

# MIGRAÇÃO DE ONDAS PLANAS EM MEIOS LATERALMENTE HETEROGÊNEOS

R. Pestana<sup>1</sup>, R. D. Chaves<sup>2</sup> & B. Ursin<sup>3</sup>

Por preservar melhor os mergulhos e o conteúdo de altas frequências, os métodos de migração por deslocamento de fase, que atuam no domínio da frequência-número de onda, representam uma boa alternativa às implementações baseadas em diferenças finitas. No caso de meios que apresentam variações laterais suaves de velocidade, a técnica de migração por deslocamento de fase em duas etapas, ou "Split-Step", tem sido usada pela indústria, sendo seus resultados teoricamente corretos no caso de pequenos ângulos de propagação. Neste trabalho, estamos propondo uma nova técnica, que supera a limitação do método "Split-Step", levando em consideração todos os ângulos de propagação em meios que apresentam variações laterais suaves de velocidade. As variações laterais de velocidade são manipuladas por diversas migrações no domínio  $(\omega - k_x)$  e posteriormente os dados migrados são convertidos para o domínio  $(\omega - x)$  pelo emprego da transformada de Fourier. Numa etapa seguinte, aplicando-se um método de interpolação linear, chega-se a valores intermediários para o campo de ondas, para cada posição horizontal. A condição de imagem, a exemplo do "Split-Step", é obtida pela integração dos resultados para todas as frequências de interesse. Nesta nova abordagem, supera-se a limitação imposta anteriormente, conseguindo-se imagear eventos próximos à vertical e, devido a interpolação empregada, tem-se melhores resultados para o caso de variações laterais de velocidades mais acentuadas. O novo método permite que se empregue a técnica "Fast Fourier Transform" (FFT), o que possibilita o desenvolvimento de algoritmos eficientes sob o ponto de vista computacional.

**Palavras-chave:** Migração; Ondas Planas; Frequência.

**PLANE WAVE MIGRATION IN LATERALLY HETEROGENEOUS MEDIA** - *Migration methods working in frequency-wave number domain, usually called phase-shift methods, are good alternatives to finite difference since they preserve dips and high frequencies. In case of smoothly laterally varying seismic velocity, the split-step Fourier migration method can be considered an efficient working tool, although it is only correct for nearly vertical traveling waves. In this work we are proposing an improvement of the split-step method, that takes care of non-vertically traveling waves. Lateral velocity variations are handled by several migrations in  $(\omega - k_x)$  domain, that are afterwards transformed to  $(\omega - x)$  domain by the inverse Fourier transform. In the following step, the linear interpolation method is applied, in order to find intermediate values for the wave field at each horizontal position. Imaging condition as in the "split-step" example is obtained by integration of results over all frequencies of interest. In the approach presented in this paper, the limitation of split-step method is avoided. Due to the use of the linear interpolation, the approach presented here gives good results even in case of stronger lateral variations of velocity. Possibility to use the FFT in the algorithm guarantees its high computational efficiency.*

**Key words:** Migration; Plane Wave; Frequency.

<sup>1</sup>Departamento de Geofísica Nuclear, Instituto de Física/PPPG  
Universidade Federal da Bahia, Rua Caetano Moura, 123, Federação 40.210-350 - Salvador - BA.

E-mail: reunam@pppg.ufba.br

<sup>2</sup>Petrobras/Depex/Digef

Av. Chile, 65 20.035-900 - Rio de Janeiro - RJ

<sup>3</sup>Department of Petroleum Engineering and Applied Geophysics

University of Trondheim S. P. Andersens vei 15A N 7034 Trondheim; Norway

E-mail: ursin@ipt.unit.no

## INTRODUÇÃO

Com o advento do modelo do refletor explosivo (Loewenthal et al., 1976), vários métodos de migração têm sido desenvolvidos dentro desta filosofia, o que pode ser feito em vários domínios, por processos recursivos ou não, objetivando-se sempre uma aproximação das condições reais de propagação e da busca de algoritmos estáveis e compatíveis com a realidade dos centros de processamento já instalados. Neste último aspecto a migração pós-empilhamento, em face da redução substancial do volume de dados, tem preferência sobre os métodos pré-empilhamento apesar de suas inerentes vantagens.

Stolt (1978) aplicou a transformada de Fourier na migração sísmica, convertendo o campo de ondas para o domínio da frequência-número de onda ( $\omega - k$ ), criando o método conhecido como Migração de Stolt ou Migração F-K. As vantagens do método de Stolt, se comparado com a migração por diferenças finitas (Claerbout & Johnson, 1971), são de que a extrapolação do campo de ondas é obtida num único passo, por um processo estável, preciso e bastante eficiente, com a severa restrição de exigir uma velocidade constante para todo o meio.

Gazdag (1978) introduz a migração por mudança de fase, considerando a velocidade constante num intervalo de profundidade  $z + \Delta z$ , compondo-se assim uma função velocidade com variações verticais. Operando no domínio ( $\omega - k$ ), este método é bastante preciso, mas conta com a limitação de exigir homogeneidade lateral do meio de propagação.

Para se resolver o problema da migração em meios lateralmente heterogêneos, vários métodos têm sido propostos. Gazdag & Sguazzero (1984) propuseram o "Phase Shift Plus Interpolation" (PSPI), ou seja, mudança de fase e interpolação. Freire (1988) desenvolveu a técnica de migração mudança de fase em duas etapas ("Split-Step Migration") que se mostrou computacionalmente mais eficiente. Apresentado por Stoffa et al. (1990), o método permite a migração com variações verticais e laterais de velocidade, onde o campo de velocidade é separado em dois termos, um constante no intervalo de migração e outro de perturbação, responsável por variações laterais suaves de velocidade.

O presente trabalho tem por objetivo melhorar a técnica "Split-Step", superando a limitação imposta pela aproximação de cinco graus, que o torna correto apenas nos casos de incidência próxima da vertical. A partir dos trabalhos de

Novotný (1989) e Wenzel (1991), propomos um novo método de migração que admite variações laterais suaves de velocidade, considerando-se todos os ângulos de propagação. Podendo ser implementado nos domínios ( $\tau - p$ ), ( $\omega - p$ ) ou ( $\omega - k$ ), a grande vantagem oferecida pelo procedimento proposto é que para meios lateralmente heterogêneos, com uma variação lateral suave de velocidade, será possível migrar os dados sem o uso de técnicas de traçado de raios, numa forma computacionalmente eficiente.

## MIGRAÇÃO EM MEIOS LATERALMENTE HETEROGÊNEOS

### Princípios teóricos

Para suplantarmos a restrição imposta pela aproximação de cinco graus do método "Split Step", estamos propondo um novo método de migração, baseado no trabalho de Novotný (1990). Novotný (1990) mostra que a extrapolação de um campo de ondas num espaço 2D, de uma profundidade  $z$  para outra  $z + \Delta z$ , será obtida por

$$U(x, z + \Delta z, t) = -\frac{1}{2\pi} \mathcal{H} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U[\xi, t + p(\xi - x) + \tau_h(p), z] d\xi dp, \quad (1)$$

onde  $\tau_h(p)$  é o atraso na propagação para cima ("up-going") da onda no intervalo  $\Delta z$ ,  $\mathcal{H}$  é a transformada de Hilbert e  $\xi$  é uma variável indicativa de um deslocamento na direção  $x$ , em relação a uma posição de referência.

O valor de  $\tau_h(p)$  para o caso de uma velocidade constante é dado por

$$\tau_h(p) = \Delta z \sqrt{\frac{1}{v^2} - p^2}. \quad (2)$$

Se o meio é heterogêneo e a velocidade varia verticalmente, o atraso  $\tau_h(p)$  passa a depender de  $v(z)$  onde tem-se

$$\tau_h(p) = \int_z^{z+\Delta z} \sqrt{\frac{1}{v^2(z)} - p^2} dz. \quad (3)$$

Para se acomodar as variações laterais de velocidade, temos de definir uma velocidade de referência em  $z$ ,  $v_0(z)$  e um termo de perturbação  $\Delta v$ , da seguinte forma:

$$v(x, z) = v_0(z) + \Delta v(x, z). \quad (4)$$

Se a perturbação na velocidade é uma função que varia lentamente, podemos chegar à expressão que se segue, a qual permitirá a extrapolação do campo de ondas de uma profundidade  $z$  para outra  $z + \Delta z$ , onde  $v_0(z)$  é uma velocidade de referência, constante para o intervalo, e  $\Delta v(x, z) = \Delta v(x)$  é um termo de perturbação que representa as variações horizontais suaves de velocidade, pois estamos assumindo que dentro do intervalo de profundidade  $\Delta z$  a função velocidade não varia verticalmente e assim temos, conforme Chaves (1992):

$$U(x, z + \Delta z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(k_x, z, \omega) dk_x \times \exp \left[ -ik_x x + i\Delta z \sqrt{\omega^2 / v_0^2(z) - k_x^2} - \frac{i\omega \Delta v(x) \Delta z}{v_0^3 \sqrt{1/v_0^2 - (k_x/\omega)^2}} \right]. \quad (5)$$

Do método "Split-Step", Stoffa et al. (1990):

$$U(x, z + \Delta z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(k_x, z, \omega) dk_x \times \exp \left[ -ik_x x + i\Delta z \sqrt{\omega^2 / v_0^2(z) - k_x^2} + i\omega \Delta v(x) \Delta z \right]. \quad (6)$$

Agora examinando as Eqs. (5) e (6) podemos concluir:

- 1 Se  $\Delta v(x)$  na Eq. (5) e  $\Delta u(x)$  na Eq. (6) forem nulos, ou seja, se não ocorrerem variações laterais de velocidade, recairemos nos dois casos na migração por mudança de fase de Gazdag (1978).
- 2 Se fizermos  $k_x = 0$  no terceiro termo da exponencial da Eq. (5), este se reduz a

$$-i\omega \Delta z \frac{\Delta v(x)}{v_0^2}. \quad (7)$$

Uma vez que

$$\Delta u(x) = \left( \frac{1}{v(x)} - \frac{1}{v_0} \right),$$

e

$$\Delta v(x) = v(x) - v_0,$$

segue que

$$\Delta u(x) = \frac{1}{v(x)} - \frac{1}{v_0} = \frac{v_0 - v(x)}{v(x)v_0} = -\frac{\Delta v(x)}{v(x)v_0},$$

e como  $v(x) \approx v_0$ , obtemos

$$\Delta u(x) \approx -\frac{\Delta v(x)}{v_0^2} \Rightarrow \Delta v(x) = -\Delta u(x)v_0^2. \quad (8)$$

Substituindo a Eq. (8) em (7) conseguimos

$$i\omega \Delta z \Delta u(x), \quad (9)$$

que é exatamente o terceiro termo da exponencial da Eq. (6), mostrando que o método de migração por mudança de fase em duas etapas pode ser encarado como um caso particular do método proposto.

A solução da Eq. (5) não pode ser obtida pelo uso da técnica "Fast Fourier Transform" (FFT), devido à função velocidade ser dependente de  $x$ , e a simples integração numérica seria lenta, inviabilizando o método para um volume real de dados.

A Eq. (6) que exprime o método "Split-Step" pode ser escrita de outra forma. Tomemos

$$k_{z_0} = \sqrt{\omega^2 / v_0^2(z) - k_x^2}. \quad (10)$$

Como  $\tilde{U}$  é a transformada de Fourier de  $U$ , podemos escrever

$$U(x, z + \Delta z, \omega) = e^{[i\omega \Delta v(x) \Delta z]} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(k_x, z, \omega) e^{i\Delta z k_{z_0}} e^{-ik_x x} dk_x. \quad (11)$$

A multiplicação de  $\tilde{U}$  por  $e^{i\Delta z k_{z_0}}$  corresponde a um deslocamento de fase no domínio  $(k_x - \omega)$  e a integração em  $k_x$  é exatamente a transformada inversa, logo podemos escrever a Eq. (11), fazendo uso da técnica FFT, como

$$U(x, z + \Delta z, \omega) = e^{i\omega \Delta v(x) \Delta z} FFT^{-1} \left[ FFT[U(x, z, \omega)] e^{i\Delta z k_{z_0}} \right]. \quad (12)$$

Esta última equação, além de ser uma forma mais compacta de se exprimir a Eq. (6), evidencia os dois deslocamentos de fase realizados pelo método "Split-Step", um no domínio  $(k_x - \omega)$  e outro no domínio  $(x - \omega)$ . No domínio  $(x - \omega)$  introduz-se a perturbação da vagarosidade  $\Delta u(x)$ , o que possibilita o emprego da FFT que é de extrema conveniência sob o ponto de vista computacional.

### Implementação computacional do novo método

Nesta seção mostraremos que a Eq. (5), referente ao método proposto, pode ser expressa de uma forma compacta, desde que algumas premissas sejam assumidas, o que nos levará a um método de migração que pode ser implementado de forma eficiente.

O terceiro termo da exponencial na Eq. (5) pode ser escrito como

$$-\frac{i\omega^2 \Delta v(x) \Delta z}{v_0^3 \sqrt{\omega^2 / v_0^2 - k_x^2}}. \quad (13)$$

Sendo  $\sqrt{\omega^2 / v_0^2 - k_x^2} = k_{z0}$ , podemos reescrever a Eq. (5) da seguinte forma:

$$U(x, z + \Delta z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(k_x, z, \omega) dk_x \exp \left[ -ik_x x + i\Delta z \left( k_{z0} - \frac{\omega^2 \Delta v(x)}{v_0^3 k_{z0}} \right) \right]. \quad (14)$$

Chamando o termo entre parênteses de  $\Theta(k_x, x)$ , a Eq. (14) se reduz a

$$U(x, z + \Delta z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(k_x, z, \omega) dk_x e^{-ik_x x} e^{i\Delta z \Theta(k_x, x)}. \quad (15)$$

Como  $\Theta$  é uma variável que depende simultaneamente de  $k_x$  e  $x$ , não podemos contar com a conveniência da solução encontrada para o método "Split-Step", e assim para resolvermos numericamente a Eq. (15) não podemos empregar a técnica FFT.

Para que a aplicação do método seja ainda possível no domínio  $(\omega - k_x)$  impõem-se a condição que  $\Theta$  seja dependente apenas de  $k_x$ , o que nos permite escrever

$$U(x, z + \Delta z, \omega) = FFT^{-1} \left[ e^{i\Delta z \Theta(k_x)} FFT \left[ U(x, z, \omega) \right] \right]. \quad (16)$$

Este resultado nos possibilita solucionar numericamente a Eq. (5) pela aplicação da técnica FFT, o que é altamente desejável computacionalmente. Em seguida mostraremos como podemos tornar a variável  $\Theta$  função apenas de  $k_x$  e, ainda assim, acomodar variações laterais de velocidade.

Para que  $\Theta$  seja dependente apenas de  $k_x$  temos que supor a variável  $\Delta v(x)$  constante para uma dada profundidade  $z$ . Como  $\Delta v$  varia em  $x$ , vamos tomar tantos valores constantes desta variável quantos sejam necessários, para representar adequadamente as variações laterais de velocidade encontradas num dado modelo ou seção sísmica. Como  $\Delta v = v(x, z) - v_0(z)$ , podemos escrever

$$\Delta v_n = v(x_n, z) - v_0(z) \text{ constante}, \quad (17)$$

sendo

$$\Theta_n = \Theta_n(k_x) = k_{z0} + \frac{\omega^2 \Delta v_n}{v_0^3(z) k_{z0}}. \quad (18)$$

A partir destes pressupostos obtemos

$$U_n(x, z + \Delta z, \omega) = FFT^{-1} \left[ e^{i\Delta z \Theta_n(k_x)} FFT \left[ P(x, z, \omega) \right] \right]. \quad (19)$$

Note que agora, para cada profundidade, teremos  $n$  soluções para a Eq. (19) que deve ser igual ao número de velocidades daquele nível  $z$ .

A utilização desta formulação tem a vantagem de nos permitir trabalhar no domínio  $(\omega - k_x)$ , empregando a FFT, e possibilitando a construção de algoritmos computacionalmente eficientes.

Para exemplificar a aplicação do método pelo emprego da Eq. (19), imaginemos um modelo em profundidade cujo campo de velocidade apresenta dois valores,  $v_1$  e  $v_2$ . Neste caso,  $n = 2$ , conseqüentemente teremos  $\Delta v_1$  e  $\Delta v_2$ , constantes por intervalos de  $x$ , que nos levam a dois valores para a variável  $\Theta$ , os quais são  $\Theta_1$  e  $\Theta_2$ , acarretando valores distintos para o campo de pressão extrapolado,  $U_1$  e  $U_2$ . A solução do problema de migração, neste caso, envolverá a interpolação destes dois valores.

## INTERPOLAÇÃO DO CAMPO DE ONDAS

### Meios com duas velocidades na horizontal

A aplicação dos processos descritos na seção anterior para o caso do campo de velocidade se apresentar com dois valores

nos levou aos resultados  $P_1$  e  $P_2$ . O campo de ondas extrapolado para uma dada profundidade demanda a interpolação destes valores, de um modo eficiente, e que evite o aparecimento de eventos espúrios ("artifacts") que contaminem os resultados.

Gazdag & Squazzero (1984) sugeriram o método que se segue, aplicado à técnica PSPI ("Phase Shift Plus Interpolation"), que resulta na interpolação linear entre  $P_1$  e  $P_2$ . Estes valores expressos na forma polar serão:

$$P_1(x, z + \Delta z, \omega) = A_1 e^{i\Theta_1}, \quad (20)$$

$$P_2(x, z + \Delta z, \omega) = A_2 e^{i\Theta_2}. \quad (21)$$

A interpolação linear é então feita do seguinte modo:

$$A = \frac{A_1 [v_{0^2} - v(x, z)] + A_2 [v(x, z) - v_{0^1}]}{v_{0^2} - v_{0^1}} \quad (22)$$

$$\Theta = \frac{\Theta_1 [v_{0^2} - v(x, z)] + \Theta_2 [v(x, z) - v_{0^1}]}{v_{0^2} - v_{0^1}}, \quad (23)$$

o que nos leva a:

$$P(x, z + \Delta z, \omega) = A e^{i\Theta}. \quad (24)$$

As velocidades  $v_{0^1}$  e  $v_{0^2}$  das Eq. (22) e (23) são valores de referência, definidos como extremos de  $v(x, z)$ , ou seja:

$$v_{0^1} = \text{MIN}[v(x, z)], \quad (25)$$

$$v_{0^2} = \text{MAX}[v(x, z)]. \quad (26)$$

Resultados semelhantes podem ser obtidos através da utilização de outro tipo de interpolação, tal como apresentado por Wen et al. (1988), que sugere a interpolação geométrica dada por

$$P(x, z + \Delta z, \omega) = P_1(x, z + \Delta z, \omega) \left[ \frac{P_2(x, z + \Delta z, \omega)}{P_1(x, z + \Delta z, \omega)} \right]^q, \quad (27)$$

onde

$$q = \frac{v(x, z) - v_{0^1}}{v_{0^2} - v_{0^1}}. \quad (28)$$

Esta última técnica será preferida por ser mais fácil de ser implementada. Já o emprego do método de

interpolação descrito, em meios com uma distribuição horizontal de velocidade, pode ser facilmente estendido para um número de velocidades maior que dois. Neste caso, o algoritmo deverá fazer sua "escolha" entre dois valores de  $P_n$  adjacentes.

### A Interpolação para mais de duas velocidades

Como no caso anterior, onde o campo apresenta dois valores distintos de velocidade lateralmente adjacentes, ao longo da seção,  $q$  ficará entre 0 e 1, nestes casos os valores de  $P$  serão os resultados de interpolações lineares em relação às fases e interpolações geométricas quanto às amplitudes, como mostrado pela Eq. (27).

Para mais de dois valores no campo de velocidade, devemos nos precaver quanto ao surgimento de eventos espúrios ("artifacts"), comuns a todo processo de interpolação. No nosso caso, tal fato poderá ocorrer caso o gradiente horizontal da velocidade esteja pobremente representado por velocidades de referência muito espaçadas, em decorrência do emprego do critério indicado pelas Eq. (25) e (26).

Para se evitar uma grande descontinuidade entre os valores de referência, devemos representar o gradiente da função velocidade através de várias velocidades de referência adjacentes, definidas por critérios previamente escolhidos. Tal técnica é conhecida por "Multiple Reference Slowness Logic" (MRS), Kessinger (1992), onde a vagarosidade pode ser substituída pela velocidade.

Através de testes empíricos realizados a partir de dados reais, Kessinger (1991) estabeleceu o seguinte critério para separar vagarosidades horizontais de referência adjacentes:

$$\left( u_{0_{MAX}} / u_{0_{MIN}} \right) \leq 1,15. \quad (29)$$

Baseando-nos nesta relação, o número de vagarosidades horizontais de referência necessário para a completa representação de um intervalo de migração será dado por:

$$\left[ \log(u_{0_{MAX}} / u_{0_{MIN}}) / \log(1,15) \right] + 1. \quad (30)$$

Adaptando-se a expressão dada em (30) para o nosso caso, já que trabalhamos com velocidade e não vagarosidade, teremos:

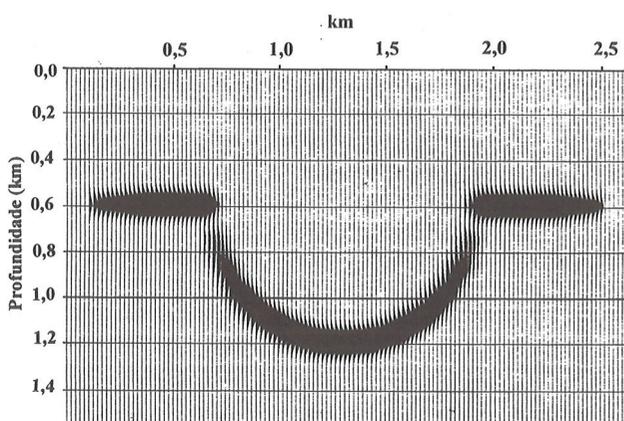
$$n v_h = \frac{\log(v_{MAX} / v_{MIN})}{\rho} + 1. \quad (31)$$

A variável  $n_{\rho}$  representa então o número de valores que teremos de atribuir às velocidades de referência. Este valor indica também o número de migrações para cada profundidade, de forma que possamos migrar “corretamente” a seção sísmica naquele nível de profundidade. A constante  $\rho$  foi avaliada empiricamente, conseguindo-se bons resultados com  $\rho = 0,05$ , um valor bem próximo daquele sugerido por Kessinger (1992) que seria de 0,061 ( $\log 1,15$ ). Em nosso algoritmo, a variável  $n_{\rho}$  será o inteiro mais próximo daquele determinado pela Eq. (31).

## RESULTADOS

O método desenvolvido foi aplicado sobre dados sintéticos e reais. Com o objetivo de se confrontar resultados, todos os exemplos de aplicação do novo método também foram migrados pela técnica “Split-Step”.

É importante salientar que o modelo sintético do domo de sal, originalmente cedido pela “Mobil Oil and Research Company” e o dado real, que serão descritos a seguir, juntamente com os resultados obtidos, também foram usados nas teses de doutorado de Freire (1988) e Costa (1989), onde resultados de migrações por outras técnicas, que não a do “Split-Step”, tais como: Diferenças finitas e RTM (Migração em Tempo Reverso), também foram apresentados. A seção originada a partir do modelo em profundidade de uma depressão semi-



**Figura 1** - Modelo sísmico de uma depressão semicircular usado para gerar o dado sintético da Figura 3.

*Figure 1 - Circular trough model, for which the synthetic data shown in Fig. 3 were generated.*

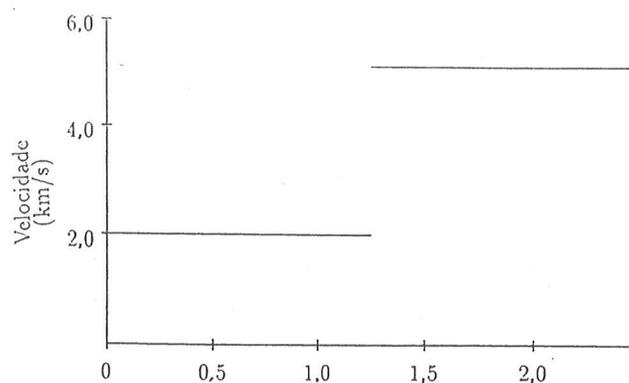
circular foi apresentada por Freire (1988), onde resultados de migrações por diferenças finitas foram confrontados com a técnica “Split-Step”, de forma que todos estes resultados serão levados em conta na análise que se fará a seguir.

## Aplicações sobre dados sintéticos

Dois modelos em profundidade foram utilizados, um refletor de forma semicircular e outro mais complexo, representando uma situação geológica de um domo de sal e suas proximidades.

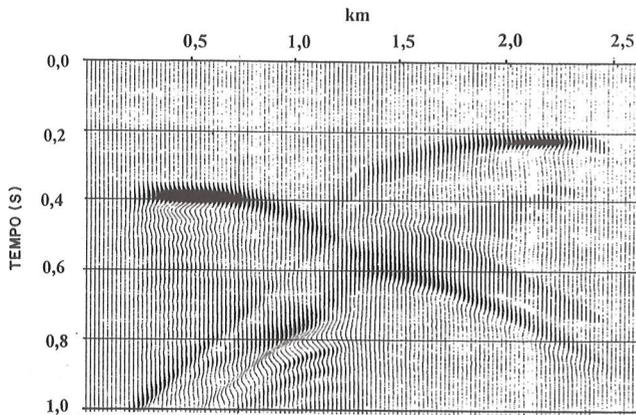
O modelo do refletor semicircular gerado pelo conceito de refletor explosivo, que pode ser visto na Fig. 1, torna-se particularmente interessante para testes de migração, por representar todos os mergulhos possíveis, desde zero (nas bordas e na base da seção semicircular) subindo gradualmente até noventa graus.

A seção sísmica resultante deste modelo é composta de 128 traços espaçados de 20 m, razão de amostragem de 4 ms, e um total de 256 amostras para um tempo de registro máximo de aproximadamente 1 s. O modelo de velocidade apresenta uma descontinuidade na parte central do modelo, com contraste de 1,7, conforme podemos ver na Fig. 2. A seção sísmica correspondente está mostrada na Fig. 3. A seção foi gerada pela técnica de modelagem por diferenças finitas.



**Figura 2** - Modelo de velocidade com uma descontinuidade lateral onde a velocidade muda de 3,0 km/s para 5,1 km/s usado na geração do dado sintético mostrado na Fig. 3.

*Figure 2 - Velocity model with a lateral discontinuity at which the velocity changes from 3.0 km/s to 5.1 km/s, which was used to generate the synthetic data of Fig. 3.*



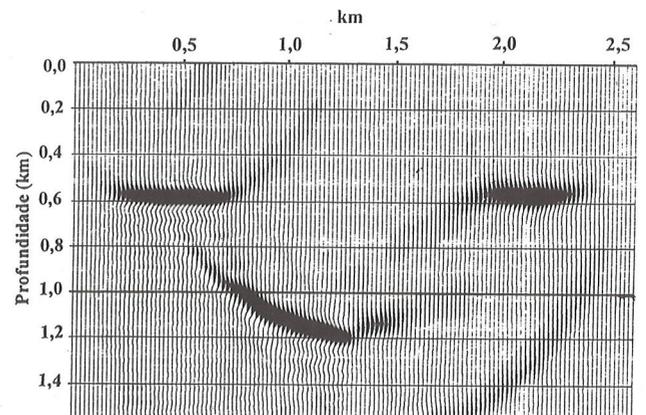
**Figura 3** - Dado sísmico sintético correspondente ao modelo mostrado na Fig. 1 utilizando a técnica do refletor explosivo. O dado sintético tem 128 traços com intervalo  $\Delta x = 20\text{m}$  e intervalo de amostragem de 4 ms.

*Figure 3* - Synthetic data corresponding to the exploding reflector model with velocity model shown in Fig. 2. 128 traces are shown with  $\Delta x = 20\text{m}$ . The time sampling is 4 ms.

A seção correspondente ao modelo da depressão semicircular foi migrada com os seguintes parâmetros:

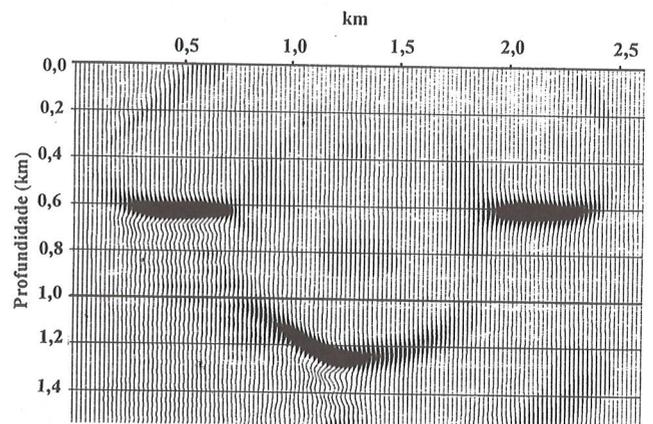
- Passo para migração (em profundidade): 20 m
- Profundidade máxima: 1540 m
- Faixa de frequência: 0 – 40 Hz
- Traços na faixa de absorção (“taper”): 10

Como teste a ser feito com o modelo da depressão semicircular, empregou-se um campo de velocidade descontínuo na parte central com uma variação brusca de 3,0 para 5,1 km/s, ou seja, um contraste de 1,7 entre estes valores, o que significa uma perturbação da ordem de 52%. A função velocidade é apresentada na Fig. 2, e os resultados das migrações pelo “Split-Step” e pelo novo método são mostrados nas Figs. 4 e 5. Ao se comparar estes resultados com o modelo em profundidade (Fig. 1), observa-se uma melhora sensível em relação ao “Split-Step”, no que se refere ao imageamento da depressão, atestando a eficácia do novo método na presença de grandes contrastes de velocidade. Os tempos de CPU para este caso foram de 2 min 15 s e 5 min 11 s para o “Split-Step” e para o novo método, respectivamente, em um computador VAX 11/785.



**Figura 4** - Resultado da migração dos dados da Fig. 3 usando o método “Split-step”. As frequências de 0-40 Hz foram usadas e 10 traços foram usados na faixa de absorção. O intervalo de migração foi de 20 m.

*Figure 4* - Result of migration of data of Fig. 3 using the split-step method. Frequencies 0-40 Hz were used and 10 traces were used in the absorbing boundary. The migration interval was 20 m.

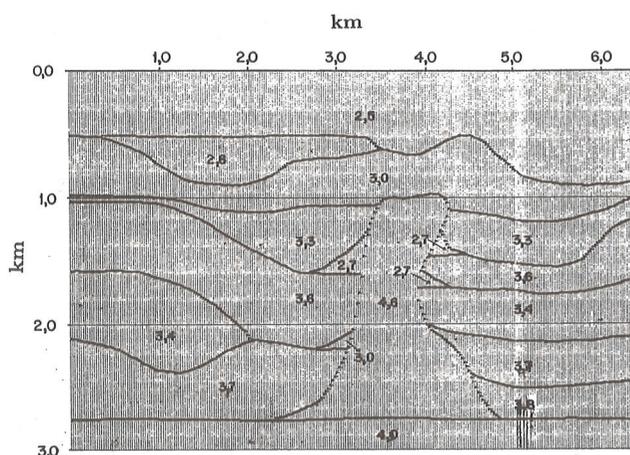


**Figura 5** - Resultado da migração dos dados da Fig. 3 usando o novo método. Os parâmetros de migração são idênticos aos usados na Fig. 4.

*Figure 5* - Result of migration of data of Fig. 3 using the new method. Migration parameters are identical to those used in Fig. 4.

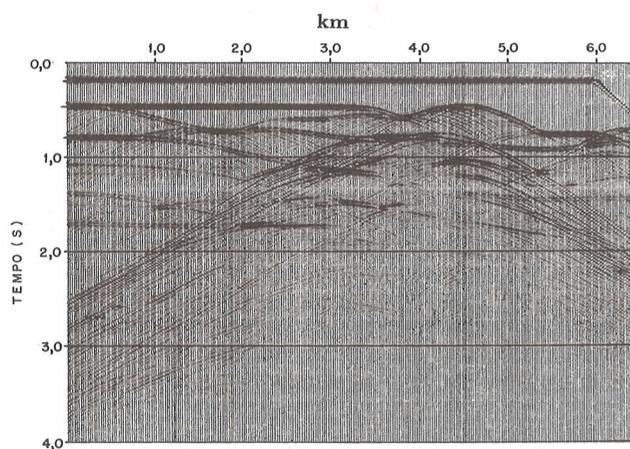
É também importante observar o correto posicionamento dos eventos horizontais, a partir do modelo do refletor semicircular, tanto pelo emprego do novo algoritmo, como pela técnica do “Split-Step”, o que não teria sido possível com os processos convencionais de deslocamento de fase, que não levam em conta as heterogeneidades laterais do meio de propagação.

Procurou-se representar também uma situação geológica mais complexa, tal como um domo de sal e suas adjacências. Esta situação permitirá que se teste a eficácia do método, na presença de fortes contrastes de velocidade associados a mergulhos abruptos e quanto à criação de eventos espúrios (“artifacts”), como um subproduto indesejável da aplicação do algoritmo.



**Figura 6** - Modelo de um domo de sal mostrando as velocidades intervalares (km/s) e posição dos refletores usado na migração.

*Figure 6* - A salt dome model with the interval velocities (km/s) and the reflector locations used in the migration.



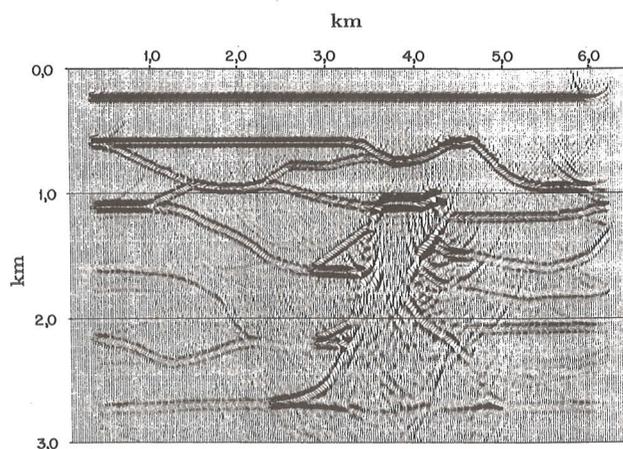
**Figura 7** - Dado sísmico sintético gerado pelo método de diferenças-finitas correspondendo ao campo de velocidade apresentado na Fig. 6. Este dado foi cortesia da “Mobil Research and Development Company”.

*Figure 7* - Synthetic finite-difference seismic data corresponding to the velocity model shown in Fig. 6. The data was courtesy of Mobil Research and Development Company.

O modelo aproximado do domo de sal, junto com sua distribuição de velocidade, pode ser visto na Fig. 6. O fato deste modelo não corresponder exatamente à seção a ser migrada, acarretará diferenças no resultado final, que serão comentadas posteriormente.

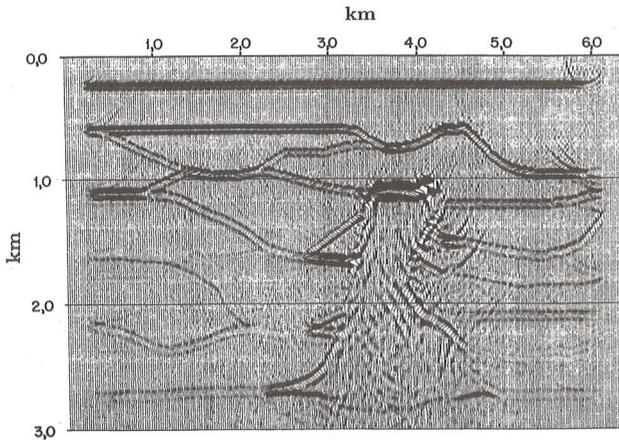
A Fig. 7 mostra a seção sísmica correspondente ao modelo do domo, gerada por diferenças finitas, onde temos 256 traços de uma família de afastamento constante (“common offset gather”), cuja distância fonte-receptor é de 287,5 m, considerada nula para nossas finalidades. Complementando os dados da seção temos: afastamento entre traços de 25 m, razão de amostragem de 2 ms com um total de 6000 amostras para um tempo de registro de 3 s.

O modelo sintético do domo de sal, já descrito neste capítulo, se caracteriza por transições abruptas de velocidades entre os distintos meios e mergulhos próximos da vertical. Deste modo, torna-se possível verificar a robustez dos



**Figura 8** - Resultado da migração dos dados apresentado na Fig. 7 (domo de sal) usando o método “Split-Step”. Apesar de alguns ruídos presentes nos dados migrados, a qualidade da imagem é boa. Neste exemplo, o dado de entrada foi amostrado em tempo em 2 ms. A separação entre traços foi de 25 m. O intervalo de migração foi de 5 m e as frequências de 0-40 Hz foram usadas. Na faixa de absorção foram usados 10 traços.

*Figure 8* - Result of split-step migration of the data shown in Fig. 7 (salt dome). Although some noise is present, the quality of the image is good. In this example, the input data was sampled at 2 ms. The separation between traces was 25 m. The migration interval was 5 m and the frequencies 0-40 Hz were used. In the absorbing boundaries, 10 traces were used.



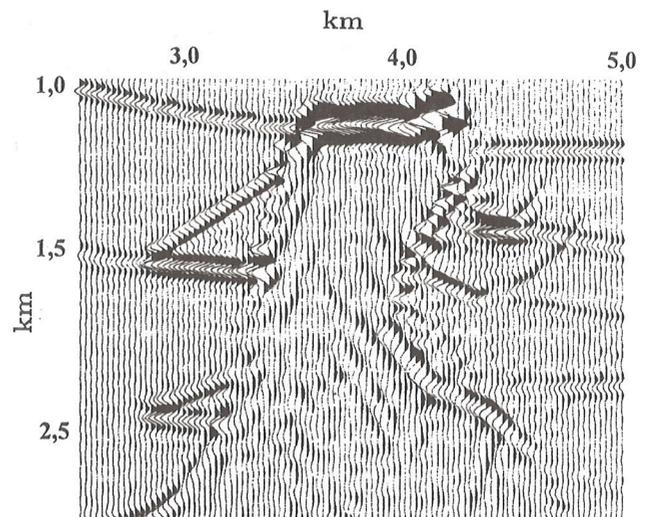
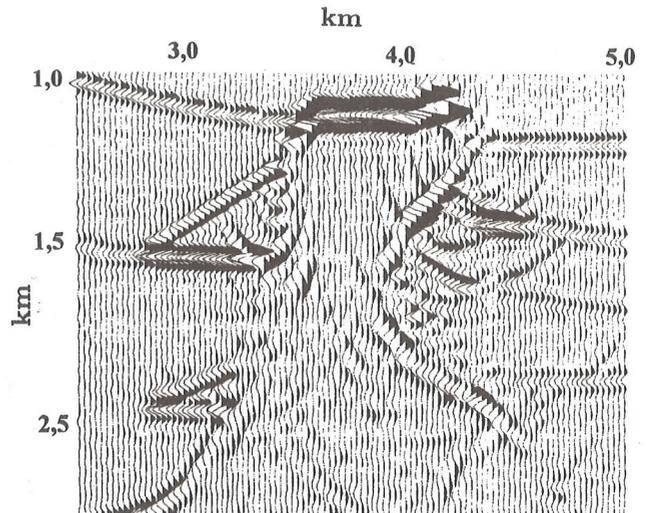
**Figura 9** - Resultado da migração dos dados apresentado na Fig. 7 usando o novo método. Os flancos do domo de sal estão bem imageados. Os parâmetros de migração são idênticos aos usados na Fig. 8.

*Figure 9* - Result of the new method migration of the data shown in Fig. 7. The flanks of the salt dome are well imaged. The migration parameters are identical to those used in Fig. 8.

algoritmos de migração em situações adversas, comumente associadas às acumulações de petróleo. Nas Figs. 8 e 9 temos os resultados das migrações da seção em tempo, mostrada na Fig. 7, pelo “Split-Step” e com a utilização do novo método, respectivamente, os parâmetros de migração utilizados foram os seguintes:

- Passo de migração em profundidade: 5 m
- Profundidade máxima: 3150 m
- Faixa de frequência: 0 - 40 Hz
- Traços na faixa de absorção (“taper”): 10

Comparando os resultados das migrações realizadas com este modelo, que pode ser visto na Fig. 9, juntamente com sua distribuição de velocidade, pode-se perceber uma sensível melhora na seção migrada pelo novo método, em relação ao “Split-Step”, principalmente na presença de fortes contrastes de velocidade e mergulhos próximos da vertical. Nas Figs. 10a e 10b que são ampliações das seções anteriores, na região do domo, podemos observar que o novo método imageia as paredes do domo muito mais próximas de seus mergulhos reais, a área central do domo se mostra com menos ruído e a presença de eventos espúrios gerados pelo algoritmo do “Split-Step” não ocorre com a mesma intensidade no novo método.



**Figura 10** - Detalhe mostrando os resultados da migração na parte da seção com o domo de sal para comparação dos métodos de migração: a) acima, migração com o “Split-Step”. b) abaixo, migração com o novo método.

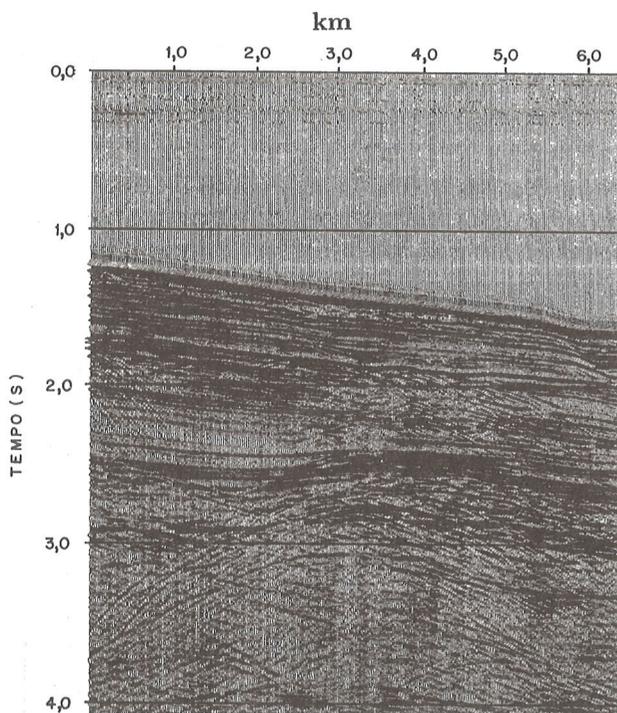
*Figure 10* - Detail showing the results of the migration in the part of the section with the salt dome to compare the methods of migration: a) above, the split-step migration. b) below, the new method.

Devido ao modelo não corresponder exatamente à seção migrada, pequenos erros são introduzidos nos resultados obtidos, como se pode observar na curvatura introduzida na última interface, abaixo da região do domo. Os dois métodos de migração puxam para baixo a interface, observando-se um efeito do tipo “Pull-Down”, que se apresenta mais acentuado no novo método. Quanto à eficiên-

cia computacional, o “Split-Step” consumiu cerca de 2 horas de CPU contra um pouco mais de 6 horas gastos pelo novo método, sendo que esta diferença deve ser levada sob um ponto de vista “custo-benefício”, principalmente em migrações de dados sísmicos de áreas estruturalmente complexas.

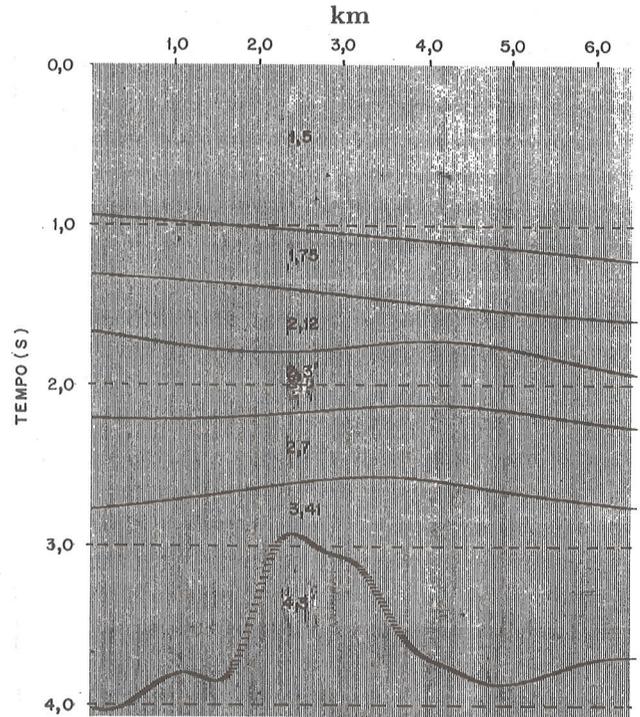
### Aplicações sobre dados reais

Um trecho de uma seção sísmica marítima de águas profundas foi selecionado para testes com dados reais. Pertencentes à bacia de Campos, esta seção é mostrada na Fig. 11, o modelo de velocidade correspondente encontra-se representado na Fig. 12, onde a primeira unidade cuja velocidade é de 1.500 m/s representa a lâmina d’água e a última, de relevo acentuado e velocidade de 4.300 m/s, uma unidade de composição salina. O contraste entre as velocidades das duas últimas camadas é de 1,26.



**Figura 11** - Seção empilhada, região de água-profunda, com a presença de um domo de sal (dado real).

*Figure 11 - Stack-section, region of deep-water with the presence of a salt-dome (real data).*



**Figura 12** - Modelo de velocidade (km/s) e localização dos refletores usados para a migração dos dados mostrados na Fig. 11.

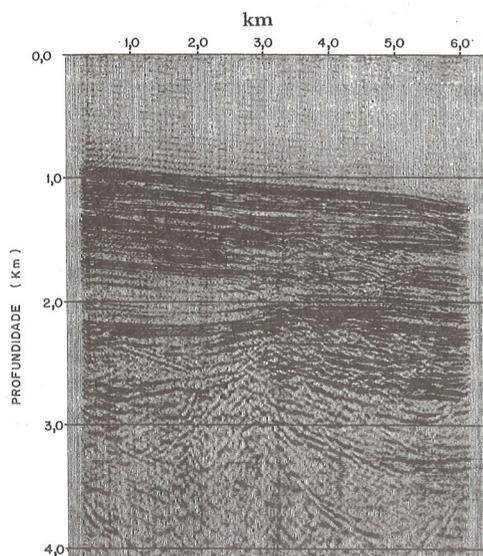
*Figure 12 - Velocity model (km/s) and reflector locations used in the migration of the data shown in Fig. 11.*

A seção sísmica descrita foi migrada pelo “Split-Step” e pelo novo método, com os seguintes parâmetros de migração:

- Intervalo entre traços: 25 m
- Razão de amostragem: 0,004 s
- Passo para migração (em profundidade): 4 m
- Profundidade máxima: 4096 m
- Faixa de frequência: 15 - 50 Hz
- Traços na faixa de absorção (“taper”): 10

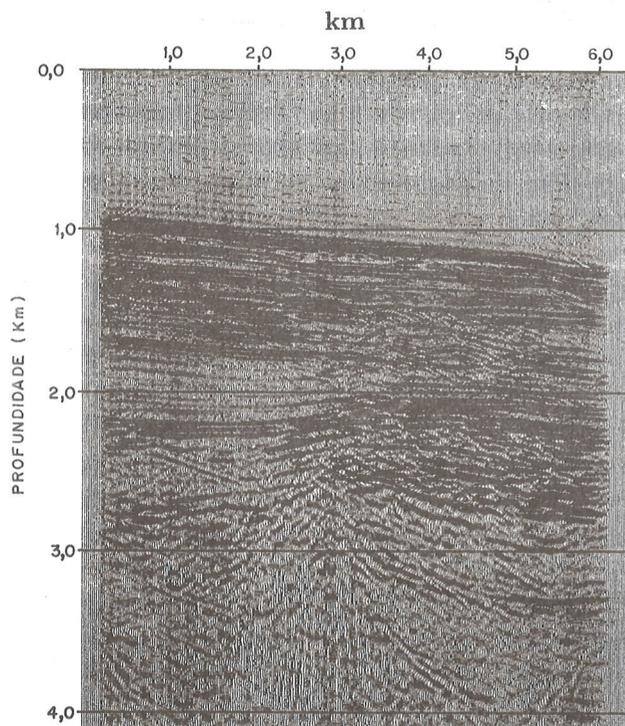
As seções migradas (Figs. 13 e 14), com os dois métodos, não apresentam diferenças marcantes, contudo nas imediações da intrusão salina a migração pelo novo método apresenta um conteúdo de altas frequências não observado no resultado obtido pelo “Split-Step”.

Sob o ponto de vista computacional, os dois algoritmos podem ser considerados eficientes, o “Split-Step” consumiu cerca de três horas e meia de CPU, em um computador VAX 11/785, enquanto que o novo método, pouco mais de



**Figura 13** - Resultado da migração com o método “Split-Step” dos dados da Fig. 11, usando-se o modelo de velocidade mostrado na Fig. 12.

*Figure 13* - The result of the Split-Step migration of the data of Fig. 11 using the velocity model presented in Fig. 12.



**Figura 14** - Resultado da migração dos dados da Fig. 11 com o novo método, usando-se modelo de velocidade mostrado na Fig. 12.

*Figure 14* - The result of migration of the data of Fig. 11 using the new method. The velocity model used is shown in Fig. 12.

seis horas. Note que para este conjunto de dados, em que o campo de velocidade é horizontalmente mais homogêneo, a razão entre os tempos de CPU é da ordem de 1,7, significativamente menor que os resultados obtidos sobre dados sintéticos.

## CONCLUSÕES

Um novo método de migração em meios lateralmente heterogêneos foi apresentado e aplicado em dados sintéticos e reais para se verificar as principais características do método.

Em modelos que apresentem grandes mergulhos e fortes contrastes laterais de velocidade, houve confronto das duas técnicas em duas situações distintas, envolvendo dados sintéticos, de uma seção em tempo gerada a partir do modelo em profundidade de uma depressão semicircular e outra decorrente do modelo do domo salino e suas adjacências. Em ambos os casos, melhores resultados foram obtidos com o emprego do novo método. Os maiores tempos de CPU consumidos pelo novo método se justificam nestes casos, pelo melhor resultado apresentado ao compararmos com o método “Split-Step”. Tem-se ainda a considerar que futuros trabalhos no desenvolvimento de algoritmos otimizados utilizando o método proposto levarão a melhores resultados neste sentido.

No caso do dado real, embora o ganho em qualidade seja pequeno, o aumento do tempo de CPU foi modesto, podendo ainda diminuir com um algoritmo otimizado. Para seções sísmicas reais com características da que foi utilizada, o novo método pode ser vantajoso, levando-se em conta sua maior habilidade com variações abruptas do campo de velocidade, e pelo fato de migrar corretamente as interfaces para qualquer ângulo de incidência, ao contrário do “Split-Step” que teoricamente exige que a energia incida próxima à vertical.

As técnicas de interpolação e os critérios de discretização adotados mostraram-se adequados para todos os conjuntos de dados migrados pela nova técnica. Os resultados obtidos demonstram que o critério que define o número de velocidades de referência, adaptado de Kessinger (1992), satisfaz as necessidades, evitando o aparecimento de eventos espúrios, sem um comprometimento do tempo de CPU despendido.

Outra importante conclusão que se pode tirar, não dos resultados práticos, mas do desenvolvimento teórico, é que a nova técnica de migração desenvolvida mostra o método “Split-Step” como um caso particular. Esta nova abordagem permite que se demonstre a metodologia do deslocamento de fase em duas etapas, de uma forma mais concisa, ficando mais claras as aproximações daquela técnica.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Petrobrás e ao PPPG/UFBA pelo apoio material e em especial ao geofísico Raimundo Mesquita de Luna Freire pelos modelos cedidos e por suas valiosas sugestões. Reynam Pestana agradece ao CNPq pelo suporte através de bolsa de pesquisa, projeto nº 300.312/88-1 (NV).

## REFERÊNCIAS

- CHAVES, R. D. - 1992** - Migração de ondas planas em meios lateralmente heterogêneos. Dissertação de Mestrado, Programa de Pesquisa e Pós-Graduação em Geofísica/UFBA: 1-55.
- CLAERBOUT J. D. & JOHNSON A. G. - 1971** - Extrapolation of time dependent waveforms along their path of propagation. *Geophysical J. R. Astr. Soc.*, **26**:285-293.
- COSTA, C. A. - 1989** - Migração através de feixes gaussianos. Tese de Doutorado, Programa de Pesquisa e Pós-graduação em Geofísica/UFBA: 1-161.
- FREIRE, R. M. L. - 1988** - Migração por mudança de fase em duas etapas. Tese de Doutorado, Programa de Pesquisa e Pós-graduação em Geofísica/UFBA: 1-149.
- GAZDAG, J. - 1978** - Wave equation migration with the phase-shift method. *Geophysics*, **43**:1342-1351.
- GAZDAG, J. & SGUAZZERO, P. - 1984** - Migration of seismic data by phase shift plus interpolation. *Geophysics*, **49**:124-131.
- KESSINGER, W. - 1992** - Extended Split-Step Fourier Migration. *SEG Expanded Abstracts*.
- LOEWENTHAL, D., LU L., ROBERSON, R. & SHERWOOD, J. W. C. - 1976** - The wave equation applied to migration. *Geophysical Prospecting*, **24**:380-399.
- NOVOTNÝ, M. - 1990** - Trace interpolation by slant-stack migration. *Geophysical Prospecting*, **38**:833-851.
- STOFFA, P. L., FOKKEMA, J. T., DE LUNA FREIRE, R. M. & KESSINGER, W. P. - 1990** - Split-Step Fourier migration. *Geophysics*, **55**:410-421.
- STOLT, R.H. - 1978** - Migration by Fourier transform. *Geophysics*, **43**:23-48.
- WEN, J., McMECHAN, G. A. & BOOTH M. W. - 1988** - Three-dimensional modeling and migration of seismic data using Fourier transforms. *Geophysics*, **53**:1194-1201.
- WENZEL, F. - 1991** - Frequency-wave number migration in laterally heterogeneous media. *Geophysics*, **56**:1671-1673

Submetido em: 12/08/94

Revisado pelo(s) autor(es) em: 09/06/95

Aceito em: 18/07/95

## PLANE WAVE MIGRATION IN LATERALLY HETEROGENEOUS MEDIA

Migration methods working in frequency-wave number domain, usually called phase-shift methods, are good alternatives to finite difference since they preserve dips and high frequencies. However, the phase-shift method only works well in media where velocity does not vary laterally. In case of smoothly laterally varying seismic velocity, the split-step Fourier migration method can be considered an efficient working tool, although it is only correct for nearly vertical traveling waves. The split-step method works applying a first shift in the  $(\omega - k_x)$  domain using a constante reference velocity. Afterwards the data are converted to  $(\omega - x)$  domain and a second shift is applied in order to consider the lateral variation of the velocity field. This method has obtained good results with real data, even in media with severe lateral velocity contrast. In this work we are proposing an improvement of the split-step method, concerns the non-vertically traveling waves. Lateral velocity variations are handled by several migrations in the  $(\omega - k_x)$  domain, that are afterwards transformed to the  $(\omega - x)$  domain by the inverse Fourier transform. In the following step, the linear interpolation method is applied, in order to

find intermediate values for the wave field at each horizontal position. Imaging condition as in the split-step example is obtained by integration of the results over all frequencies of interest. The geometry interpolation and the criterion to define the number of reference velocities which indicate the number of migration for each depth level showed satisfactory results and avoided spurious events without increase of the computing time. Several models with lateral contrast of velocity were used to illustrate the new method and compare the results with the obtained with the split-step migration method. The results with synthetic and real data obtained with the new method presented some improvement on the data under severe lateral velocity variations. In terms of CPU time, the new method is more time consuming than split-step technique, but on some cases it is reasonable if we compare the quality of the results. Due to the use of the linear interpolation, the approach presented here gives good results even in case of strong lateral variations of velocity and also the fact that we use FFT in the algorithm guarantees its high computational efficiency.