_N da profundidade $(0, l)$.

Da eq. (15), para $i = 1$ temos

$$\langle s, \phi_1 \rangle = \frac{h_1}{6}(2s_1 + s_2)$$

e para $i = 2, 3, \dots, (N-1)$

$$\langle s, \phi_i \rangle = \frac{h_{i-1}}{6}(2s_i + s_{i-1}) +$$

$$+ \frac{h_i}{6}(2s_i + s_{i+1})$$

e para $i = N$

$$\langle s, \phi_N \rangle = \frac{h_{N-1}}{6}(2s_N + s_{N-1})$$

de forma que o vetor S de ordem $N \times 1$, após feita a eliminação da primeira linha algebricamente, terá os seus elementos na forma

$$\begin{cases} d_1 = \frac{h_1}{6} (2s_2 + s_1) + \frac{h_2}{6} (2s_2 + s_3) - \frac{h_1}{6} u_1(0) \\ d_i = \frac{h_{i-1}}{6} (2s_i + s_{i-1}) + \frac{h_i}{6} (2s_i + s_{i+1}) \\ \quad i=2,3,\dots,(N-2) \\ d_N = \frac{h_{N-1}}{6} (2s_N + s_{N-1}) \end{cases}$$

A seguir, para estudar a evolução no tempo das eqs. (16) e (17) usaremos o esquema de Diferenças Finitas de Crank-Nicolson aplicado em relação a variável tempo t (Carey & Oden, 1984). Para isto, discretizamos o intervalo $(0,T)$ em sub-intervalos de tempo de passo Δt . No nosso modelo, cada Δt corresponderá a um intervalo de um mês e portanto $T = 12 \Delta t$. Fazendo a aproximação da eq. (16) nos instantes

$$t = t_k, \quad k = 0,1,\dots,11$$

obtemos as equações de diferenças

$$A \frac{(U^{k+1} - U^k)}{\Delta t} + B \frac{(U^{k+1} + U^k)}{2} = \frac{F^{k+1} + F^k}{2}$$

Com isto, o problema proposto inicialmente se reduz a resolver o seguinte sistema de equações matriciais:

$$\begin{aligned} (A + \frac{\Delta t}{2} B) U^{k+1} &= (A - \frac{\Delta t}{2} B) U^k + \\ &+ \frac{\Delta t}{2} (F^{k+1} + F^k) \end{aligned} \quad (18)$$

$$AU(0) = S \quad (19)$$

A equação matricial (18) é resolvida a partir de $U^0 = U(0)$ da eq. (19) para cada passo Δt . Assim, os valores calculados U^1, U^2, U^3, \dots para cada instante $k = 1,2,3, \dots$ na eq. (18) são uma previsão dos perfis de temperatura ao longo do poço correspondentes aos meses sub-sequentes ao da condição inicial $U(0)$.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os perfis geotérmicos resultantes do modelamento em pauta são apresentados nas Figs. 2 e 3, os quais em conjunto, compreendem um ciclo de período

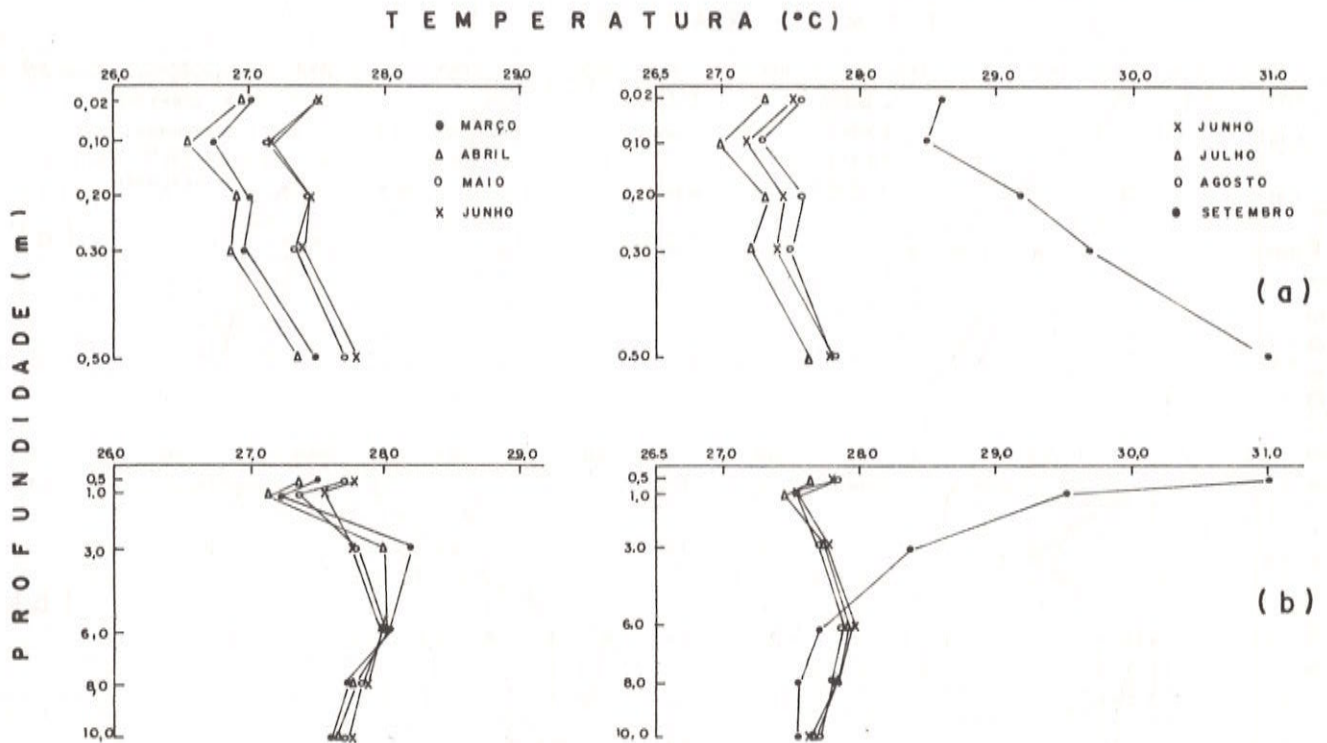


Figura 2. Perfis de temperatura obtidos via modelamento. Período de março/85 a setembro/85. (a) de 0,0 a 0,50 metros; (b) 0,5 a 10,0 metros.

Figure 2. Temperature profiles obtained through modelling. Period from March/85 to September/85. (a) from 0.0 to 0.50 meters; (b) from 0.5 to 10.0 meters.

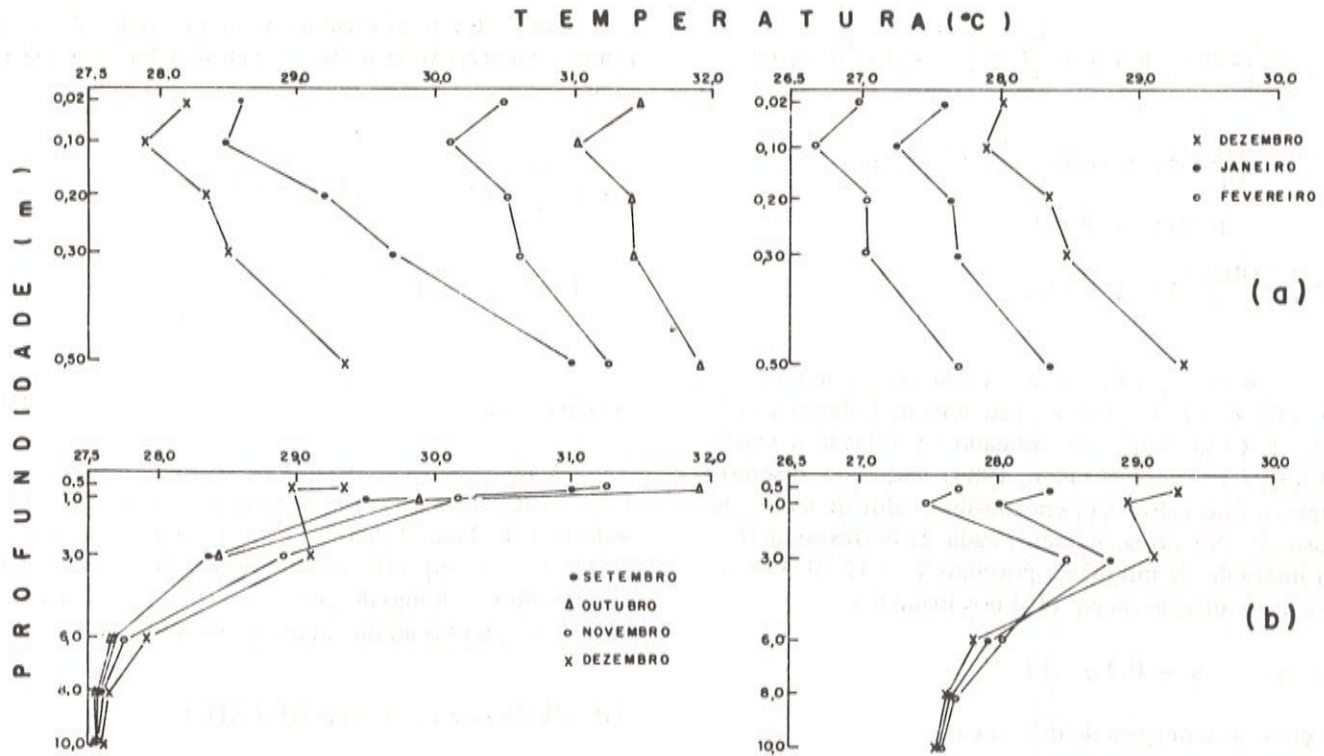


Figura 3. Perfis de temperatura obtidos via modelamento. Período de setembro/85 a fevereiro/86. (a) de 0,0 a 0,50 metros; (b) de 0,5 a 10,0 metros.

Figure 3. Temperature profiles obtained through modelling. Period from September/85 to February/86. (a) from 0.0 to 0.50 meters; (b) from 0.5 to 10.0 meters.

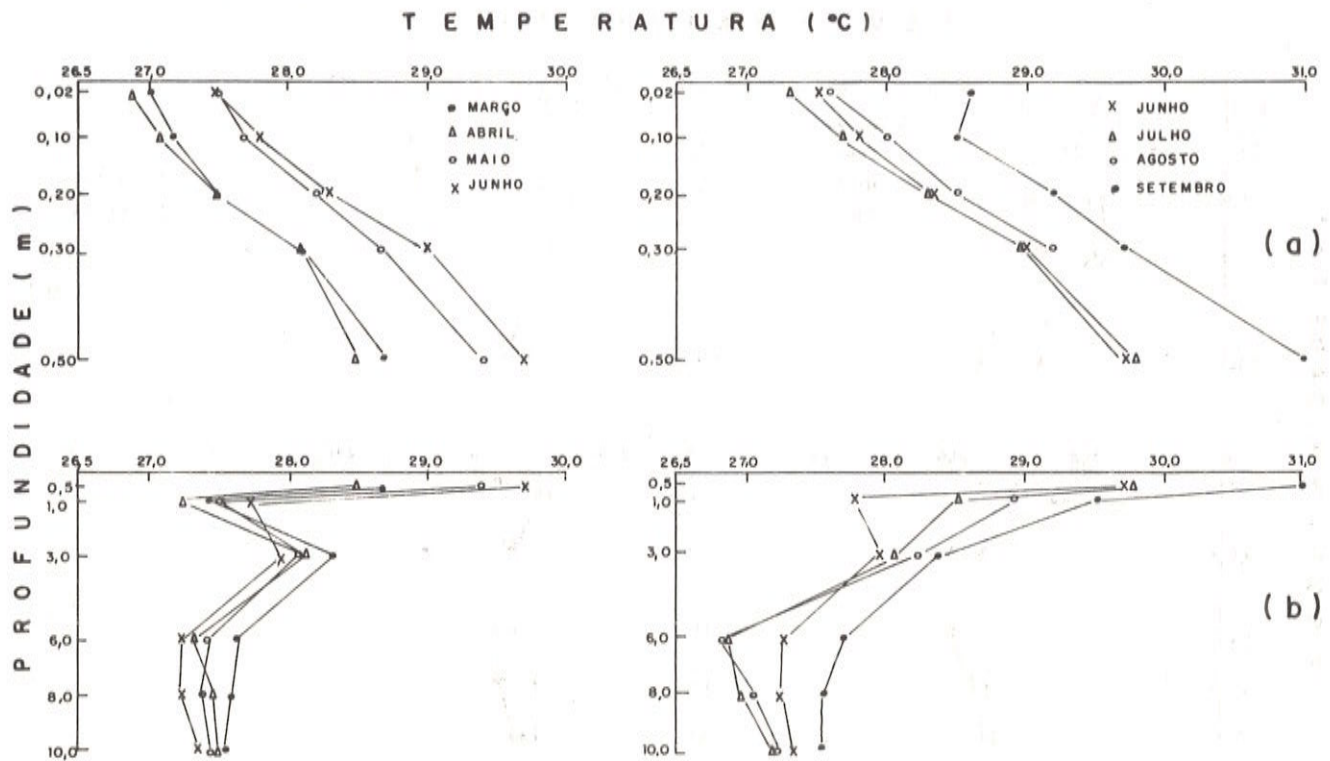


Figura 4. Perfis de temperatura com dados de campo coletados às 9:00 horas em Belém - PA. Período de março/85 a setembro/85. (a) de 0,02 a 0,50 metros; (b) de 0,5 a 10,0 metros.

Figure 4. Temperature profiles displaying field data collected at 9:00 a.m. LT in Belém - PA. Period from March/85 to September/85. (a) from 0.02 to 0.50 meters; (b) from 0.5 to 10.0 meters.

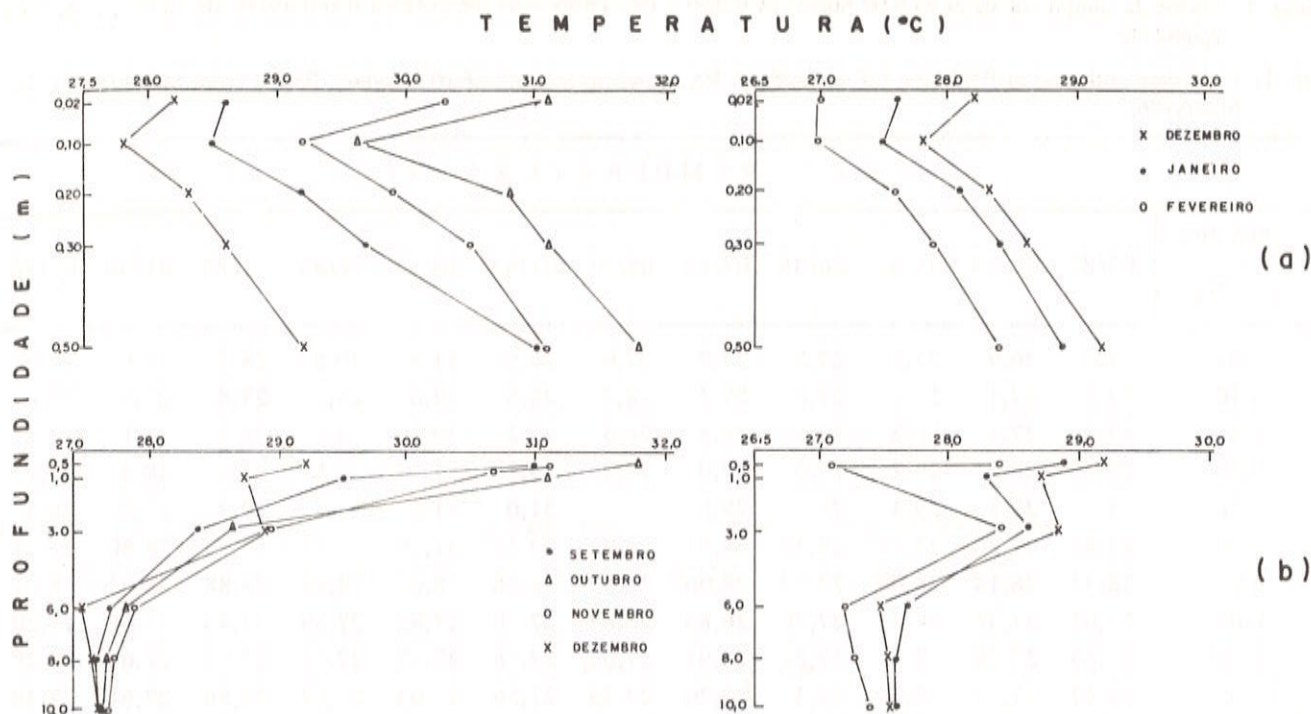


Figura 5. Perfis de temperatura com dados de campo coletados às 9:00 horas em Belém - PA. Período de setembro/85 a fevereiro/86. (a) de 0,02 a 0,50 metros; (b) de 0,5 a 10,0 metros.

Figure 5. Temperature profiles displaying field data collected at 9:00 a.m. LT in Belém - PA. Period from September/85 to February/86. (a) from 0.02 to 0.50 meters; (b) from 0.5 to 10.0 meters.

de um ano. Nas Figs. 4 e 5 são apresentados os perfis de temperatura média mensais correspondentes aos dados de campo, coletados às 9:00 horas local (Souza et al., 1989). Devido ao fato das maiores mudanças dos valores de temperatura terem ocorrido até a profundidade de 10 metros, nas tabelas e figuras deste trabalho apresentamos os resultados até esta profundidade.

Ao compararmos as Figs. 2 e 3 com as Figs. 4 e 5, respectivamente, observamos que o modelamento elaborado acompanha as variações temporais dos perfis geotérmicos oriundos de dados de campo, dentro de uma aproximação aceitável. Uma análise detalhada das coincidências ou não dos perfis simulados e observados foi quantificada determinando-se para cada uma das nove profundidades selecionadas (de 0,10 a 10,0 metros) a diferença entre as temperaturas simuladas e observadas. Na profundidade $z = 0,02$ m os valores observados de temperatura foram utilizados para condição de contorno superior do problema. Os valores das médias dessas diferenças em cada profundidade e os respectivos desvios para o período de um ano são apresentados na Tab. 3. A diferença máxima ficou em $1,61^{\circ}\text{C}$ a 0,50 m no mês de julho/85, de onde concluímos que, na situação particular simulada, o afastamento relativo máximo observado foi menor que 6%.

Um aspecto relevante para análise dos perfis simulados e observados é a comparação dos deslocamentos mensais das temperaturas em cada perfil. A Tab. 4 mostra o resumo da média mensal desses deslo-

camentos. Embora haja discrepância nos valores absolutos de temperatura entre os dados simulados e observados apresentados nas Tabs. 1 e 2, os valores médios das translações mensais são muito próximos entre si, conforme Tab. 4 e, os sinais dos deslocamentos coincidem para todos os intervalos mensais.

Finalmente, dos 108 gradientes geotérmicos previstos nas nove profundidades consideradas, em 88 casos houve a coincidência de sinais com os gradientes geotérmicos observados. Essa coincidência do sinal chegou a 100% nos dois meses mais secos do ano (outubro e novembro) da região metropolitana de Belém, enquanto que a mesma se limitou a 70% nos dois meses mais chuvosos do ano (fevereiro e março) da região estudada. As grandes inversões dos valores do gradiente de temperatura também são claramente registradas nas Figs. 2 e 3. A coincidência plena dos perfis nas Figs. 2 e 4, referentes aos meses de setembro, é devido a este mês ser utilizado como perfil inicial no modelamento. O modelamento foi executado tendo como condição inicial, cada um dos doze meses do ano e, verificamos que mantém sua aplicabilidade. A seleção do mês de setembro para exemplo, deve-se ao fato deste mês apresentar amplitudes e variações de temperatura intermediárias ao longo do poço e portanto, ser representativo da média do conjunto de perfis de temperatura em um ciclo anual no local de observações.

Um fato interessante concerne a configuração do perfil geotermal, no intervalo de 0,5 a 3,0 metros de

Tabela 1. Dados de campo coletados às 9:00 horas em Belém - PA. Período de março/85 a fevereiro/86 até 10 metros de profundidade.**Table 1.** Field data collected at 9:00 a.m. LT in Belém - PA, down to a depth of 10.0 meters. Period from March/85 to February/86.

		TEMPERATURA (°C)											
mês/ano		03/85	04/85	05/85	06/85	07/85	08/85	09/85	10/85	11/85	12/85	01/86	02/86
z (m)													
0,02		27,0	26,9	27,5	27,5	27,3	27,6	28,6	31,5	30,5	28,2	27,6	27,0
0,10		27,2	27,1	27,7	27,8	27,7	28,0	28,5	29,6	29,2	27,8	27,5	27,0
0,20		27,5	27,5	28,2	28,3	28,3	28,5	29,2	30,8	29,9	28,3	28,1	27,6
0,30		28,1	28,1	28,7	29,0	29,0	29,2	29,7	31,1	30,5	28,6	28,4	27,9
0,50		28,7	28,5	29,4	29,7	29,8	-	31,0	31,8	31,1	29,2	28,9	28,4
1,00		27,44	27,26	27,53	27,77	28,51	28,92	29,52	31,10	30,67	28,73	28,30	27,71
3,00		28,34	28,14	28,00	27,97	28,06	28,25	28,38	28,64	28,94	28,88	28,62	28,41
6,00		27,67	27,34	27,43	27,26	26,86	26,84	27,70	27,82	27,89	27,46	27,68	27,20
8,00		27,65	27,48	27,41	27,24	26,98	27,06	27,56	27,67	27,72	27,53	27,61	27,28
10,00		27,57	27,53	27,46	27,37	27,20	27,25	27,56	27,63	27,67	27,56	27,61	27,39

profundidade, atinente ao mês de dezembro. Esta configuração diverge das demais com as quais ela se encontra agrupada na Fig. 3. Tal configuração porém, apresenta o mesmo aspecto na Fig. 5.

A análise quantitativa das diferenças nos valores de temperatura simulados e observados apresentada acima, corresponde apenas ao limite superior de suas magnitudes, uma vez que o modelamento elaborado neste trabalho é válido para zona de 0,02 a 40 metros de profundidade. É importante salientar que, na camada entre 10 e 40 metros, tanto para os valores absolu-

tos de temperatura como para os gradientes geotérmicos, a concordância dos valores simulados e medidos foi muito maior.

A comparação dos resultados oriundos do modelamento elaborado com os dados de campo mostra uma semelhança mais acentuada quando efetuada em relação ao período de setembro a janeiro. Este, inclui o período de menor índice de nebulosidade e, inclui também, aquele em que o fluxo médio mensal da radiação solar incidente na superfície atinge valores elevados (Brasil, 1986; Cunha & Bastos, 1973), conse-

Tabela 2. Dados simulados, oriundos do modelamento. Período de março/85 a fevereiro/86 até 10 metros de profundidade.**Table 2.** Computed data derived from the model, down to a depth of 10.0 meters. Period from March/85 to February/86.

		TEMPERATURA (°C)											
mês/ano		03/85	04/85	05/85	06/85	07/85	08/85	09/85	10/85	11/85	12/85	01/86	02/86
z (m)													
0,02		27,0	26,9	27,5	27,5	27,3	27,6	28,6	31,5	30,5	28,2	27,6	27,0
0,10		26,67	26,56	27,15	27,15	26,95	27,24	28,50	31,15	30,18	27,90	27,28	26,68
0,20		27,10	26,99	27,57	27,57	27,37	27,66	29,20	31,58	30,64	28,38	27,74	27,13
0,30		27,23	27,11	27,68	27,67	27,47	27,75	29,70	31,70	30,79	28,56	27,90	27,27
0,50		27,98	27,85	28,39	28,39	28,19	28,46	31,00	32,33	31,54	29,38	28,68	28,04
1,00		26,80	26,69	27,22	27,25	27,08	27,35	29,52	30,30	29,99	28,14	27,45	26,86
3,00		27,38	27,24	27,46	27,58	27,49	27,62	28,38	28,56	29,50	29,06	28,23	27,67
6,00		27,60	27,42	27,39	27,51	27,50	27,51	27,70	27,71	28,00	28,42	28,25	27,93
8,00		27,72	27,55	27,46	27,52	27,54	27,53	27,56	27,59	27,69	27,99	28,12	27,96
10,00		27,78	27,65	27,56	27,56	27,58	27,57	27,56	27,57	27,59	27,70	27,88	27,88

Tabela 3. Diferença média mensal entre dados observados T_O e dados simulados T_S , e o respectivo desvio. Período de março/85 a fevereiro/86.

Table 3. Monthly mean differences between measured T_O and computed T_S data and respective standard deviations.

TEMPERATURA (°C)												
mês/ano	03/85	04/85	05/85	06/85	07/85	08/85	09/85	10/85	11/85	12/85	01/86	02/86
$\overline{T_O - T_S}$	+0,43	+0,43	+0,45	+0,47	+0,58	+0,47	0,0	-0,26	-0,23	-0,16	+0,13	+0,18
Desvios	$\pm 0,29$	$\pm 0,28$	$\pm 0,31$	$\pm 0,33$	$\pm 0,48$	$\pm 0,39$	0,0	$\pm 0,41$	$\pm 0,33$	$\pm 0,21$	$\pm 0,30$	$\pm 0,39$

Tabela 4. Deslocamento médio das temperaturas em meses sucessivos dos dados observados T_O e dos dados simulados T_S .

Table 4. Temperature average drifts in successive months of field data T_O and computed data T_S .

TEMPERATURA (°C)											
Ano	1985										1986
Mês	mar→abr	abr→mai	mai→jun	jun→jul	jul→ago	ago→set	set→out	out→nov	nov→dez	dez→jan	jan→fev
$\overline{\Delta T_O}$	-0,13	+0,35	+0,06	-0,02	+0,17	+0,51	+0,99	-0,36	-1,18	-0,19	-0,44
$\overline{\Delta T_S}$	-0,13	+0,34	+0,03	-0,12	+0,18	+1,14	+1,23	-0,36	-1,27	+0,46	-0,47

quentemente, este período também abrange o de menor índice de precipitação pluviométrica na região metropolitana de Belém. Assim sendo, devido a equação utilizada neste modelo ser apenas de transferência de calor por condução é possível que, para o período chuvoso, outros tipos de transporte de calor possam ser mais significativos em relação a condução do que no período seco. Porém, pelo fato do modelamento em pauta reproduzir, dentro de uma boa aproximação, os dados de campo, consideramos que no intervalo de profundidade estudado, a condução corresponde ao tipo fundamental de transporte de calor.

CONCLUSÃO

Embora o intervalo de profundidade estudado tenha se apresentado bastante complexo, com inversões bruscas no sentido do fluxo de calor, os dados de campo são reproduzidos, com uma boa aproximação, pelo algoritmo elaborado neste trabalho. A reprodução é mais eficiente para o período menos chuvoso na região metropolitana de Belém.

O resultado final de maior ou menor aproximação entre a simulação e os dados de campo em uma outra

região vai depender da predominância ou não do transporte de calor ocorrer por condução. Se o transporte, via condução, em outra região for melhor do que na área desta aplicação, a coincidência dos perfis simulados e observados deve ser melhor do que obtivemos neste trabalho.

Concluimos assim que, utilizando-se o algoritmo presente, é possível obter-se uma boa estimativa do comportamento anual da evolução dos perfis de temperatura, até a profundidade de 40 metros, para uma determinada área, com as mesmas vantagens e restrições do caso aqui analisado, desde que se conheça a priori, os valores das temperaturas médias mensais na superfície, o gradiente geotérmico vertical representativo dessa área, um perfil geotérmico inicial e a litostratigrafia do poço.

Devemos ressaltar que o algoritmo desenvolvido neste trabalho pode ser aplicado para prever perfis de temperatura em qualquer intervalo de tempo. Neste caso, no lugar de dados mensais de temperatura média na superfície, basta conhecer o valor da temperatura média na superfície correspondente a este intervalo de interesse.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP) pelo suporte financeiro para realização desta pesquisa.

BIBLIOGRAFIA

- BECKER, E.B., CAREY, G.F. & ODEN, J.T. - 1981 - Finite elements. An introduction. Prentice-Hall, New Jersey, v. 1, 258 pp.
- BRASIL, Ministério da Agricultura, Serviço de Meteorologia - 1986 - Normas climatológicas. RJ, 32 pp.
- CAREY, E.B. & ODEN, J.T. - 1984 - Finite elements. Computational aspects. Prentice-Hall, N. Jersey, v. 3, 254-280.
- CLAUSER, C. - 1984 - A climatic correction on temperature gradients using surface-temperature series of various periods. *Tectonophys.*, **103**: 33-36.
- CUNHA, O.R. & BASTOS, X. - 1973 - A contribuição do Museu Paraense Emílio Goeldi à meteorologia na Amazônia. Publicação avulsa do MPEG, **23**: 28-34.
- MEDEIROS, L.A.J. & RIVERA, P.H. - 1975 - Espaços de Sobolev e equações diferenciais parciais. Textos de métodos matemáticos nº 9, IMUFRJ, 197 pp.
- NIELSEN, S.B. & BALLING, N. - 1985 - Transient heat flow in a stratified medium. *Tectonophys.*, **121**: 1-10.
- ODEN, J.T. & REDDY, J.N. - 1976 - An introduction to mathematical theory of finite elements. John Wiley & Sons, N.Y., 429 pp.
- PRENTER, P.M. - 1975 - Splines and variational methods. John Wiley & Sons, N.Y., 323 pp.
- SOUZA, J.R.S., ARAUJO, R.L.C. & MAKINO, M. - 1989 - Heat transfer and thermal properties of the subsoil in Belém. *Rev. Bras. Geof.*, **7**: 19-28.
- WANG, K., SHEN, P.Y. & BECK, A.E. - 1986 - On the effects of thermal properties, structure and water bottom temperature variation on temperature gradients in lake sediments. *Can. J. Earth Sci.*, **23**: 1257-1264.

Versão recebida em: 12/01/89
Versão revista e aceita em: 06/08/90
Editor Associado: M.S. Assumpção