

GEOTOMOGRAFIA ELETROMAGNÉTICA

Eliezer P. Lopes¹ & Elizeu P. Lopes²

Neste trabalho, um método geotomográfico é proposto para a geração de imagens das distribuições de condutividade elétrica e de permitividade dielétrica, a partir de medições de variações de fase de ondas eletromagnéticas que cruzam o meio investigado em várias direções. Aplicações tradicionais da geotomografia eletromagnética são descritas com o objetivo de reforçar a validade prática do método apresentado. Dessas aplicações, destacam-se: a monitorização do processo de recuperação de reservatórios petrolíferos, a seleção de locais para a instalação de repositórios de rejeitos químicos ou nucleares, o controle do processo de injeção de argamassa fluida no solo para preencher furos e fraturas. As condições para a utilização do método proposto são exatamente as mesmas necessárias em outros trabalhos que versam sobre a geotomografia eletromagnética. Portanto, o método desenvolvido pode ao menos ser empregado nas aplicações envolvidas nesses trabalhos. As simulações consideram valores efetivos de condutividade elétrica, permitividade dielétrica e permeabilidade magnética de meios geofísicos reais investigados por meio de outros métodos geotomográficos descritos na literatura especializada. O algoritmo tomográfico desenvolvido é pouco dependente da geometria empregada para investigar o meio geofísico, o que lhe confere grande versatilidade. Suas estruturas paralelas permitem que ele seja eficientemente implementado em processadores com arquiteturas sistólicas para que o processo reconstrutivo seja realizado em tempo real.

Palavras-chave: Reconstrução de imagens; Tomografia geofísica; Problemas inversos; Prospecção eletromagnética; Algoritmos iterativos.

ELECTROMAGNETIC GEOTOMOGRAPHY *An electromagnetic method is proposed in this work. It reconstructs images of the distributions of the electrical conductivity and dielectric permittivity from phase-shift measurements of electromagnetic waves that criss-cross the scanned medium. Classic applications of the electromagnetic geotomography are briefly described to reinforce the feasibility of the method presented herein. Some of such applications are: monitoring of enhanced oil recovery processes, site characterization for the installation of chemical or nuclear waste repositories, and definition of the location and extent of grout injected into the ground for civil engineering purposes. All the conditions for the proper utilization of the proposed method are exactly those employed in previous works involving the electromagnetic geotomography, and therefore the method presented herein can at least be employed in the applications described in such works. The simulations consider effective values of electrical conductivity, dielectric permittivity and magnetic permeability of actual geophysical media investigated by means of other geotomographic methods described in the literature. The proposed algorithm is very versatile because it can be used with fairly general scanning geometries and the characteristics of the signals can be chosen to optimise the extraction of the desired information about the investigated medium. The amount of data can be chosen to exactly match the lengths of the registers of vector computers so that the image reconstruction process be performed more efficiently. Such versatility and the ability to scan extensive portions of a geophysical medium with high resolution are not jointly found in any electromagnetic geophysical prospecting method other than the electromagnetic geotomography.*

Key words: Image reconstruction; Geophysical tomography; Inverse problems; Electromagnetic prospecting; Iterative algorithms.

¹ Laboratório de Instrumentação Eletrônica – UFSC – 88040-900, Florianópolis, SC, Brasil

² Instituto de Geociências – UERJ – 20550-013, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

INTRODUÇÃO

A geotomografia é uma técnica de prospecção de elevada resolução espacial, que permite a investigação por sensoriamento remoto de um meio geofísico através do processamento de dados obtidos a partir da propagação de energia em diferentes direções neste meio. A energia que cruza o meio geofísico, na maioria das aplicações práticas da geotomografia, é de natureza acústica ou eletromagnética. Neste trabalho, utiliza-se somente a energia eletromagnética em função das aplicações visadas. Elas são de natureza localizada, exigem elevada resolução espacial, grande versatilidade e viabilidade econômica. Uma das possíveis geometrias utilizadas na geotomografia eletromagnética está apresentada na Fig. 1 (Worthington, 1984). Radiações eletromagnéticas partem de uma antena situada em um dos lados da região investigada e são captadas por uma antena localizada no outro lado da região. As trajetórias das radiações eletromagnéticas estão representadas por linhas retas que ligam algumas posições da antena transmissora a algumas posições da antena receptora. O propósito da geotomografia é reconstruir imagens que representem as distribuições espaciais de algumas propriedades físicas, tais como a condutividade elétrica e/ou a permissividade dielétrica relativa de um meio geofísico. Neste trabalho, um algoritmo tomográfico é proposto e as simulações realizadas indicam que ele é muito robusto e versátil. Tais características tornam-no pouco sensível a ruídos nos dados e bastante adequado a reconstruções de imagens a partir de dados incompletos, o que ocorre quando o meio não pode ser investigado a partir de todos os seus lados (Lopes & Lopes, 1991). Na geometria da Fig. 1, o meio geofísico é investigado apenas a partir dos seus lados direito e esquerdo. O algoritmo iterativo de reconstrução de imagens empregado opera inteiramente no espaço de sinais. Inicialmente, são realizadas estimativas das distribuições de condutividade elétrica e permissividade dielétrica relativa. Em seguida, tais estimativas são sucessivamente melhoradas pelo algoritmo tomográfico, convergindo para soluções consistentes com os dados considerados, que, neste trabalho, são as variações de fase com a frequência dos sinais captados pela antena receptora. As principais razões para a utilização de algoritmos iterativos, ao invés de algoritmos analíticos, na tomografia geofísica são que os algoritmos iterativos são virtualmente independentes da geometria da região investigada e são geralmente autocorretivos (Berryman, 1990; Kak & Slaney, 1988). Em muitos casos, a geotomografia é realizada a partir de galerias de minas ou furos preexistentes,

de modo que a geometria não é sempre a da Fig. 1. Portanto, é idealmente desejável que o algoritmo tomográfico usado em aplicações geofísicas *in situ* seja pouco dependente da geometria em questão e seja também autocorretivo, o que reduz os problemas adversos causados por propagação e acumulação de erros decorrentes do processamento das grandes quantidades de dados e da realização das muitas operações matemáticas envolvidas no processo reconstutivo (Elsner et al., 1990).

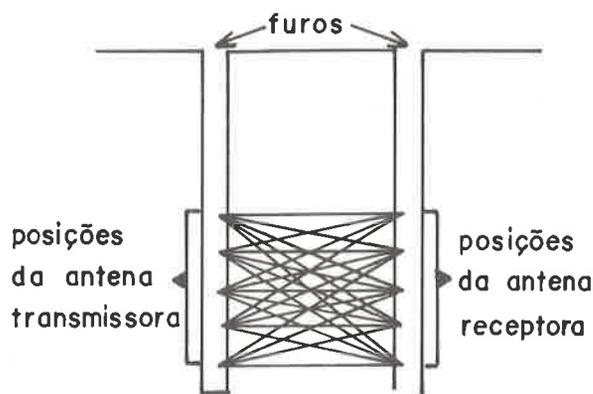


Figura 1. Uma possível geometria para a geotomografia.
Figure 1. A possible geometry for geotomography.

Uma qualidade importante do método proposto é que ele é de natureza ativa. Sinais gerados por uma fonte controlável são injetados na região investigada. Suas características podem ser minuciosamente escolhidas para otimizar a extração das informações desejadas sobre o meio em questão. Por exemplo, se a relação sinal-ruído na recepção for muito baixa, uma das possíveis soluções para esse problema é o aumento do nível de potência entregue à antena transmissora. Degradações dos sinais recebidos, induzidas por difrações, podem ser reduzidas aumentando-se as frequências dos sinais transmitidos.

Algoritmos baseados na teoria do espalhamento podem também ser empregados para resolver o problema geotomográfico *in situ*. Eles requerem a utilização de condições simplificadoras para a resolução da equação de onda analiticamente. Uma das condições frequentemente consideradas é que as características eletromagnéticas do meio investigado se afastem pouco da média, o que permite o emprego das aproximações de Born ou Rytov de primeira ordem (Born & Wolf, 1984). Como as anomalias do meio geofísico e as distribuições de campo eletromagnético nelas são inicialmente desconhecidas, a aproximação de Born de primeira ordem consiste em assumir que o campo dentro das

anomalias é igual ao campo que nelas incide (Woodward, 1992; Vesperinas, 1991). Conseqüentemente, a intensidade do campo espalhado deve ser pequena em comparação à do campo incidente, o que significa que as dimensões das anomalias precisam ser pequenas (Ishimaru, 1991). A aproximação de Rytov de primeira ordem consiste em assumir que a fase do campo espalhado varia linearmente com a mudança do índice de refração no meio investigado (Witten et al., 1992). Portanto, tal aproximação é válida quando a mudança de fase ao longo de um comprimento de onda é pequena e as dimensões das anomalias são pequenas (Devaney & Tsihrintzis, 1991). Quando as dimensões das anomalias e as variações locais de velocidade da onda eletromagnética em relação à velocidade média não são suficientemente pequenas, a aproximação de Rytov de primeira ordem é geralmente melhor do que a aproximação de Born de primeira ordem. Tal fato torna a aproximação de Rytov preferível em aplicações geofísicas de campo.

Apesar dos avanços teóricos divulgados recentemente envolvendo a resolução da equação de onda, a maioria absoluta dos trabalhos de campo, envolvendo a geotomografia eletromagnética, utiliza a aproximação ótica de raios retos (Laine, 1987; Laine & Lytle, 1981; Davis et al., 1979; Laine et al., 1980; Dines & Lytle, 1979; Kretzschmar & Witterholt, 1984; Deadrick et al., 1982; Ramirez, 1986). Essa aproximação permite que a geotomografia eletromagnética seja robusta, versátil e simples, adequando-se às condições práticas não-ideais geralmente encontradas, como a utilização ocasional de dois ou mais furos que não estejam contidos em um mesmo plano. A utilidade prática de muitos modelos teóricos disponíveis, que consideram efeitos de difração e refração no processo geotomográfico eletromagnético *in situ*, tem sido continuamente avaliada. Ramirez (1986) realizou experimentos de campo com a geotomografia eletromagnética na faixa de 5 MHz a 40 MHz, utilizando a aproximação ótica de raios retos. Ele ressalta que geotomogramas são representações bidimensionais de estruturas tridimensionais, anisotrópicas e não-homogêneas. Portanto, a utilização de modelos que incluam efeitos de difração e refração, mas que apresentem ação confinada ao plano do tomograma, pode causar inconsistências mais graves no processo reconstutivo do que as causadas pelo uso da aproximação ótica de raios retos. Mesmo quando todas as posições da fonte e do receptor se encontram em um mesmo plano, as ondas eletromagnéticas que partem da fonte podem se espalhar ou se refratar em estruturas externas ao plano em questão e ser captadas pelo receptor. Nesse caso,

os tomogramas são afetados por estruturas geofísicas que nem mesmo interceptam o plano que eles representam.

Os métodos eletromagnéticos comumente usados na prospecção mineral e nas prospecções de petróleo e de água subterrânea utilizam freqüências menores do que 10 kHz. Nesse caso, as correntes de deslocamento são geralmente desprezíveis. Por outro lado, existem algumas técnicas de perfilagem eletromagnética de poços que utilizam freqüências maiores do que 1 MHz (Young, 1991; Murphy et al., 1992). Nessa situação, as correntes de deslocamento são importantes. As freqüências de operação da geotomografia eletromagnética estão mais próximas das freqüências usadas nas técnicas de perfilagem eletromagnética do que das freqüências de operação dos métodos eletromagnéticos de prospecção geofísica mais tradicionais.

APLICAÇÕES

A geotomografia é uma técnica poderosa para monitorar a condução do óleo em direção aos poços de produção como resultado do emprego de técnicas de recuperação secundária e terciária, tais como: combustão *in situ*, injeção de água, de dióxido de carbono e de agentes ativos de superfície. A geotomografia é adequada a essa aplicação por fornecer a resolução espacial necessária e empregar um processo de aquisição de dados versátil, que pode ser facilmente repetido para gerar imagens do reservatório antes, durante e depois do processo de recuperação. Laine (1987) utilizou a geotomografia eletromagnética e a geotomografia sísmica para monitorar o processo de recuperação de reservatórios petrolíferos localizados nos Estados Unidos. Em ambos os casos, a aproximação ótica de raios retos foi empregada com sucesso. A geotomografia eletromagnética utilizou ondas de 15 MHz e 17 MHz. A potência entregue à antena transmissora foi de 100 w. O autor concluiu que a geotomografia é uma técnica valiosa para monitorar mudanças na distribuição espacial dos níveis de saturação por óleo, gás ou água das estruturas dos reservatórios durante os processos de recuperação secundária e terciária.

Outra importante aplicação da geotomografia eletromagnética é o auxílio à escolha dos locais a serem usados como repositórios de lixo nuclear. Deadrick et al. (1982) utilizaram a geotomografia eletromagnética com raios retos para essa finalidade. As freqüências de operação variaram de 10 MHz a 100 MHz. Os autores concluíram que os geotomogramas gerados eram coerentes com medições realizadas por outras técnicas geofísicas que investigaram

apenas as regiões próximas aos furos. Além disso, os geotomogramas proveram informação adicional sobre a região localizada entre os furos. Após a instalação de um repositório de lixo nuclear, a geotomografia é útil para garantir que o material radioativo permaneça isolado com segurança. Ela pode detectar vazamentos de material radioativo e infiltrações de água subterrânea no repositório, permitindo que ações reparadoras emergenciais sejam realizadas. É importante que o repositório seja investigado periodicamente para detectar possíveis mudanças adversas. Tais mudanças são primordialmente induzidas pelas elevadas temperaturas dos rejeitos nucleares, afetando as dimensões das fraturas nas rochas, as pressões existentes nos poros das formações litológicas e os caminhos da água subterrânea, o que pode eventualmente ocasionar a canalização de material radioativo para as fontes de água, contaminando o meio-ambiente e o Homem. A inspeção periódica de repositórios de rejeitos nucleares permite a reunião de informações para que se determine se o tempo mínimo de funcionamento seguro dos repositórios será, como desejado, maior do que o tempo necessário para que os rejeitos se tornem inofensivos. Um aumento muito significativo da permissividade dielétrica pode ser causado pela infiltração de água no repositório, porquanto a permissividade dielétrica da água é muito elevada em comparação com as permissividades dielétricas da maioria dos materiais geológicos (Singh & Singh, 1991).

O direcionamento das galerias de uma mina pode ser determinado através da análise das informações obtidas por meio da geotomografia eletromagnética. Para isso, ondas eletromagnéticas são induzidas a se propagarem de uma galeria a outra, permitindo que se reúnam informações para a realização de inferências sobre a composição provável do meio investigado. Destarte, veios desconhecidos ou perdidos por ocasião de desmoronamentos, podem ser localizados. Ademais, a geotomografia permite a localização, por sensoriamento remoto, de rochas cristalinas desprovidas dos recursos procurados que, por sua dureza, podem dificultar o avanço das escavações nas galerias.

A geotomografia é útil para investigar regiões sujeitas a desmoronamentos em encostas e caracterizar áreas propostas para construções, auxiliando projetos de engenharia civil. Dines & Lytle (1979) utilizaram a geotomografia eletromagnética com raios retos e frequência de operação de 50 MHz para caracterizar detalhadamente uma região próxima à capital dos Estados Unidos, proposta como área de trânsito de massa subterrâneo. Eles afirmam que dos dados

obtidos unicamente a partir do emprego de técnicas geofísicas tradicionais em furos provêm informação apenas sobre a estrutura geológica próxima dos furos. Se condições geológicas inesperadas forem encontradas no meio geofísico em questão, um tipo diferente de equipamento de escavação pode ser necessário após o início das escavações, o que geralmente implica um aumento significativo de custos por razões contratuais e atrasos, entre outras. Nesse caso, é patente a importância de uma técnica de prospecção do subsolo cuja ação não se restrinja às regiões próximas dos acessos ao meio investigado (Laporte et al., 1973). A monitorização do processo de injeção de argamassa fluida no solo, para preencher furos e fraturas, é outra aplicação da geotomografia eletromagnética em engenharia civil. Laine et al. (1980) utilizaram a geotomografia eletromagnética com raios retos e frequência de 100 MHz para essa finalidade, obtendo excelentes resultados. As inferências sobre o meio geofísico, feitas pela geotomografia eletromagnética, foram confirmadas por escavações subseqüentes realizadas no mesmo meio.

A geotomografia é útil na detecção de vazamentos e infiltrações em repositórios de lixo químico, na localização de túneis e cavernas subterrâneas, e na investigação não-invasiva de sítios arqueológicos, fornecendo, por sensoriamento remoto, valiosas informações, com elevada resolução, sobre as disposições geométricas, as localizações e possivelmente sobre os estados de fósseis e monumentos subterrâneos, entre outras aplicações.

DESCRIÇÃO DO MÉTODO DESENVOLVIDO

Três condições são necessárias e suficientes para que a aproximação ótica de raios retos possa ser empregada para modelar o comportamento de ondas eletromagnéticas em um meio (Laine, 1987; Laine & Lytle, 1981; Davis et al., 1979; Laine et al., 1980; Dines & Lytle, 1979; Radcliff & Balanis, 1979; Ramirez, 1986):

- a) a antena receptora deve estar na região de campo distante da antena transmissora;
- b) a influência das correntes de deslocamento sobre a onda eletromagnética deve ser dominante em comparação com a influência das correntes de condução;
- c) as variações espaciais do índice de refração complexo devem ser suficientemente pequenas.

As referências supracitadas descrevem aplicações práticas e simulações computacionais que envolvem essas três condições. As frequências de operação empregadas nesses

trabalhos estão situadas principalmente entre 2 MHz e 50 MHz. O limite superior para as frequências de operação é determinado pela atenuação total máxima das amplitudes das ondas eletromagnéticas, no percurso que liga a antena transmissora à antena receptora, pelo nível de potência entregue à antena transmissora e pelo nível de ruído nos dados medidos. Na geometria da Fig. 1, em que os acessos ao meio geofísico são verticais, a largura da região investigada determina a separação mínima entre as antenas transmissora e receptora. A escolha de frequências de operação, que satisfaçam tanto a segunda condição quanto os requerimentos de elevada resolução espacial, típicos de aplicações da geotomografia eletromagnética, geralmente implica a satisfação automática da primeira condição, pois freqüentemente as regiões investigadas são suficientemente amplas. Se não forem, as frequências dos sinais transmitidos podem ser aumentadas até que todas as condições sejam satisfeitas. Esse é mais um exemplo significativo da natureza ativa do método geotomográfico apresentado neste trabalho. A terceira condição é satisfeita em muitos meios geofísicos, conforme evidenciado por Dines & Lytle (1979). A plausibilidade observada nos geotomogramas, gerados a partir de trabalhos de campo realizados por diferentes pesquisadores, que utilizaram essas três condições na geotomografia eletromagnética, atesta a validade delas em muitas situações práticas de interesse em prospecção geofísica.

A tangente de perdas é expressa por $p = \sigma / (\omega \epsilon)$ (Wait, 1992), onde σ é a condutividade elétrica em siemens/metro (S/m), ω é a frequência angular em radianos/segundo e ϵ é a permissividade dielétrica em farads/metro (F/m). A frequência em megahertz, em que os efeitos de condução e de deslocamento são da mesma magnitude, é obtida quando $p = 1$:

$$f'_{MHz} = 18000 \sigma / \epsilon_r, \quad (1)$$

onde $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ é a permissividade dielétrica relativa e $\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12}$ F/m é a permissividade dielétrica do espaço livre.

Se as frequências de operação satisfizerem a relação $f_{MHz} > 1,5 f'_{MHz}$, então mais de 69% da magnitude da corrente total é influenciada pelas correntes de deslocamento, o que satisfaz a segunda condição para a utilização da aproximação óptica de raios retos. Combinando essa relação com a Eq. (1), obtém-se:

$$f_{MHz} > 27000 \sigma / \epsilon_r, \quad (2)$$

Em algumas aplicações da geotomografia eletromagnética, a resolução espacial requerida é tal que as frequências de operação precisam ser maiores do que a menor frequência que satisfaz a relação (2). Nesse caso, as correntes de deslocamento influenciam mais ainda o mecanismo de propagação da onda eletromagnética. A Tab. 1 apresenta parâmetros eletromagnéticos típicos de alguns materiais na faixa de frequências da geotomografia eletromagnética. A condutividade elétrica e a permissividade dielétrica dos materiais litológicos são geralmente muito influenciadas pela presença da água. Na Tab. 1, esse fato é evidenciado pela variação significativa entre os parâmetros eletromagnéticos típicos de solo arenoso e de solo saturado. O fato de os materiais saturados apresentarem permissividades dielétricas comparativamente elevadas é devido à presença da água, que possui permissividade dielétrica muito alta em comparação com os outros materiais.

O fator de fase, em radianos por metro, de uma onda eletromagnética é dado por (Ishimaru, 1991):

$$\beta = \omega \sqrt{(\mu \epsilon / 2) (\sqrt{1 + p^2} + 1)}, \quad (3)$$

onde μ é a permeabilidade magnética do meio em henries/metro (H/m); p é a tangente de perdas.

Como a maioria dos materiais geológicos apresenta permeabilidade magnética muito próxima à do espaço livre, μ_0 , então nas equações seguintes utiliza-se $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m. Quando a frequência angular de operação varia de ω_1 a ω_2 , sendo $\omega_1 < \omega_2$, a variação do fator de fase é dada por:

$$\Delta \beta_a = \sqrt{\mu_0 \epsilon / 2} N, \quad (4)$$

onde

$$N = \omega_2 \sqrt{\sqrt{1 + p_2^2} + 1} - \omega_1 \sqrt{\sqrt{1 + p_1^2} + 1},$$

onde p_1 e p_2 são as tangentes de perdas nas frequências ω_1 e ω_2 respectivamente.

Para a variação da frequência angular de operação entre ω_1 e ω_3 , sendo $\omega_3 > \omega_2$, a variação do fator de fase é dada por:

$$\Delta \beta_b = \sqrt{\mu_0 \epsilon / 2} P, \quad (5)$$

onde $P = \omega_3 \sqrt{\sqrt{1 + p_3^2} + 1} - \omega_1 \sqrt{\sqrt{1 + p_1^2} + 1}$, e p_3 é a tangente de perdas na frequência ω_3 .

MATERIAL	σ (S/m)	ϵ_r	$1,5 f'_{MHz}$
Granito não-fraturado	10^{-8}	5	$5,4 \times 10^{-5}$
Granito	10^{-3}	7	3,8
Sal-gema	10^{-6}	5,8	$4,6 \times 10^{-3}$
Gelo puro	10^{-6}	3	$9,0 \times 10^{-3}$
Água potável	10^{-3}	81	0,3
Solo arenoso	$1,5 \times 10^{-4}$	3	1,3
Solo arenoso saturado	$7,0 \times 10^{-3}$	26	7,2
Carvão virgem	10^{-3}	5	5,4
Petróleo	10^{-3}	4	6,7

Tabela 1. Condutividade elétrica, permitividade dielétrica relativa e frequência em megahertz, em que aproximadamente 69% da magnitude da corrente elétrica total é influenciada por efeitos de deslocamento ($1,5 f'_{MHz}$) (Singh & Singh, 1991; Schmoker & Hester, 1990).

Table 1. Electrical conductivity, relative dielectric permittivity and frequency in megahertz, at which approximately 69% of the magnitude of the total electric current is due to displacement effects ($1.5 f'_{MHz}$) (Singh & Singh, 1991; Schmoker & Hester, 1990).

Embora σ e ϵ dependam da frequência (Singh & Singh, 1991; Born & Wolf, 1984), tais parâmetros podem ser praticamente considerados constantes ao longo de todo o intervalo de variação de frequências, se ele for suficientemente pequeno. As Eqs.(4) e (5) constituem um sistema cujas incógnitas são σ e ϵ . Resolvendo esse sistema, considerando que p_1, p_2 e p_3 são significativamente menores do que a unidade, obtém-se:

$$\sigma \cong \frac{\sqrt{8\omega_1\omega_2\omega_3}AB^3}{\mu_0[(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)(\omega_2 - \omega_1)]^2}, \quad (6)$$

onde

$$A = (\omega_2 - \omega_1) \Delta \beta_b - (\omega_3 - \omega_1) \Delta \beta_a,$$

$$B = \omega_3 (\omega_2 - \omega_1) \Delta \beta_b - \omega_2 (\omega_3 - \omega_1) \Delta \beta_a.$$

Substituindo nas Eqs. (4) e (5) o valor da condutividade elétrica dado pela Eq. (6), obtém-se:

$$\epsilon \cong \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{B}{(\omega_3 - \omega_1)(\omega_3 - \omega_2)(\omega_2 - \omega_1)} \right]^2. \quad (7)$$

Na prática, os intervalos entre ω_1 e ω_2 e entre ω_2 e ω_3 podem ser fixados de modo que as diferenças entre ω_2 e ω_1 e entre ω_3 e ω_2 sejam iguais: $\omega_2 - \omega_1 = \omega_3 - \omega_2 = 2\pi(f_2 - f_1) = 2\pi(f_3 - f_2) = 2\pi \Delta f$. Conseqüentemente, as seguintes relações são válidas: $f_1 = f_2 - \Delta f$ e $f_3 = f_2 + \Delta f$, onde f_2 é a frequência linear central do intervalo cuja menor frequência é f_1 e cuja maior frequência é f_3 . A utilização dessas relações nas Eqs. (6) e (7) simplifica-as consideravelmente:

$$\sigma \cong \frac{(2f_2 \cdot D \cdot E \cdot F^3)^{1/2}}{4\pi\mu_0(\Delta f)^4}, \quad (8)$$

$$D = f_2^2 - (\Delta f)^2,$$

$$E = \Delta \beta_b - 2\Delta \beta_a,$$

$$F = f_2 \Delta \beta_b - 2f_2 \Delta \beta_a + \Delta f \Delta \beta_b,$$

$$\epsilon_r \cong \left[\frac{(f_2 \Delta \beta_b - 2f_2 \Delta \beta_a + \Delta f \Delta \beta_b)c}{4\pi(\Delta f)^2} \right]^2, \quad (9)$$

onde se utilizou a relação $c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ para a velocidade da luz no espaço livre (Born & Wolf, 1984).

As Eqs. (8) e (9) expressam, respectivamente, a condutividade elétrica e a permitividade dielétrica relativa a partir das variações do fator de fase ($\Delta \beta_a$ e $\Delta \beta_b$), da frequência linear central (f_2) e da variação da frequência linear (Δf). Essas duas últimas quantidades devem ser determinadas de modo a satisfazer as três condições para a utilização da aproximação ótica de raios retos. As variações do fator de fase são determinadas pelo método descrito a seguir.

Admitindo inicialmente que o meio investigado seja homogêneo, então ao se variar a frequência da onda eletromagnética de f_1 até f_2 , a mudança de fase do sinal recebido a uma distância L de uma antena dipolo curto é dada por (Ishimaru, 1991):

$$\Delta \varphi_a = \Delta \beta_a L. \quad (10)$$

Realizando procedimento análogo, porém agora para uma variação de frequência da onda eletromagnética entre f_1 e f_3 , obtém-se:

$$\Delta \varphi_b = \Delta \beta_b L. \quad (11)$$

As expressões (10) e (11) aplicam-se a meios homogêneos. Quando o meio não é homogêneo, ele é dividido em elementos homogêneos, conhecidos como células, conforme mostra a Fig. 2. A cada célula associa-se um número i , e a cada trajetória da onda eletromagnética, entre os pontos de emissão e os de recepção, associa-se um número k . l_{ik} expressa o comprimento da trajetória k na célula i . Quando a frequência da onda eletromagnética, emitida por uma antena dipolo curto, varia de f_1 até f_2 , a variação total da fase do sinal captado pela antena receptora é dada aproximadamente pela soma das variações de fase ocorridas em cada célula cruzada pela trajetória genérica k :

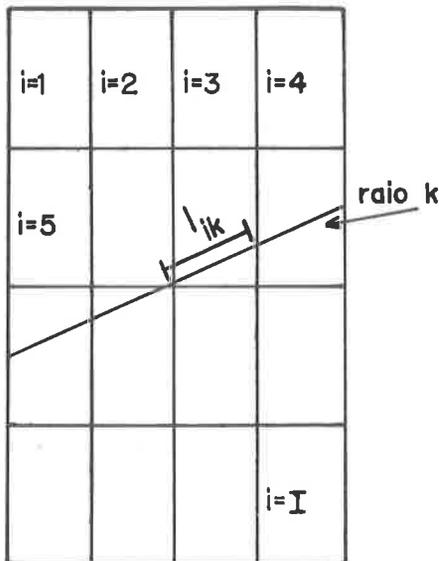


Figura 2. Discretização do meio investigado.

Figure 2. Discretization of the investigated medium.

$$\Delta \phi_{ak} \equiv \sum_i \Delta \beta_{ai} l_{ik}. \quad (12)$$

Analogamente, quando a frequência varia de f_1 até f_3 , obtém-se a seguinte expressão para a variação da fase do sinal recebido em um meio não-homogêneo:

$$\Delta \phi_{bk} \equiv \sum_i \Delta \beta_{bi} l_{ik}. \quad (13)$$

Se as três condições para a utilização da aproximação ótica de raios retos forem respeitadas, então as Eqs. (12) e (13) conduzem a resultados satisfatórios, quando o meio geofísico investigado não é homogêneo. O respeito às três condições mencionadas garante que o modo de propagação dominante é aproximadamente uma linha reta que liga as antenas transmissora e receptora. Conseqüentemente, reflexões, refrações e difrações são, nesse caso, necessariamente fenômenos secundários. Nos meios estratificados em que as variações espaciais do índice de refração complexo são significativas, a terceira condição para a utilização da aproximação ótica de raios retos é desrespeitada, e, portanto, um modelo mais apurado do que o apresentado neste trabalho precisa ser empregado. A aplicação das Eqs. (12) e (13) a todas as trajetórias origina dois sistemas lineares de equações, cujos coeficientes são as distâncias l_{ik} percorridas por cada trajetória em cada célula, e as incógnitas são as variações do fator de fase. Os valores medidos são as variações de fase ($\Delta \varphi_a$ e $\Delta \varphi_b$). Daqui por diante, os valores medidos e as incógnitas serão designados por y e x , respectivamente, por facilidade de notação. Como o mesmo algoritmo tomográfico é usado para resolver ambos os sistemas de equações, os índices a e b são omitidos. A notação vetorial é comumente usada em algoritmos tomográficos para facilitar a descrição deles. Portanto, o vetor incógnita é dado por (Lines, 1991; Kak & Slaney, 1988): $x = [x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_r]$, onde as componentes são os valores das variações dos fatores de fase associados a cada célula. I é o número total de células, conforme evidencia a Fig. 2. $l_k = [l_{1k}, l_{2k}, \dots, l_{ik}, \dots, l_{rk}]$ é o vetor composto pelas distâncias que o percurso genérico k cruza em cada célula. Levando em conta a mudança de variáveis realizada, os valores medidos podem ser expressos pelo produto escalar entre o vetor incógnita e o vetor dos coeficientes (Lopes & Lopes, 1991):

$$y_k = x \cdot l_k. \quad (14)$$

Na terminologia geralmente utilizada para descrever algoritmos tomográficos, que se utilizam da aproximação ótica, cada valor medido, y_k , é freqüentemente denominado raio-soma, porquanto resulta da discretização de uma integral de linha realizada ao longo da trajetória que liga o ponto de emissão do sinal ao ponto de recepção (Salerno & Tonazzini, 1991). Ademais, o termo *trajetória* é substituído pelo termo *raio* e o termo *célula* é substituído pelo termo "pixel" (picture element) (Michelena & Harris, 1991). Na descrição do algoritmo tomográfico apresentado a seguir, essa nomenclatura é usada para manter a coe-

rência com os termos utilizados na literatura especializada. O raio-soma, reconstruído após n iterações do algoritmo tomográfico, é dado por (Lopes & Lopes, 1991):

$$y_k^n = \mathbf{x}^n \cdot \mathbf{1}_k, \quad (15)$$

onde \mathbf{x}^n é o vetor, cujas componentes são as amplitudes dos "pixels" após n iterações. Neste trabalho, as amplitudes dos "pixels" são as variações dos fatores de fase. O raio-soma calculado após n iterações, y_k^n , é comparado com o raio-soma medido, y_k , através da relação:

$$F_k^n = y_k^n / y_k. \quad (16)$$

Os sinais que partem da antena transmissora sofrem reduções em suas amplitudes devido a espalhamentos e absorções no meio investigado. Quanto maior a distância percorrida por uma onda eletromagnética em um meio geofísico, maior a atenuação sofrida por essa onda. Por essa razão, os raios mais curtos geralmente estão associados a maiores relações sinal-ruído do que os raios mais longos. Esse fato torna a informação sobre o meio geofísico, associada aos raios curtos, mais confiável do que a informação associada aos raios longos. Além disso, os raios mais curtos dependem intrinsecamente de menos "pixels" do que os mais longos; logo, a sensibilidade do raio-soma associado a um raio mais curto em relação às amplitudes dos "pixels" interceptados por ele é maior do que a de um raio mais longo (Lopes & Lopes, 1991). Por esses motivos, o problema de reconstrução de imagem, que é um tipo de *problema inverso* (Bois et al., 1971), é mais eficientemente resolvido quando as informações ligadas aos raios mais curtos são adequadamente enfatizadas. No caso de algoritmos tomográficos iterativos, tal ênfase se traduz por um aumento da velocidade de convergência. Uma maneira de se enfatizar as contribuições dos raios mais curtos no processo reconstrutivo é considerar a correção à amplitude do "pixel" i na iteração n como a média ponderada de todos os valores F_k^n , associados a raios que cruzem tal "pixel", com os pesos da média ponderada inversamente proporcionais a uma função, Ψ_k^τ , que cresça com o número de "pixels" cruzados por cada raio, Ψ_k . Essa média ponderada é expressa por:

$$F_i^n = \frac{\sum_k^K F_k^n (l_{ik} / \Psi_k^\tau)}{\sum_k^K (l_{ik} / \Psi_k^\tau)}, \quad (17)$$

onde K é o número total de raios e o expoente τ é uma

variável inteira positiva, usada para acelerar a convergência do algoritmo tomográfico. Embora o valor de τ , que origine a melhor reconstrução, possa não ser inteiro, o uso de valores inteiros de τ é justificado pela redução da carga de processamento computacional total. Após o fator F_i^n ter sido computado para o "pixel" i , a amplitude desse "pixel" é atualizada por $x_i^{n+1} = x_i^n / F_i^n$. Substituindo nessa relação o valor de F_i^n , dado pela Eq.(17), e utilizando as Eqs. (15) e (16), obtém-se:

$$x_i^{n+1} = x_i^n \frac{\sum_k^K l_{ik} / \Psi_k^\tau}{\sum_k^K (l_{ik} x_k^n \cdot \mathbf{1}_k) / (y_k \Psi_k^\tau)} \quad (18)$$

A Eq. (18) é um algoritmo tomográfico. Ela é utilizada para cada célula da imagem a partir de uma estimativa inicial, \mathbf{x}^0 . A primeira iteração termina quando uma nova estimativa para toda a imagem, \mathbf{x}^1 , é gerada. O processo é repetido, partindo desta vez de \mathbf{x}^1 . Geralmente, várias iterações são necessárias até que $|x_i^{n+1} - x_i^n|$ seja suficientemente pequeno para a maioria absoluta dos "pixels", quando o algoritmo deve ter convergido bastante e, por conseguinte, as iterações podem ser interrompidas. Na Eq. (17), observa-se que os pesos da média ponderada, l_{ik} / Ψ_k^τ , são diretamente proporcionais à distância que o raio k cruza no "pixel" i . Conseqüentemente, a informação, associada a um raio cuja interseção com um "pixel" é comparativamente grande, influencia mais o processo de reconstrução da amplitude desse "pixel" do que a informação associada a um raio cuja interseção com o "pixel" é relativamente pequena. Os pesos usados aumentam a velocidade de convergência do algoritmo tomográfico proposto neste trabalho, porquanto o raio-soma associado a um raio que cruze uma distância relativamente grande em um "pixel" contém mais informação sobre a parte do meio geofísico representada por esse "pixel" do que o raio-soma associado a um raio que cruze uma distância relativamente pequena no "pixel" em questão. O algoritmo é usado duas vezes, já que dois sistemas de equações precisam ser resolvidos: um oriundo da utilização da Eq. (12) a todos os raios e o outro oriundo da utilização da Eq. (13). O algoritmo tomográfico fornece, para cada "pixel", duas variações do fator de fase: $\Delta \beta_{ai}$ e $\Delta \beta_{bi}$. A substituição desses valores nas Eqs. (8) e (9) permite a geração de imagens das distribuições de condutividade elétrica e de permitividade dielétrica relativa do meio geofísico investigado. O fator de correção de amplitude de "pixel", F_i^n , pode ser calculado

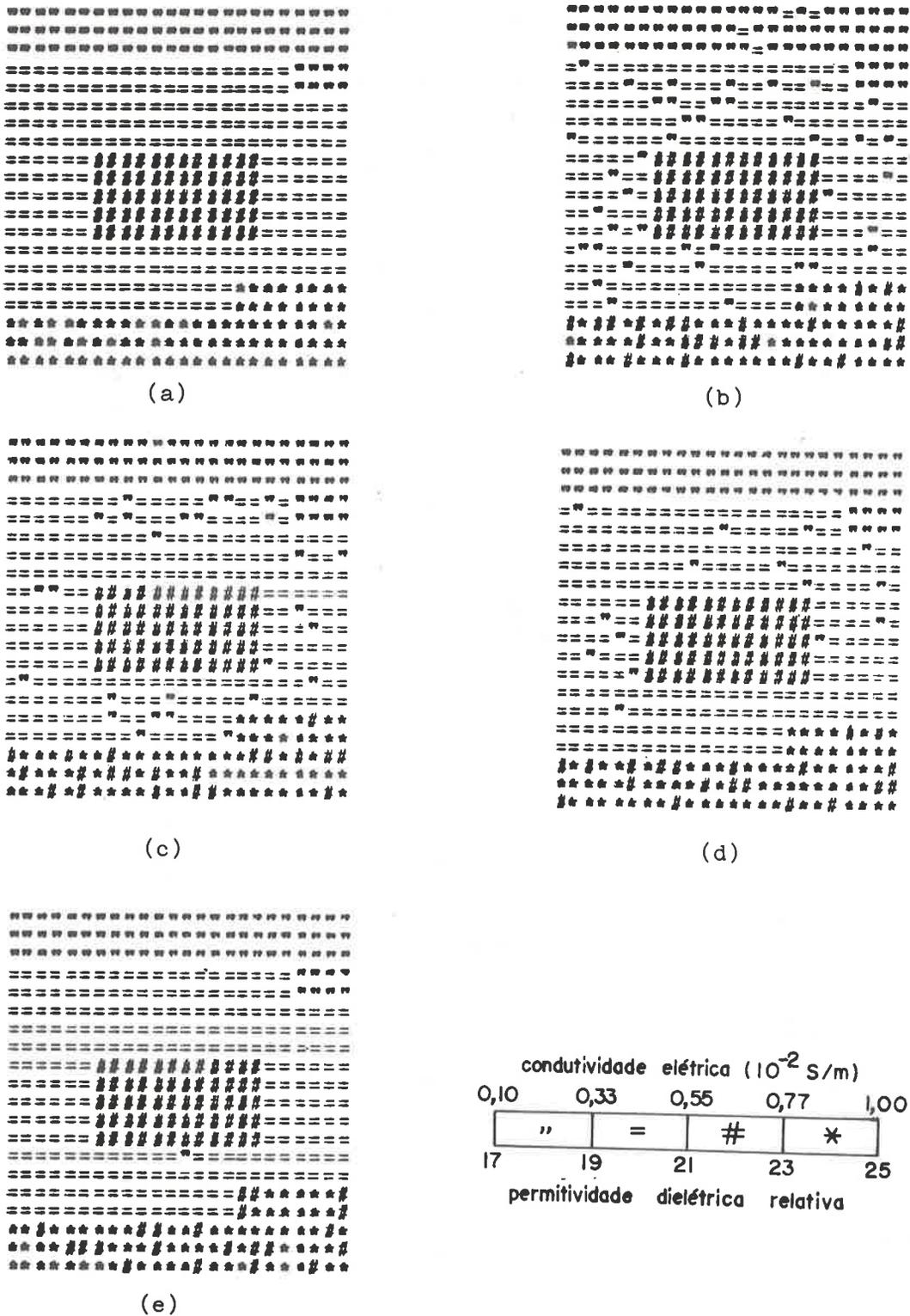


Figura 3. Simulações realizadas a partir de dados ruidosos. (a) A região investigada. (b) e (c) Reconstruções da distribuição de condutividade elétrica utilizando $\tau = 2$ e $\tau = 1$, respectivamente. (d) e (e) Reconstruções da distribuição de permissividade dielétrica relativa utilizando $\tau = 2$ e $\tau = 1$, respectivamente.

Figure 3. Simulations accomplished from noisy data. (a) The investigated region. (b) and (c) Reconstructions of the distribution of electrical conductivity employing $\tau = 2$ and $\tau = 1$, respectively. (d) and (e) Reconstructions of the distribution of relative dielectric permittivity employing $\tau = 2$ and $\tau = 1$, respectively.

concorrentemente em cada iteração, o que reduz o tempo total de reconstrução (Elsner et al., 1990; Hirsch, 1990). Já que o algoritmo tomográfico desenvolvido é iterativo, as operações envolvidas são repetitivas, podendo, portanto, ser eficientemente implementadas em processadores paralelos sistólicos (Wilding et al., 1991).

SIMULAÇÃO

Com o objetivo de avaliar a influência exercida sobre as imagens reconstruídas pela geometria apresentada na Fig. 1 e pelo ruído nos dados, algumas simulações foram realizadas. A Fig. 3a mostra a região investigada por meio da geotomografia eletromagnética. Conforme pode ser observado na legenda, a condutividade elétrica varia de $1,00 \times 10^{-3}$ S/m a $1,00 \times 10^{-2}$ S/m, e a permitividade dielétrica relativa varia de 17 a 25. Cada "pixel" representa uma parte do meio geofísico simulado com 0,74 m de largura por 3,50 m de altura. Há 480 "pixels" em cada imagem da Fig. 3. As antenas transmissora e receptora ocupam respectivamente várias posições ao longo dos extremos esquerdo e direito da região investigada.

A distância entre cada posição sucessiva da antena transmissora ou receptora ao longo dos furos é de 1,20 m. As frequências empregadas foram 6,5 MHz, 7,0 MHz e 7,5 MHz. O conjunto de valores de condutividade elétrica e de permitividade dielétrica usado nas simulações realizadas é o mesmo presente em outros trabalhos que utilizaram a geotomografia eletromagnética para gerar imagens de meios geofísicos reais (Laine & Lytle, 1981; Davis et al., 1979; Laine et al., 1980; Kretschmar & Witterholt, 1984; Deadrick et al., 1982). Portanto, tais condutividades e permitividades representam valores efetivos dos parâmetros eletromagnéticos de materiais litológicos. As dimensões da região investigada e dos "pixels" e as frequências empregadas são típicas de aplicações de campo com dados reais e simulações computacionais que utilizam a geotomografia eletromagnética. Radcliff & Balanis (1979) e Dines & Lytle (1979) realizaram simulações computacionais com a geotomografia eletromagnética. Eles efetuaram análises quantitativas do problema geotomográfico, considerando ruídos ambientes, ruídos gerados pelos equipamentos e efeitos de espalhamento; aí incluídas reflexões, refrações e difrações. Nessas análises, eles usaram ruído aleatório para corromper os valores das integrais de linhas discretizadas, calculadas ao longo de trajetórias retilíneas. Esse mesmo procedimento é utilizado neste trabalho para gerar os dados usados

nas inversões tomográficas. Observando as reconstruções de condutividade elétrica e de permitividade dielétrica relativa, apresentadas nas Figs. 3b a 3e, torna-se patente que o algoritmo tomográfico desenvolvido é pouco sensível a degradações dos dados. Apesar dos dados usados corresponderem a valores modificados aleatoriamente em até $\pm 4\%$ das integrais de linhas discretizadas, calculadas ao longo de percursos retilíneos, as diversas feições do fantasma apresentado na Fig. 3a são nitidamente discerníveis em todas as reconstruções. Conseqüentemente, conclui-se que, respeitadas as três condições para a utilização da aproximação ótica de raios retos, as degradações induzidas no problema inverso pelo desprezo de efeitos de espalhamento não são suficientemente significativas para inviabilizar a utilização da geotomografia eletromagnética com raios retos. Tal conclusão é reforçada pela plausibilidade observada nos geotomogramas gerados por diferentes pesquisadores, que utilizaram a tomografia geofísica eletromagnética com raios retos em diversas aplicações (Laine, 1987; Ramirez, 1986). Na dedução da Eq. (14), não se considerou que na prática os dados medidos são degradados por diferentes fontes de ruído (Strickland & Chandler, 1991; Laine & Lytle, 1981). A discretização do problema e as simplificações da realidade física são causadoras de inconsistências no processo reconstrutivo. Tais fatos foram considerados nas simulações computacionais por meio da modificação de cada dado medido (Lopes & Lopes, 1991; Wang & Lu, 1991):

$$y_k = \mathbf{x} \cdot \mathbf{I}_k + \delta_k; \text{ onde } \delta_k = (2s_k - 1)\eta \mathbf{x} \cdot \mathbf{I}_k / 100. \quad (19)$$

Nessa equação, η é o nível de ruído aleatório e s_k é uma variável que assume valores aleatórios no intervalo $0 \leq s_k \leq 1$. Para as reconstruções apresentadas nas Figs. 3b a 3e, usou-se $\eta = 4$ para que cada integral de linha discretizada, $\mathbf{x} \cdot \mathbf{I}_k$, tivesse seu valor modificado em até $\pm 4\%$. Esse procedimento é metodologicamente aceito como correto para a geração dos dados usados em simulações computacionais que envolvem a tomografia geofísica (Phillips & Fehler, 1991; Radcliff & Balanis, 1979; Dines & Lytle, 1979). A geração de dados livres de erros, para determinada modelação da realidade, constitui o problema direto (Bois et al., 1971). Macrides et al. (1988) utilizaram a tomografia geofísica sísmica com raios retos para monitorar o processo de recuperação de poços petrolíferos. Eles realizaram trabalhos de campo com dados reais e simulações computacionais. Nessas simulações, eles resolveram o problema direto de duas

maneiras: considerando a refração dos raios na região simulada e desconsiderando-a. Os dois conjuntos de dados foram usados em inversões com o mesmo algoritmo tomográfico, gerando imagens reconstruídas muito parecidas. Os autores concluíram que existem muitos meios geofísicos para os quais a refração dos raios é “um efeito de segunda ordem na qualidade da reconstrução”. Essa é uma evidência significativa de que a *corrupção deliberada* dos dados obtidos pelo cálculo de integrais de linha, que desconsideram efeitos de refração, pode ser usada para simular tais efeitos. As conclusões de Macrides et al. (1988), embora obtidas em um contexto sísmico, são confirmadas por Radcliff & Balanis (1979) e Dines & Lytle (1979) em um contexto eletromagnético.

A fim de evitar a influência de contribuições de raios excessivamente longos no processo reconstutivo, só foram traçados, nas simulações realizadas com a geometria da Fig. 1, os raios que partem da antena transmissora e chegam à antena receptora, localizada no outro lado da região investigada, em profundidades que variam de no máximo $\pm 14,40$ m em relação à profundidade da antena transmissora. Isso significa que, assumindo-se que as trajetórias das ondas eletromagnéticas no meio investigado são aproximadamente retilíneas, elas apresentam inclinações confinadas à faixa que vai de aproximadamente -40° a 40° em relação à horizontal. Por exemplo, se a antena transmissora estiver a 100,00 m de profundidade, então só são considerados os dados associados a raios que cheguem à antena receptora posicionada em profundidades que variam de 85,60 m ($= 100,00 \text{ m} - 14,40 \text{ m}$) até 114,40 m ($= 100,00 \text{ m} + 14,40 \text{ m}$).

As Figs. 3b e 3d foram obtidas utilizando o parâmetro de pesagem de raios τ , na Eq. (18), igual a dois. Nas Figs. 3c e 3e, o valor de τ utilizado é a unidade. Observa-se que houve uma melhoria na qualidade destas reconstruções em comparação com a qualidade daquelas. Em geral, quando a relação sinal-ruído nos dados medidos é relativamente elevada e as inconsistências induzidas no processo reconstutivo pelo uso de modelos simplificadores da realidade são significativas, os melhores resultados são obtidos para $\tau = 1$. Em caso contrário, deve-se usar $\tau = 2$. Uma descrição detalhada do emprego do parâmetro de pesagem em algoritmos tomográficos é realizada por Lopes & Lopes (1991), onde justificativas de natureza teórica para a escolha dos valores adequados do parâmetro de pesagem são confirmadas por simulações.

O tempo médio necessário para o computador de grande porte usado nas simulações gerar os dados degradados pelo nível de ruído prescrito, realizar 15 iterações do algoritmo tomográfico expresso pela Eq. (18) e imprimir cada par de imagens de condutividade elétrica e de permissividade dielétrica relativa apresentado na Fig. 3 foi de 23 minutos.

As principais razões para o bom desempenho do processo reconstutivo apresentado são:

- a) A atualização da amplitude de cada “pixel” por meio de uma média que envolve muitos raios (Eq.(17)). Destarte, consegue-se extrair uma quantidade de informação suficiente sobre o meio geofísico investigado a partir de dados que individualmente podem estar significativamente degradados por ruídos.
- b) O caráter autocorretivo, que reduz os artefatos (Pratt & Gouly, 1991) nas imagens reconstruídas induzidas por propagação e acumulação de erros.
- c) A pesagem de raios, que idealmente enfatiza a contribuição dos dados mais confiáveis.
- d) O emprego de um número de raios significativamente superior ao número de células de cada imagem, o que permite a amostragem mais detalhada do meio investigado.
- e) A desconsideração dos dados associados aos raios excessivamente longos.

CONCLUSÃO

As simulações realizadas indicam que o método geotomográfico desenvolvido é capaz de reconstruir eficientemente imagens de um meio geofísico até mesmo quando os dados estão degradados por ruídos. A robustez do método proposto é basicamente causada pelo fato de a amplitude de cada célula que compõe a imagem ser atualizada em cada iteração pelo cálculo de uma média que envolve simultaneamente vários dados relacionados àquela célula. Portanto, a imagem reconstruída é relativamente pouco afetada por degradações que atuem individualmente sobre cada dado. Ela reflete as informações dominantes no conjunto de dados. Tais informações geralmente se referem às estruturas significativas, presentes no meio geofísico, e não aos ruídos e aos efeitos de ordem secundária decorrentes do emprego de simplificações da realidade.

No método geotomográfico desenvolvido, as amplitudes dos sinais emitidos e recebidos não são diretamente empregadas para a caracterização do meio geofísico investiga-

do. As amplitudes dos sinais recebidos não devem ser excessivamente reduzidas para evitar que as informações de interesse desses sinais sejam mascaradas por ruídos. Para relações sinal-ruído adequadas, toda a informação necessária para a caracterização da região investigada vem somente do conhecimento das variações de fase dos sinais recebidos. Essa é uma qualidade importante do método desenvolvido, porquanto medições de diferenças de fase, por serem de natureza relativa, são menos propensas a serem adversamente afetadas do que medições de amplitudes absolutas de sinais transmitidos e recebidos. Conseqüentemente, os diagramas de radiação das antenas e as orientações delas nos acessos ao meio geofísico não precisam ser conhecidos acuradamente. Já que cada raio-soma pode ser computado independentemente dos outros em cada iteração, tal tarefa pode ser realizada concorrentemente. Isso se aplica, outrossim, ao processo de atualização das amplitudes dos "pixels", que consiste no cálculo de x_i^{n+1} a partir de x_i^n , e ao cálculo dos pesos, l_{jk}/Ψ_k^r . Em suma, a robustez e a natureza simultânea e sistemática do método geotomográfico desenvolvido tornam-no adequado à implementação eficiente em computadores com processadores paralelos ou à implementação em "hardware". Portanto, um bom desempenho, em tempo real, do processo reconstrutivo pode ser conseguido, o que é de suprema importância para a indústria de recuperação de reservatórios petrolíferos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Dr. Augusto César Pires da Universidade de Brasília e ao Dr. Jandyr Menezes Travassos do Centro de Pesquisas da PETROBRÁS pelas valiosas contribuições que possibilitaram a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- BERRYMAN, J.G.** - 1990 - Stable iterative reconstruction algorithm for nonlinear travelttime tomography. *Inverse Prob.*, **6**: 21-42.
- BOIS, P., LAPORTE, M., LAVERGNE, M. & THOMAS, G.** - 1971 - Essai de détermination automatique des vitesses sismiques par mesures entre puits. *Geophys. Prosp.*, **19**: 42-83.
- BORN, M. & WOLF, E.** - 1984 - Principles of optics. Pergamon, New York, 808 pp.
- DAVIS, D.T., LYTLE, R.J. & LAINE, E.F.** - 1979 - Use of high-frequency electromagnetic waves for mapping an *in situ* coal gasification burn front. *In situ*, **3**: 95-119.
- DEADRICK, F.J., RAMIREZ, A.L. & LYTLE, R.J.** - 1982 - *In situ* fracture mapping using geotomography and brine tracers. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **29**: 236-238.
- DEVANEY, A.J. & TSIHRINTZIS, G.A.** - 1991 - Maximum likelihood estimation of object location in diffraction tomography. *IEEE Trans. Signal Processing*, **39**: 672-682.
- DINES, K.A. & LYTLE, R.J.** - 1979 - Computerized geophysical tomography. *Proc. IEEE*, **67**: 1065-1073.
- ELSNER, L., KOLTRACHT, I. & NEUMANN, M.** - 1990 - On the convergence of asynchronous paracontractions with application to tomographic reconstruction from incomplete data. *Linear Algebra Appl.*, **130**: 65-82.
- HIRSCH, E.** - 1990 - Les transputers. Application à la programmation concurrente. Eyrolles, Paris, 363 pp.
- ISHIMARU, A.** - 1991 - Electromagnetic wave propagation, radiation, and scattering. Prentice-Hall, New Jersey, 547 pp.
- KAK, A.C. & SLANEY, M.** - 1988 - Principles of computerized tomographic imaging. IEEE, New York, 329 pp.
- KRETZSCHMAR, J.L. & WITTERHOLT, E.J.** - 1984 - Enhanced recovery surveillance using well-to-well tomography. *Soc. Petr. Eng.*, paper 12680.
- LAINE, E.F.** - 1987 - Remote monitoring of the steam-flood enhanced oil recovery process. *Geophysics*, **52**: 1457-1465.
- LAINE, E.F. & LYTLE, R.J.** - 1981 - *In situ* measurements of high frequency electrical conductivity and permittivity of oil shale. *Am. Inst. Mining Metallurg. Eng.*, **272**: 1829-1830.
- LAINE, E.F., LYTLE, R.J. & OKADA, J.T.** - 1980 - Cross-borehole observation of soil grouting. *J. Geotec. Eng. Division*, **106**: 871-875.
- LAPORTE, M., LAKSHMANAM, J., LAVERGNE, M. & WILLM, C.** - 1973 - Mesures sismiques par transmission -Application au genie civil. *Geophys. Prosp.*, **21**: 146-158.

- LINES, L.** - 1991 - Applications of tomography. *Leading Edge*, **10**: 11-17.
- LOPES, ELIEZER P. & LOPES, ELIZEU P.** - 1991 - Reconstrução de imagens a partir de dados ruidosos e incompletos. *Anais IX Simp. Bras. Telecomunicações*, **1**: 20.3.1-20.3.8, São Paulo-SP.
- MACRIDES, C., KANASEWICH, E. & BARATHA, S.** - 1988 - Multiborehole seismic imaging in steam injection heavy oil recovery projects. *Geophysics*, **53**: 65-75.
- MICHELENA, R.J. & HARRIS, J.M.** - 1991 - Tomographic travelttime inversion using natural pixels. *Geophysics*, **56**: 635-644.
- MURPHY, W. F., AUZERAIS, F.M., LÜLING, M.G., ANDERSON, B.I., TOMANIC, J., BONNER, S.D., SAKURAI, S. & WOLCOTT, D.S.** - 1992 - Interpretation of heavy mineralogy formation, North Slope of Alaska, using logging-while-drilling 2 MHz resistivity: laboratory measurements, modeling, and wireline comparisons. *Soc. Petr. Eng.*, paper 24677.
- PHILLIPS, W.S. & FEHLER, M.C.** - 1991 - Travelttime tomography: a comparison of popular methods. *geophysics*, **56**: 1639-1649.
- PRATT, R.G. & GOULTY, N.R.** - 1991 - Combining wave-equation imaging with travelttime tomography to form high-resolution images from crosshole data. *Geophysics*, **56**: 208-224.
- RADCLIFF, R.D. & BALANIS, C.A.** - 1979 - Reconstruction algorithms for geophysical applications in noisy environments. *Proc. IEEE*, **67**: 1060-1064.
- RAMIREZ, A.L.** - 1986 - Recent experiments using geophysical tomography in fractured granite. *Proc. IEEE*, **74**: 347-352.
- SALERNO, E. & TONAZZINI, A.** - 1991 - 2D image reconstruction from sparse line-integral data. *Signal Processing*, **23**: 193-203.
- SCHMOKER, J.W. & HESTER, T.C.** - 1990 - Formation resistivity as an indicator of oil generation-Bakken formation of North Dakota and Woodford Shale of Oklahoma. *The Log Analyst*, **31**: 1-9.
- SINGH, J. & SINGH, P.K.** - 1991 - Studies of the dielectric constant of indian rocks and minerals and some other materials. *Pure and Applied Geophysics*, **135**: 601-610.
- STRICKLAND, R.N. & CHANDLER, D.W.** - 1991 - Reconstruction of an axisymmetric image from its blurred and noisy projection. *Appl. Opt.*, **30**: 1811-1819.
- VESPERINAS, M.N.** - 1991 - Scattering and diffraction in physical optics. Wiley, New York, 416 pp.
- WAIT J.R.** - 1992 - Antennas in the geophysical environment -Some examples. *Proc. IEEE*, **80**: 200-203.
- WANG, Y. & LU, W.** - 1991 - Multiobjective decision-making approach to image reconstruction from projections. *J. Opt. Soc. Am. A.*, **8**: 1649-1656.
- WILDING, N.B., TREW, A.S., HAWICK, K.A. & PAWLEY, G.S.** - 1991 - Scientific modeling with massively parallel SIMD computers. *Proc. IEEE*, **79**: 574-585.
- WITTEN, A., GILLETE, D.D., SYPNIEWSKI, J. & KING, W.** - 1992 - Geophysical diffraction tomography at a dinosaur Site. *Geophysics*, **57**: 187-195.
- WOODWARD, M.J.** - 1992 - Wave-equation tomography. *Geophysics*, **57**: 15-26.
- WORTHINGTON, M.** - 1984 - An introduction to geophysical tomography. *First Break*, **2**: 20-26.
- YOUNG, G.N.** - 1991 - Guidelines for the application of geophysics to onshore E & P environmental studies. *Soc. Petr. Eng.*, paper 23369.

Submetido em: 30/06/92

Revisado pelo(s) autor(es) em: 17/05/93

Aceito em: 21/07/93