

# TRÊS PROCEDIMENTOS PARA SIMULAR A PROPAGAÇÃO DE ONDAS SÍSMICAS EM MEIOS ACÚSTICOS POROSOS: UM ESTUDO COMPARATIVO

Marco Antônio Barsottelli Botelho & Vicente Pinheiro Neto

Foram realizadas modelagens diretas para simular a propagação de ondas acústicas, de baixa frequência, em meios acústicos porosos usando o método das diferenças finitas para resolver a equação bidimensional do movimento para três casos: primeiro, a equação da onda com densidade constante; segundo, a equação da onda com densidade como função espacial; e terceiro, o sistema de Biot. Os operadores de diferenças finitas usados em todos os três procedimentos têm precisão de quarta ordem no espaço e de segunda ordem no tempo. Os resultados são obtidos sobre dois modelos distintos. O primeiro consiste em duas camadas plano-paralelas e horizontais e é usado para comparar os resultados obtidos com os três procedimentos. O segundo modelo é usado para propagar o campo de onda sobre meios heterogêneos, apresentando por exemplo camadas inclinadas e falhas, formando quinas de difração. São empregadas relações empíricas para definir os campos de velocidades usados na solução da equação da onda nos dois primeiros procedimentos. A partir dos sismogramas sintéticos, obtidos sobre o primeiro modelo, é fácil observar que a segunda equação fornece uma resposta mais forte da reflexão devido ao contraste de densidade. No caso do aumento de porosidade, a equação com densidade variável e o sistema de Biot apresentam atenuação na onda. Obviamente, as equações de densidade constante e também a de densidade variável não podem discernir mudanças na viscosidade e permeabilidade. O sistema de Biot e a equação com densidade variável usando as mesmas velocidades de Biot apresentam a propagação com os mesmos tempos de trânsito, tanto para as ondas P-rápida quanto para a P-lenta, os quais também concordam com a solução analítica.

**Palavras-chave:** Biot; Modelagem sísmica; Diferenças finitas.

**THREE PROCEDURES TO SIMULATE THE SEISMIC WAVE PROPAGATION IN A POROUS ACOUSTIC MEDIA: A COMPARATIVE STUDY** - *Acoustics forward modeling results to simulate low frequency wave propagation in a 2-D fluid-saturated poroacoustic medium are presented. We use the finite-difference method to solve the equation of motion for three cases: the wave equation with constant density, the variable density and the Biot's system. The operators used are fourth order accurate in space and second order accurate in time. The results are obtained for two different models. The first one consists of two horizontal layers and it is used to compare the equations described above. The second model is used to investigate the seismic response of dipping layers, faults and diffractions. We use an empirical relationship to calculate the velocity field for the solution of the two first equations. From the synthetic seismograms of the first model, the second equation shows the strongest response of reflection associated with contrast density. In case of increasing porosity, the equation with variable density and Biot system show an attenuation in the wave. Obviously the equations with constant density and variable density cannot discern the change in viscosity and permeability. The Biot system and the equation with variable density, using the Biot's velocity solution, show the propagation with the same travel time to the slow and the fast P-wave and this result agrees with the analytical solution.*

**Key words:** *Biot; Seismic modeling; Finite-difference.*

Programa de Pesquisa e Pós-Graduação em Geofísica  
UFBA - Campus Universitário de Ondina - Instituto de Geociências  
Rua Barão de Geremoabo, s/nº, Federação  
CEP 40.170-290 Salvador- BA

## INTRODUÇÃO

Atualmente há um crescente interesse na caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos com o objetivo de recuperar campos de óleo, obtendo-se como resultado final o aumento da produção. A caracterização do reservatório consiste na definição da geometria das estruturas, na descrição da litologia e principalmente na determinação dos parâmetros petrofísicos. O processo de caracterização de reservatórios se baseia primordialmente nas informações obtidas de poços. Entretanto, no caso onde os dados não são suficientes para a caracterização, tornam-se necessários outros meios para tornar este processo mais completo e abrangente.

O emprego de técnicas numéricas para efetuar modelagem sísmica tem sido muito utilizado na prospecção sísmica onde por, meio de um procedimento direto, é possível simular a propagação de ondas e estudar todos os parâmetros que são necessários para a caracterização do reservatório. A modelagem direta de dados sísmicos tem um papel fundamental na caracterização de reservatórios onde, na maioria das situações quando não há dados de poços disponíveis, é através deste procedimento de modelagem que podemos compreender qual a parcela de contribuição de cada um dos parâmetros petrofísicos na propagação de ondas sísmicas.

Para simular um meio que representa um reservatório de hidrocarbonetos, devemos considerar pelo menos duas fases distintas, ou seja: uma fase sólida que representa a matriz dos grãos e uma fase fluida que são os espaços vazios entre a matriz, sendo preenchidos pelos fluidos do reservatório. Os procedimentos usados neste trabalho para a caracterização de reservatórios levam em consideração uma série de parâmetros tais como: porosidade, densidade do fluido e do sólido, permeabilidade e viscosidade, verificando de que forma estes parâmetros afetam a propagação de ondas acústicas nos meios que simulam reservatórios.

Como os modelos de interesse para a exploração geofísica são complexos, se torna necessário o emprego de técnicas de modelagem mais sofisticadas e que representem da forma mais completa possível estes modelos. Isso leva ao desenvolvimento de métodos numéricos empregando técnicas de diferenças finitas e elementos finitos como um meio de obtenção da solução completa da equação da onda.

Entre os trabalhos mais representativos do emprego de métodos numéricos, particularmente diferenças finitas,

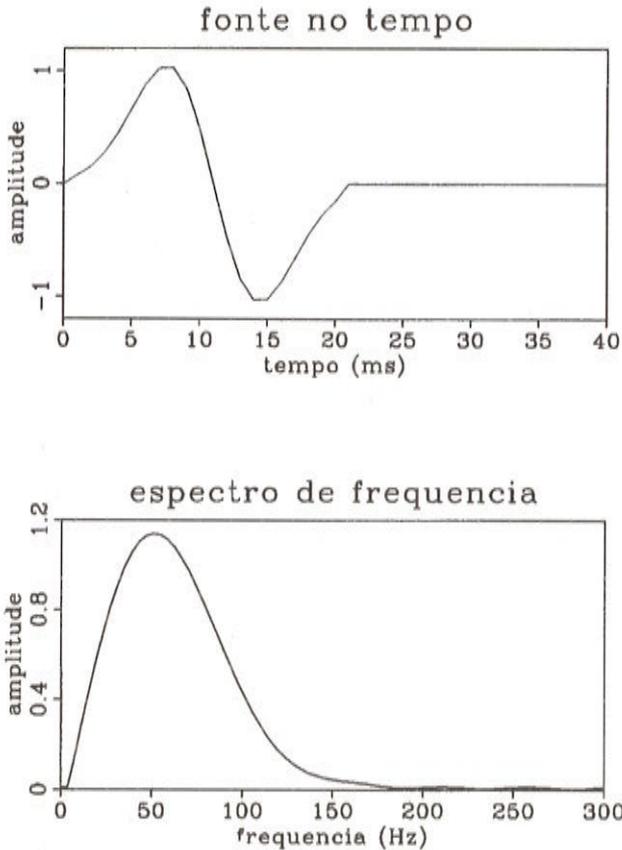
na solução da equação da onda, destacam-se os de Alterman & Karal (1968), Alterman & Kornfeld (1968), Alterman & Loewental (1970), Ottaviani (1971) e Ilan & Loewental (1976). Há ainda os trabalhos de Boore (1972) e Kelly et al. (1976). Com o avanço da informática, cresce a capacidade de memória e velocidade de processamento dos computadores e com isso é possível aumentar a complexidade dos modelos, os quais tendem a ser cada vez mais realísticos. Como exemplo podemos citar a modelagem em meios elásticos feita por Virieux (1986), e também os trabalhos que consideraram meios anisotrópicos, vide Tsingas et al. (1990), ou ainda, simulando o meio bifásico baseado na teoria de Biot, vide Hassanzadeh (1991) e Zhu & McMechan (1991).

Neste trabalho serão usados os operadores centrais de diferenças finitas, definidos a partir da expansão de Taylor, para resolver as derivadas que descrevem a propagação do campo de ondas. Serão aplicados à equação bidimensional da onda em três situações distintas. Inicialmente consideraremos a equação acústica da onda com densidade constante, vide Botelho (1986); em segundo, o operador é aplicado na equação da onda, onde a densidade é considerada uma função do espaço. Nestes dois primeiros casos, os campos de velocidade e densidade são definidos de acordo com relações empíricas que levam em consideração os parâmetros petrofísicos que descrevem os meios porosos. Por último, são comparados os resultados obtidos com as relações empíricas e os obtidos usando o sistema de equações de Biot, resolvido pelos operadores de diferenças finitas de quarta ordem nas derivadas espaciais e segunda ordem nas derivadas em tempo, empregando malhas retangulares para reduzir o problema de dispersão numérica.

Para fazer a análise dos resultados obtidos com as diferentes equações, para a modelagem da onda acústica em um meio poroso, foram elaborados dois modelos. O primeiro modelo tem duas camadas com interface horizontal e foi usado para fazer comparações básicas entre as três equações resolvidas com a técnica das diferenças finitas, ou seja: a de densidade constante, a de densidade variável e o sistema de Biot. A função fonte usada na modelagem é a derivada da gaussiana e para este primeiro modelo foi usado um tempo de amostragem de 4 ms. A função-fonte e seu espectro de frequência são mostrados na Fig. 1.

Para fazer a comparação entre as equações foram simulados eventos de reflexão e transmissão em meios com variação nos parâmetros de reservatórios. O segundo modelo representa estruturas geológicas mais complexas, no caso, um modelo com duas interfaces inclinadas cortado

por uma falha vertical, para o qual foram usadas a equação acústica com densidade variável e o sistema de Biot, com o objetivo de evidenciar o comportamento do campo de ondas neste caso mais complicado. Os resultados obtidos são mostrados através de instantâneos, sismogramas registrados na superfície e sismogramas de poço.



**Figura 1** - Gráfico da função fonte com a forma da derivada Gaussiana usada na modelagem sísmica e sua respectiva transformada de Fourier, com tempo de amostragem de  $\Delta t = 1\text{ms}$ .

**Figure 1** - The Gaussian derivative shaped wavelet used in seismic modeling and its Fourier transform.  $\Delta t = 1\text{ms}$ .

## RELAÇÕES EMPÍRICAS DESCRITIVAS DE MEIOS BIFÁSICOS

O meio bifásico consiste num meio poroso saturado, onde naturalmente encontra-se uma fase sólida e outra fase fluida, os quais descrevem de forma realística os reservatórios de gás e petróleo. Nestes meios, a fase sólida representa a matriz dos grãos e a fase fluida representa os espaços vazios

que são preenchidos por fluidos, que podem ser: óleo, gás, água salgada ou água doce. A quantificação das fases é definida pelo parâmetro de porosidade ( $\phi$ ) que é a percentagem de espaços vazios do meio. Considerando um elemento de volume cúbico do meio bifásico, White (1983), temos:

$$V = V_s + V_f = V(1 - \phi) + V\phi, \quad (1)$$

onde  $V$  é o volume total,  $V_s$  o volume da matriz sólida e  $V_f$  o volume do fluido do elemento considerado. Para fazer a modelagem da propagação de ondas em meios bifásicos, considerando as equações da onda com densidades constante e variável, descritas para as duas primeiras equações citadas na introdução, usaremos algumas relações empíricas na descrição dos meios acústicos porosos para a determinação dos campos de velocidade e densidade.

Na determinação das relações empíricas, são considerados como dados do modelo que representam o meio acústico poroso, os seguintes parâmetros:

$k_s$ : módulo de incompressibilidade do sólido
$k_f$ : módulo de incompressibilidade do fluido
$\mu$ : módulo de rigidez do sólido
$\rho_s$ : densidade da matriz sólida
$\rho_f$ : densidade da matriz fluida
$\phi$ : porosidade do meio
$\kappa$ : permeabilidade do meio
$\eta$ : viscosidade do fluido

O estudo de Gassmann (1951) considera os parâmetros relacionados acima como conhecidos, exceto  $\kappa$  e  $\eta$  que são descritos na teoria de Biot, vide Biot (1956a; 1956b; 1962), e pretende determinar as propriedades do meio saturado poroso como um todo, descrevendo desta forma os parâmetros abaixo.

$k_0$ : módulo de incompressibilidade do meio vazio
$k$ : módulo de incompressibilidade do meio saturado
$\rho$ : densidade média do meio saturado

Gassmann considera que a parte fluida e a parte sólida descrevem o mesmo movimento, não havendo fluxo relativo entre as duas partes. Para calcular a densidade média do meio saturado, é usada a média ponderada entre as duas densidades de acordo com o parâmetro de reservatório ( $\phi$ ), ou seja:

$$\rho = \rho_s(1 - \phi) + \rho_f\phi. \quad (2)$$

Para determinar o módulo de incompressibilidade do meio saturado, Gassmann (1951) considerou um elemento de volume cúbico, representando a rocha saturada, sendo sujeita a um aumento de pressão  $\Delta p$  para todas as faces e conseqüentemente gerando uma variação relativa no volume de  $\Delta V/V$ . Com isto o módulo de incompressibilidade do meio saturado é dado por:

$$k = -\Delta p / (\Delta V/V). \quad (3)$$

Considerando as tensões normais aplicadas nas faces do elemento de volume em um meio saturado, o incremento total de pressão aplicado ao meio é dado pelo seguinte:

$$\Delta p = \Delta p_o + \Delta p_f, \quad (4)$$

onde,  $\Delta p_o$  é o incremento de pressão aplicado na parte sólida, considerando o meio vazio e  $\Delta p_f$  o incremento de pressão destinado para a parte fluida. A variação total no elemento de volume da rocha é dada pela soma das variações de volume do sólido e do fluido:  $\Delta V = \Delta V_s + \Delta V_f$  onde a variação do volume do fluido depende do incremento de pressão destinado ao fluido;  $\Delta V_f = -\phi V \Delta p_f / k_f$ . Da mesma forma para a parte sólida devido ao incremento de pressão no fluido:  $\Delta V_{s1} = -(1-\phi)V \Delta p_f / k_s$ , e a variação adicional no volume do sólido devido ao incremento de pressão destinado ao esqueleto sólido:  $\Delta V_{s2} = -V \Delta p_o / k_s$ . A soma das três variações de volume tem como resultado:

$$\frac{\Delta V}{V} = \left[ -\frac{\phi}{k_f} - \frac{(1-\phi)}{k_s} \right] \Delta p_f - \frac{1}{k_s} \Delta p_o \quad (5)$$

Uma outra maneira de determinar a variação total do elemento de volume é considerar o incremento de pressão destinado ao esqueleto sólido gerando uma variação de volume de  $\Delta V_1 = -V \Delta p_o / k_o$ . No caso de haver um aumento de pressão do fluido, o esqueleto como um todo se contrai e portanto para manter a pressão do esqueleto constante, as faces do elemento devem se mover, produzindo uma mudança de volume de  $\Delta V_2 = -V \Delta p_f / k_s$ , obtendo como resultado uma variação total de:

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{k_s} \Delta p_f - \frac{1}{k_o} \Delta p_o. \quad (6)$$

Resolvendo as Eqs. (5) e (6) e substituindo em (4) e (3), temos:

$$k = \frac{\phi \left[ \frac{1}{k_s} - \frac{1}{k_f} \right] - \frac{1}{k_o} + \frac{1}{k_s}}{\frac{\phi}{k_o} \left[ \frac{1}{k_s} - \frac{1}{k_f} \right] + \frac{1}{k_s} \left[ \frac{1}{k_s} - \frac{1}{k_o} \right]}. \quad (7)$$

Esta é conhecida como a equação de Gassmann (1951) para a determinação do módulo de incompressibilidade do meio poroso saturado por um fluido. O módulo de incompressibilidade do meio vazio é determinado pela relação empírica apresentada por White (1983) a partir de medidas em arenitos limpos:

$$k_o = k_s / (1 + 50 \phi). \quad (8)$$

sejam os parâmetros  $\beta$  e  $M$ , definidos da seguinte forma:

$$\beta = 1 - \frac{k_o}{k_s} \quad (9)$$

e

$$\frac{1}{M} = \frac{\beta - \phi}{k_s} + \frac{\phi}{k_f}, \quad (10)$$

podemos fazer a seguinte simplificação:

$$k = k_o + M \beta^2 \quad (11)$$

Neste caso a equação que define o campo de velocidade de  $V_{p1}$  (de primeira espécie ou P-rápida), para meios porosos, de acordo com a teoria de Gassmann é dada por:

$$V_{p1} = \left( \frac{k + \frac{4}{3} \mu}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

## RELAÇÕES EMPÍRICAS PARA O MEIO DE BIOT

A teoria de Gassmann não considera o movimento relativo fluido-sólido. Esta hipótese pode ser reconhecida para propagação de ondas em baixas frequências, mas a teoria apresentada pelo trabalho de Gassmann (1951), não

especifica qual o valor de frequência é considerado baixo. Além disso é fácil perceber que tal movimento relativo resultaria em perda de energia e para estes casos a teoria de Gassmann não permite avaliar os resultados da atenuação (White, 1983). A teoria de Biot considera, além dos parâmetros descritos por Gassmann, a viscosidade do fluido ( $\eta$ ) e a permeabilidade do meio ( $\kappa$ ). Na teoria de Biot, (Biot 1956a; 1956b), a frequência característica do fluido é definida da seguinte forma:

$$f_c = \frac{\eta\phi}{2\pi\kappa\rho f}, \tag{13}$$

onde, para frequências de propagação abaixo de  $f_c$ , o movimento do fluido em resposta ao incremento de pressão é controlado pelo arrasto viscoso contra o sólido e para frequências acima de  $f_c$  a inércia do fluido é dominante. Para descrever o efeito de acoplamento entre as partes sólido e fluido é usual introduzir o parâmetro  $\tau$  chamado de tortuosidade (Bourbié et al., 1987). A tortuosidade do meio está relacionada com o processo dinâmico e é analisada por Berryman (1980), sendo dada por:

$$\tau = 1 - r(1 - 1/\phi), \tag{14}$$

onde  $r$  é um fator a ser determinado a partir do modelo microscópico do fluido movendo-se no esqueleto sólido. Para o caso de um modelo onde o sólido é representado por partículas esféricas ( $r = 1/2$ ). Para o caso onde se considera o movimento do fluxo fluido em relação ao sólido, a aproximação de Geertsma & Smit (1961) para a solução do campo de velocidade da onda de primeira espécie é desenvolvida a partir do fator ( $f_c/f$ ) (Bourbié et al., 1987):

$$V_{p1}^2 = \frac{V_\infty^4 + V_0^4 \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}{V_\infty^2 + V_0^2 \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}, \tag{15}$$

onde  $V_0$  e  $V_\infty$  são, respectivamente, as velocidades para os limites de frequência tendendo a zero e infinito, correspondendo à teoria de Biot. De acordo com a equação de Gassmann (1951), as expressões para  $V_0$  e  $V_\infty$  podem ser dadas pelas seguintes relações:

$$V_0 = \left( \frac{k + \frac{4}{3}\mu}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

$$V_\infty = \left[ \left[ k_0 + \frac{4}{3}\mu + \frac{\phi \frac{\rho}{\rho_f} \tau^{-1} + \beta(\beta - 2\phi\tau^{-1})}{(\beta - \phi) \frac{1}{k_s} + \frac{\phi}{k_f}} \right] \frac{1}{\rho_s(1 - \phi) + \phi\rho_f(1 - \tau^{-1})} \right]^{\frac{1}{2}}, \tag{17}$$

onde  $k$  é o módulo de incompressibilidade do meio poroso saturado, determinado pela Eq. (7). Para a onda compressional de segunda espécie, onde o movimento do fluido está fora de fase com relação ao sólido, nós consideramos a seguinte equação para a determinação do campo de velocidade:

$$V_{p2} = \sqrt{\frac{k_f}{\tau\rho_f}}, \tag{18}$$

esta relação é baseada na lei de Terzaghi (Bourbié et al., 1987), que é restrita para porosidades abaixo de 20%, além de considerar que a incompressibilidade do fluido ( $k_f$ ) deve ser bem menor que a incompressibilidade do meio vazio ( $k_0$ ), os efeitos de viscosidade são desprezados e os efeitos de tortuosidade são levados em consideração.

Neste trabalho, as Eqs. (15) e (18) são usadas, conjuntamente com a equação acústica da onda, para comparar com o resultado da modelagem obtida a partir do tratamento numérico por diferenças finitas do sistema de equações de Biot.

### EQUAÇÕES DE PROPAGAÇÃO DA ONDA EM MEIOS ACÚSTICOS

Apresentamos aqui as equações da onda, considerando o meio acústico, usadas nos três procedimentos tratados neste trabalho. Considerando a lei de Hooke, formulada a partir da teoria da elasticidade e a equação do movimento ( $2^a$

Lei de *Newton*), e considerando a densidade do meio invariante no espaço, temos a equação acústica da onda com densidade constante:

$$\nabla^2 P = \frac{1}{C^2} \ddot{P} \quad (19)$$

onde  $P$  é o campo de pressão da onda definido no tempo e no espaço,  $C = C(x, y, z) = \sqrt{k/\rho}$  é a velocidade compressional,  $\rho = \rho(x, y, z)$  é a densidade,  $\nabla P$  é o gradiente de pressão da função escalar  $P$  e os dois pontos sobre o campo de onda  $P$  representam a derivada segunda do campo em relação ao tempo.

O segundo procedimento considera a densidade como uma variável no espaço, a equação acústica da onda, descrita acima, torna-se:

$$\nabla^2 P - \frac{1}{\rho} [\nabla P \cdot \nabla \rho] = \frac{1}{C^2} \ddot{P} \quad (20)$$

onde  $C = C(x, y, z) = \sqrt{k/\rho}$ ,  $\rho = \rho(x, y, z)$  e  $\nabla$  é o operador gradiente aplicado as funções campo de pressão e a densidade. E para o terceiro procedimento, usamos o sistema de equações de Biot para meios poro-acústicos, vide Hassanzadeh (1991):

$$\nabla^2 \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{S}} \\ \dot{\mathbf{F}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & -b_1 \\ -b_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{S}} \\ \dot{\mathbf{F}} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

onde

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(\rho_{11}R - \rho_{12}Q)/\Gamma] & [(\rho_{12}R - \rho_{22}Q)/\Gamma] \\ [(\rho_{12}P - \rho_{11}Q)/\Gamma] & [(\rho_{22}P - \rho_{12}Q)/\Gamma] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(R + Q)/\Gamma \\ b(P + Q)/\Gamma \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\Gamma = PR - Q^2.$$

Temos portanto a solução do campo de onda para as fases sólida e fluida, derivando assim dois tipos de ondas compressionalis: a onda compressional de primeira espécie, quando a partícula sólida se desloca em fase com a partícula fluida, movendo-se com velocidade  $V_{p1}$ , que é definida de forma idêntica para o meio de fase única e a onda compressional de segunda espécie, quando a partícula sólido

de se desloca com defasagem em relação à partícula fluida, movendo-se com velocidade  $V_{p2}$ , bem menor que a velocidade  $V_{p1}$ , devido a sua dependência com os constituintes elásticos do fluido.

Para fazer as comparações entre o sistema de Biot e as equações da onda com densidade constante e densidade variável, são usados valores de velocidades resultantes da solução da equação de Biot para ondas planas. Esta equação é tratada por Hassanzadeh (1991) e maiores informações sobre a solução do sistema de Biot para a obtenção das velocidades de propagação das ondas compressionalis de primeira e segunda espécie podem ser obtidas em Bourbié et al. (1987), Pinheiro Neto (1994), Pinheiro Neto & Botelho (1996) e Botelho & Pinheiro Neto (1995).

## SOLUÇÃO NUMÉRICA POR DIFERENÇAS FINITAS

Considerando o primeiro procedimento, a equação da onda com densidade constante, seja o campo de onda bidimensional  $P(x, z, t) = P(m\Delta x, n\Delta y, k\Delta t) = P_{m,n}^k$ , onde as variáveis  $x$ ,  $z$  e  $t$  são discretizadas de forma que possamos aplicar os operadores de diferenças finitas. Aplicando o operador de diferenças finitas de segunda ordem, vide Botelho (1986), na segunda derivada no tempo, tem-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} P_{m,n}^k = \frac{1}{(\Delta t)^2} [P_{m,n}^{k-1} - 2P_{m,n}^k + P_{m,n}^{k+1}] \quad (23)$$

e aplicando o operador de diferenças finitas de quarta ordem, nas segundas derivadas no espaço, tem-se, para as variáveis  $x$  e  $z$ , respectivamente:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} P_{m,n}^k = \frac{1}{12(\Delta x)^2} [-P_{m-2,n}^k + 16P_{m-1,n}^k - 30P_{m,n}^k + 16P_{m+1,n}^k - P_{m+2,n}^k] \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} P_{m,n}^k = \frac{1}{12(\Delta z)^2} [-P_{m,n-2}^k + 16P_{m,n-1}^k - 30P_{m,n}^k + 16P_{m,n+1}^k - P_{m,n+2}^k]$$

Considerando  $C(x, z) = C_{m,n}$  como a velocidade da onda no ponto  $(x, z)$  do espaço e de acordo com a Eq. (19), a equa

ção bidimensional escalar da onda e fazendo a substituição das derivadas pelas aproximações obtidas com os operadores de diferenças finitas, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12(\Delta x)^2} \left[ -P_{m-2,n}^k + 16P_{m-1,n}^k - 30P_{m,n}^k + 16P_{m+1,n}^k - P_{m+2,n}^k \right] \\ & + \frac{1}{12(\Delta z)^2} \left[ -P_{m,n-2}^k + 16P_{m,n-1}^k - 30P_{m,n}^k + 16P_{m,n+1}^k - P_{m,n+2}^k \right] \\ & = \frac{1}{C_{m,n}^2 \Delta t^2} \left[ P_{m,n}^{k-1} - 2P_{m,n}^k + P_{m,n}^{k+1} \right], \end{aligned} \quad (25)$$

organizando os termos de modo a formar um esquema progressivo no tempo, tem-se:

$$\begin{aligned} P_{m,n}^{k+1} &= -P_{m,n}^{k-1} + \frac{A_x}{12} \left[ -P_{m-2,n}^k + 16(P_{m-1,n}^k + P_{m+1,n}^k) - P_{m+2,n}^k \right] \\ &+ \frac{A_z}{12} \left[ -P_{m,n-2}^k + 16(P_{m,n-1}^k + P_{m,n+1}^k) - P_{m,n+2}^k \right] \\ &+ [2 - 2.5(A_x + A_z)] P_{m,n}^k, \end{aligned} \quad (26)$$

onde  $A_x$  e  $A_z$  são coeficientes dados por

$$A_x = \left( \frac{C_{m,n} \cdot \Delta t}{\Delta x} \right)^2 \text{ e } A_z = \left( \frac{C_{m,n} \cdot \Delta t}{\Delta z} \right)^2$$

A expressão acima permite que se determine o campo de onda no instante de tempo  $(k+1)\Delta t$  se este campo for conhecido para os tempos anteriores  $k\Delta t$  e  $(k-1)\Delta t$ . Desta forma, conhecendo o campo de velocidade no espaço  $(x,z)$  e o valor do campo de onda nos instantes iniciais, podemos fazer a continuação do mesmo para intervalos de tempos crescentes. Este método de solução é conhecido como solução *explícita*.

No segundo procedimento, a equação da onda considerando variável a densidade do meio, a aplicação dos operadores de diferenças finitas para a solução das derivadas de segunda ordem no tempo e no espaço, é feita de maneira análoga à mostrada no caso anterior. Para resolver o gradiente do campo de onda e da função densidade definidos no espaço, usamos o operador de diferenças finitas de quarta ordem para a solução da derivada de primeira ordem da função no espaço, vide Pinheiro Neto (1994):

$$\begin{aligned} \frac{df(x)}{dx} &= \frac{1}{12h} \left[ -f(x+2h) + 8f(x+h) - \right. \\ &\left. - 8f(x-h) + f(x-2h) \right], \end{aligned}$$

seja  $P(x,z,t) = P_{m,n}^k$  o campo de pressão da onda já definido anteriormente e a função densidade  $\rho(x,z) = \rho_{m,n}$ , a solução destes de acordo com o operador acima temos para o campo de pressão:

$$\frac{\partial}{\partial x} P_{m,n}^k = \frac{1}{12\Delta x} \left[ -P_{m+2,n}^k + 8P_{m+1,n}^k - 8P_{m-1,n}^k + P_{m-2,n}^k \right] \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} P_{m,n}^k = \frac{1}{12\Delta z} \left[ -P_{m,n+2}^k + 8P_{m,n+1}^k - 8P_{m,n-1}^k + P_{m,n-2}^k \right]$$

e para a função densidade:

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho_{m,n} = \frac{1}{12\Delta x} \left[ -\rho_{m+2,n} + 8\rho_{m+1,n} - 8\rho_{m-1,n} + \rho_{m-2,n} \right] \quad (28)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \rho_{m,n} = \frac{1}{12\Delta z} \left[ -\rho_{m,n+2} + 8\rho_{m,n+1} - 8\rho_{m,n-1} + \rho_{m,n-2} \right].$$

De forma que a solução para o termo  $\Psi$  é dada por:

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{1}{(12\Delta x)^2} \left[ -P_{m+2,n}^k + 8P_{m+1,n}^k - 8P_{m-1,n}^k + P_{m-2,n}^k \right] \\ & \times \left[ -\rho_{m+2,n} + 8\rho_{m+1,n} - 8\rho_{m-1,n} + \rho_{m-2,n} \right] \\ & + \frac{1}{(12\Delta z)^2} \left[ -P_{m,n+2}^k + 8P_{m,n+1}^k - 8P_{m,n-1}^k + P_{m,n-2}^k \right] \\ & \times \left[ -\rho_{m,n+2} + 8\rho_{m,n+1} - 8\rho_{m,n-1} + \rho_{m,n-2} \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Fazendo a substituição das derivadas para o campo de pressão na Eq. (20) pelas aproximações com as diferenças finitas dadas pelas Eqs. (27), (28) e (29), temos o seguinte:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12(\Delta x)^2} \left[ -P_{m-2,n}^k + 16P_{m-1,n}^k - 30P_{m,n}^k + \right. \\ & \left. + 16P_{m+1,n}^k - P_{m+2,n}^k \right] \\ & + \frac{1}{12(\Delta z)^2} \left[ -P_{m,n-2}^k + 16P_{m,n-1}^k - 30P_{m,n}^k + \right. \\ & \left. + 16P_{m,n+1}^k - P_{m,n+2}^k \right] \\ & - (1/\rho_{m,n}) \Psi \\ & = \frac{1}{C_{m,n}^2} \frac{1}{\Delta t^2} \left[ P_{m,n}^{k-1} - 2P_{m,n}^k + P_{m,n}^{k+1} \right] \end{aligned} \tag{30}$$

e portanto a solução completa para a continuidade do campo de onda no tempo, considerando a densidade do meio variável é dada por:

$$\begin{aligned} P_{m,n}^{k+1} = & -P_{m,n}^{k-1} + \frac{A_x}{12} \left[ -P_{m-2,n}^k + 16(P_{m-1,n}^k + \right. \\ & \left. + P_{m+1,n}^k) - P_{m+2,n}^k \right] \\ & + \frac{A_z}{12} \left[ P_{m,n-2}^k + 16(P_{m,n-1}^k + P_{m,n+1}^k) - P_{m,n+2}^k \right] \\ & + [2 + 2,5(A_x + A_z)] P_{m,n}^k \\ & - \frac{(C_{m,n} \cdot \Delta t)^2}{\rho_{m,n}} \Psi. \end{aligned} \tag{31}$$

Como pode ser visto a única diferença entre a equação da onda para meios com densidade constante e a Eq. (31) é a introdução da parcela envolvendo o termo  $\Psi$ . Substituindo o valor de  $\Psi$  dado pela Eq. (29), temos:

$$\begin{aligned} P_{m,n}^{k+1} = & -P_{m,n}^{k-1} + \frac{A_x}{12} \left[ -P_{m-2,n}^k + 16(P_{m-1,n}^k + \right. \\ & \left. + P_{m+1,n}^k) - P_{m+2,n}^k \right] \\ & + \frac{A_z}{12} \left[ -P_{m,n-2}^k + 16(P_{m,n-1}^k + P_{m,n+1}^k) - P_{m,n+2}^k \right] \\ & + [2 + 2,5(A_x + A_z)] P_{m,n}^k \\ & - \frac{A_x}{144\rho_{m,n}} \left[ -P_{m+2,n}^k + 8P_{m+1,n}^k - 8P_{m-1,n}^k + P_{m-2,n}^k \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x \left[ -\rho_{m+2,n} + 8\rho_{m+1,n} - 8\rho_{m-1,n} + \rho_{m-2,n} \right] \\ & - \frac{A_z}{144\rho_{m,n}} \left[ -P_{m,n+2}^k + 8P_{m,n+1}^k - 8P_{m,n-1}^k + P_{m,n-2}^k \right] \\ & x \left[ -\rho_{m,n+2} + 8\rho_{m,n+1} - 8\rho_{m,n-1} + \rho_{m,n-2} \right]. \end{aligned} \tag{32}$$

No terceiro e último procedimento, a Eq. (21) que representa o sistema de Biot para os meios porosos saturados pode ser reescrita como:

$$\nabla^2 \begin{bmatrix} S \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{S} \\ \ddot{F} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & -b_1 \\ -b_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{F} \end{bmatrix}, \tag{33}$$

onde  $S(x,z,t) = S(m\Delta x, n\Delta z, k\Delta t) = S_{m,n}^k$  é deslocamento da partícula sólida no meio bidimensional e  $F(x,z,t) = F(m\Delta x, n\Delta z, k\Delta t) = F_{m,n}^k$  é o deslocamento da partícula fluida. O operador laplaciano,  $\nabla^2$ , atua nas direções  $x$  e  $z$  da seguinte forma:

$$\nabla^2 \begin{bmatrix} S \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} S_{m,n}^k + \frac{\partial^2}{\partial z^2} S_{m,n}^k \\ \frac{\partial^2}{\partial x^2} F_{m,n}^k + \frac{\partial^2}{\partial z^2} F_{m,n}^k \end{bmatrix}, \tag{34}$$

para as derivadas temporais de primeira e segunda ordem, dadas pelo ponto e pelos dois pontos sobre o elemento de deslocamento, respectivamente, temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} S_{m,n}^k \\ \frac{\partial}{\partial t} F_{m,n}^k \end{bmatrix} e \begin{bmatrix} \ddot{S} \\ \ddot{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} S_{m,n}^k \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} F_{m,n}^k \end{bmatrix}. \tag{35}$$

A solução das segundas derivadas no espaço é obtida usando o operador de diferenças finitas com aproximação de quarta ordem, resultando no seguinte:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial x^2} S_{m,n}^k &= \frac{1}{12(\Delta x)^2} [-S_{m-2,n}^k + 16S_{m-1,n}^k - 30S_{m,n}^k + \\
&+ 16S_{m+1,n}^k - S_{m+2,n}^k] \\
\frac{\partial^2}{\partial z^2} S_{m,n}^k &= \frac{1}{12(\Delta z)^2} [-S_{m,n-2}^k + 16S_{m,n-1}^k - 30S_{m,n}^k + \\
&+ 16S_{m,n+1}^k - S_{m,n+2}^k] \\
\frac{\partial^2}{\partial x^2} F_{m,n}^k &= \frac{1}{12(\Delta x)^2} [-F_{m-2,n}^k + 16F_{m-1,n}^k - 30F_{m,n}^k + \\
&+ 16F_{m+1,n}^k - F_{m+2,n}^k] \\
\frac{\partial^2}{\partial z^2} F_{m,n}^k &= \frac{1}{12(\Delta z)^2} [-F_{m,n-2}^k + 16F_{m,n-1}^k - 30F_{m,n}^k + \\
&+ 16F_{m,n+1}^k - F_{m,n+2}^k]
\end{aligned} \quad (36)$$

Para a derivada de segunda ordem no tempo, é usado o operador de diferenças finitas com aproximação de segunda ordem, dando o seguinte resultado:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial t^2} S_{m,n}^k &= \frac{1}{(\Delta t)^2} [S_{m,n}^{k-1} - 2S_{m,n}^k + S_{m,n}^{k+1}] \\
\frac{\partial^2}{\partial t^2} F_{m,n}^k &= \frac{1}{(\Delta t)^2} [F_{m,n}^{k-1} - 2F_{m,n}^k + F_{m,n}^{k+1}]
\end{aligned} \quad (37)$$

e finalmente, a derivada de primeira ordem no tempo é resolvida usando o operador de diferenças finitas de segunda ordem:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} S_{m,n}^k &= \frac{1}{2\Delta t} [S_{m,n}^{k+1} - S_{m,n}^{k-1}] \\
\frac{\partial}{\partial t} F_{m,n}^k &= \frac{1}{2\Delta t} [F_{m,n}^{k+1} - F_{m,n}^{k-1}]
\end{aligned} \quad (38)$$

De posse das soluções das derivadas por diferenças finitas apresentadas acima, temos a solução do campo de onda o instante de tempo  $(t + \Delta t)$  para os elementos de deslocamento sólido e fluido a seguir:

$$\begin{aligned}
S_{m,n}^{k+1} &= (d_{22}D_1 - d_{12}D_2) / det \\
F_{m,n}^{k+1} &= (d_{11}D_2 - d_{21}D_1) / det,
\end{aligned} \quad (39)$$

onde:

$$\begin{aligned}
D_1 &= \frac{1}{12} \left[ \frac{\Delta t}{\Delta x} \right]^2 [-S_{m-2,n}^k + 16S_{m-1,n}^k - 30S_{m,n}^k + \\
&+ 16S_{m+1,n}^k - S_{m+2,n}^k] \\
&+ \frac{1}{12} \left[ \frac{\Delta t}{\Delta z} \right]^2 [-S_{m,n-2}^k + 16S_{m,n-1}^k - 30S_{m,n}^k + 16S_{m,n+1}^k - \\
&+ \frac{b_1 \Delta t}{2} [S_{m,n}^{k-1} - F_{m,n}^{k-1}] + a_{11} [2S_{m,n}^k - S_{m,n}^{k-1}] + \\
&+ a_{12} [2F_{m,n}^k - F_{m,n}^{k-1}] \\
D_2 &= \frac{1}{12} \left[ \frac{\Delta t}{\Delta x} \right]^2 [-F_{m-2,n}^k + 16F_{m-1,n}^k - 30F_{m,n}^k + \\
&+ 16F_{m+1,n}^k - F_{m+2,n}^k] \\
&+ \frac{1}{12} \left[ \frac{\Delta t}{\Delta z} \right]^2 [-F_{m,n-2}^k + 16F_{m,n-1}^k - 30F_{m,n}^k + 16F_{m,n+1}^k - \\
&- \frac{b_2 \Delta t}{2} [S_{m,n}^{k-1} - F_{m,n}^{k-1}] + a_{21} [2S_{m,n}^k - S_{m,n}^{k-1}] + \\
&+ a_{22} [2F_{m,n}^k - F_{m,n}^{k-1}]
\end{aligned} \quad (40)$$

e  $det = d_{11}d_{22} - d_{12}d_{21}$ , sendo os parâmetros:  $d_{ij}$ ,  $(i,j) = 1,2$  definidos da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} + \frac{b_1 \Delta t}{2} & a_{12} - \frac{b_1 \Delta t}{2} \\ a_{21} - \frac{b_2 \Delta t}{2} & a_{22} + \frac{b_2 \Delta t}{2} \end{bmatrix}, \quad (41)$$

onde os parâmetros  $a_j$  e  $b_j$ ,  $(i,j) = 1,2$  estão descritos na Eq. (22).

## TESTES E RESULTADOS

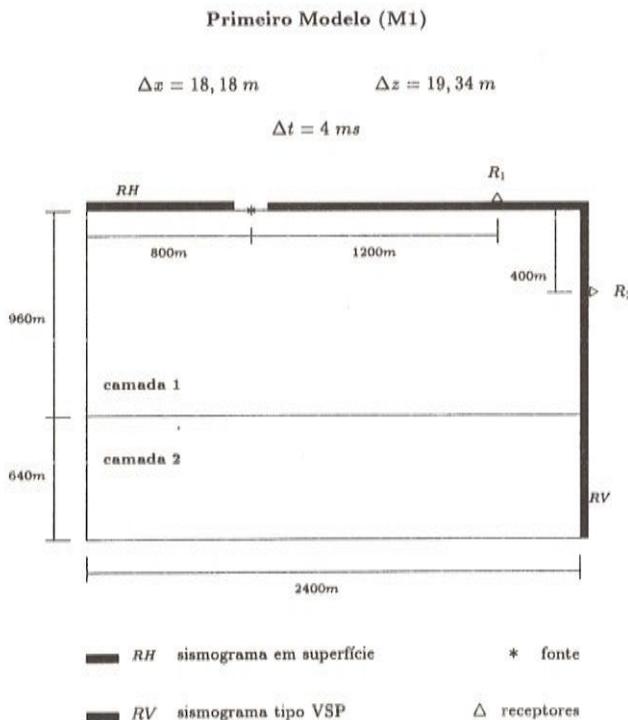
Para realizar a modelagem de ondas sísmicas propagando em meios saturados porosos, considerando os três procedimentos tratados neste trabalho, foi usada como fonte a derivada da Gaussiana, de acordo com Kelly et al. (1976), e é dada pela seguinte expressão no tempo:

$$f(t) = (T + f_s - t) e^{-[2\pi f (T + f_s - t)/1,25]^2} \quad (42)$$

onde  $f$  é a frequência dominante de propagação,  $T$  é o período da função de onda e  $f_s$  é a fase do sinal, ou seja quanto a função-fonte está deslocado da origem. O gráfico da função-fonte e seu respectivo espectro de frequência é mostrado na Fig. 1, para o caso onde o tempo de amostragem é de  $\Delta t = 1$  ms.

Para realizar os testes necessários ao desenvolvimento deste trabalho foram usados dois modelos distintos. O primeiro deles representa um modelo geológico simples com duas camadas planas paralelas e horizontais e o segundo terá camadas inclinadas cortadas por uma falha.

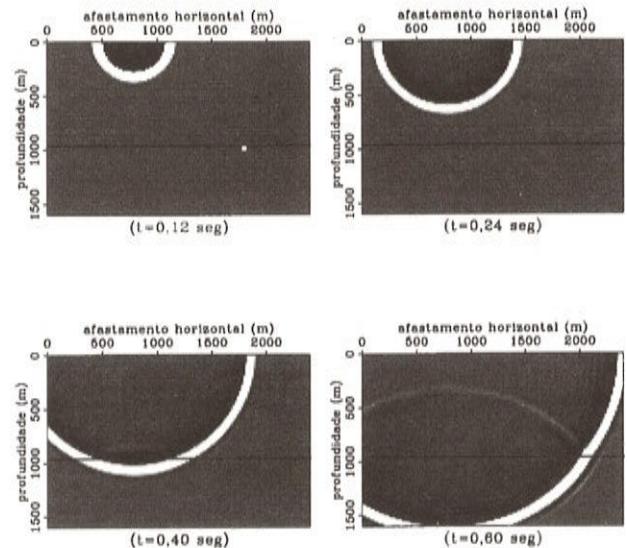
O modelo de camadas planas horizontais é usado para comparar os três procedimentos tratados neste trabalho, ou seja, as equações com densidade constante, densidade variável e o sistema de Biot e também para analisar a variação dos parâmetros permeabilidade ( $\kappa$ ), viscosidade ( $\eta$ ) e porosidade ( $\phi$ ). Este modelo é mostrado na Fig. 2, os dados que descrevem o meio e os parâmetros calculados a partir das relações empíricas tratadas no item Meios Bifásicos são mostrados na Tab. 1.



**Figura 2** - O primeiro modelo tem uma interface plana horizontal, o qual é usado para comparar a modelagem direta, feito com a técnica de diferenças finitas, para resolver as três equações analisadas neste trabalho.

**Figure 2** - The first model with a horizontal plane interface, used to compare the forward modeling results based on the finite difference method.

Estes valores são considerados básicos, nos testes, mostrados na Tab. 2, contam as modificações nestes dados.  $V_{p1}$  é a velocidade compressional da onda de primeira espécie calculada a partir da relação empírica de Geertsma & Smit (1961), vide Eq. (15). A propagação do campo de onda neste modelo é mostrada através de instantâneos, na Fig. 3, para quatro instantes de tempo, evidenciando a reflexão na interface.



**Figura 3** - Instantâneos do campo de onda propagando no primeiro modelo, com interface plana horizontal.

**Figure 3** - Snapshots of the wavefield across the first model with horizontal plane interface.

O primeiro teste realizado foi a propagação em duas situações distintas, uma quando temos um alto contraste de velocidade entre as duas camadas, da ordem de 2620 - 2870 m/s, referentes às camadas 1 e 2, respectivamente, estes valores são calculados de acordo com os dados da Tab. 1, e outro quando temos um baixo contraste de velocidade da ordem de 2835 - 2870 m/s entre as duas camadas. Os resultados deste teste são mostrados na Fig. 4 pelos sismogramas registrados na superfície, para os dois casos acima e considerando as três equações tratadas neste trabalho.

TABELA I		DADOS E PARÂMETROS DO MODELO M1													
ca- mada	$k_s$	$k_f$	$\mu$	$k_o$	$k$	$\rho_s$	$\rho_f$	$\rho$	$\kappa$	$\eta$	$\phi$	$f_c$	$\tau$	$V_{p_1}$	
	$\times 10^9 N/m^2$					$kg/m^3$			$mD$	$cP$	$\%$	$Khz$	-	$m/s$	
1	11	3	5	1,8	8,8	2400	900	2250	400	0,1	10	4,4	5,5	2620	
2	13	3	7	6,5	12	2650	1000	2610	3	0,6	2	640	25,5	2870	

Tabela 1 - Dados e parâmetros do modelo M1.

Table 1 - Parameters of the model M1.

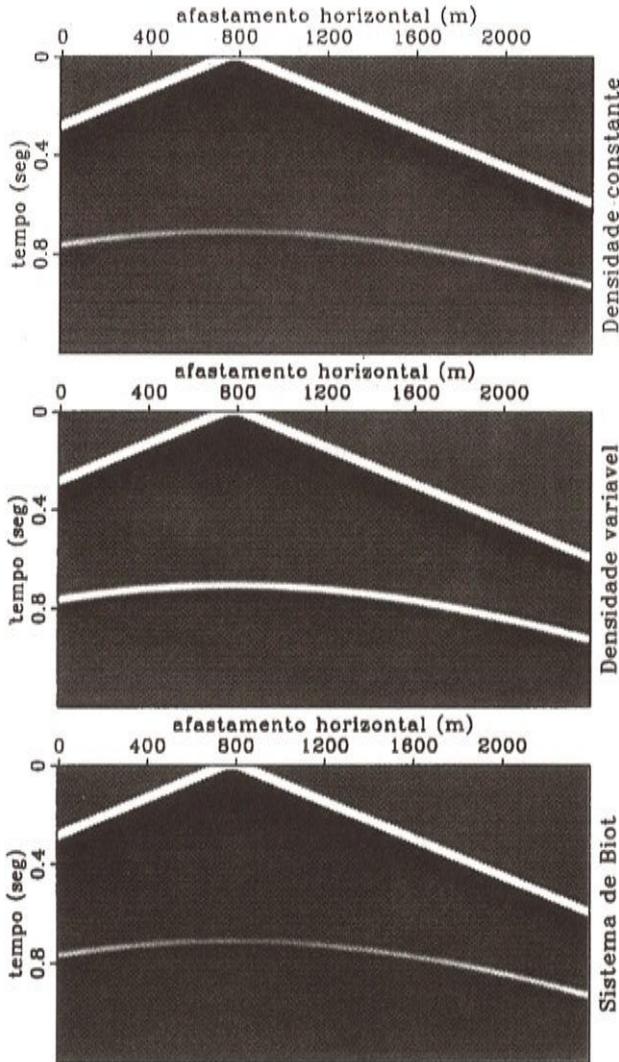


Figura 4 - Sismogramas registrados em superfície, obtidos com as três equações usadas neste trabalho. O modelo tem um contraste de velocidade de  $V = 2627 \text{ m/s}$  e  $V = 2870 \text{ m/s}$  entre as duas camadas.

Figure 4 - Seismograms recorded at the surface, obtained by the three equations used in this work. The model has the velocities:  $2627 \text{ m/s}$  and  $2870 \text{ m/s}$ , for two layers.

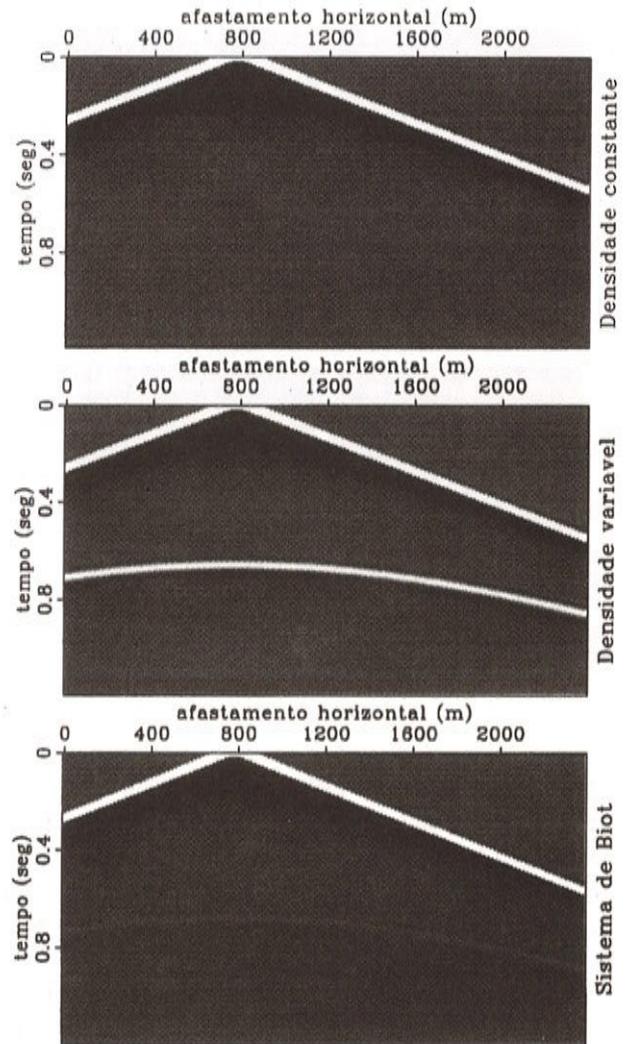
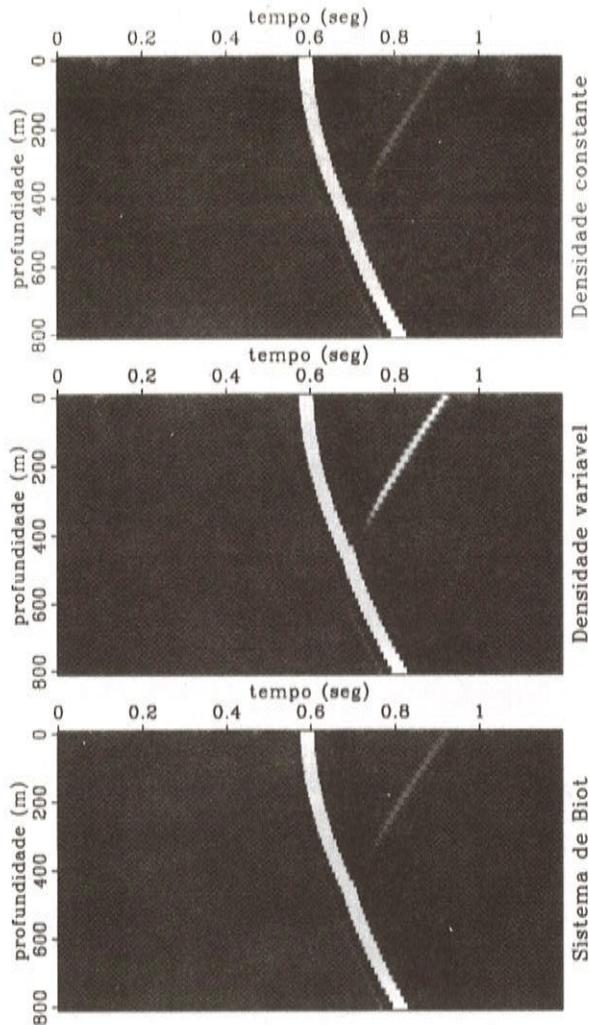


Figura 5 - Sismogramas registrados em superfície, obtidos com as três equações usadas neste trabalho. O modelo tem um contraste de velocidade de  $V = 2835 \text{ m/s}$  e  $V = 2870 \text{ m/s}$  entre as duas camadas.

Figure 5 - Seismograms recorded at the surface, obtained by the three equations used in this work. The model has the velocities  $2835 \text{ m/s}$  and  $2870 \text{ m/s}$ , for two layers.



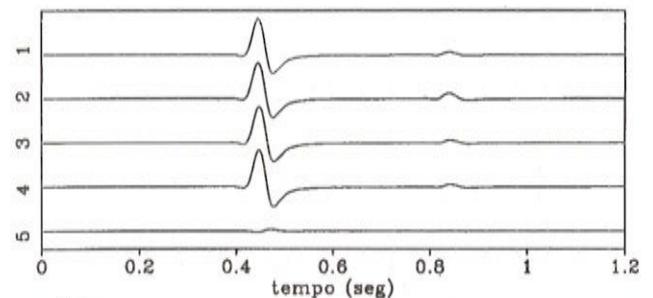
**Figura 6** - Sismogramas registrados na vertical, onde cada um é derivado de uma das três equações: densidade constante, densidade variável e equação de Biot. Estes registros sísmicos simulam a propagação da onda em um VSP- "Vertical Seismic Profile".

**Figure 6** - Vertical recorded seismograms, based on the three wave equations: constant density, variable density and Biot's equation. This recording simulates a Vertical Seismic Profile (VSP).

Podemos observar pela Fig. 5 que a reflexão é ressaltada com mais intensidade no caso da equação com densidade variável. No caso de baixo contraste de velocidade, a equação da onda com densidade constante pouco consegue evidenciar a reflexão em comparação com as outras duas equações, vide Fig. 5.

Na Fig. 6 podemos observar um sismograma registrado na vertical simulando a aquisição tipo VSP-*Vertical Seismic Profile*, de muita importância na sísmica de reservatórios, também considerando os três procedimentos acima, onde os dados estão de acordo com a Tab. 1.

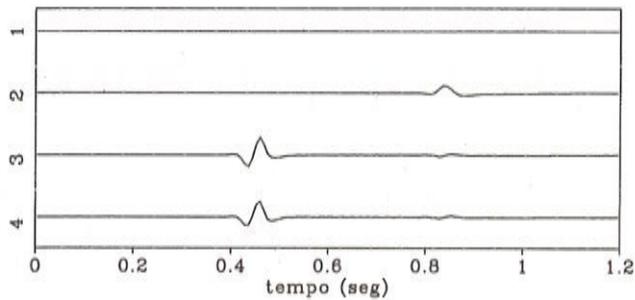
Usando o receptor na posição  $R_1$  do modelo M1, foram selecionados os traços sísmicos gerados com as três equações, além disso, no caso do sistema de Biot, foram registrados os deslocamentos das partículas sólidas e fluidas e também a diferença entre eles. Estes traços são mostrados na Fig. 7. Tomando o primeiro traço sísmico da Fig. 7 (equação com densidade constante), como traço de referência, a Fig. 8 mostra os traços sísmicos das três equações subtraídos do traço de referência para fazer uma comparação mais detalhada com relação às amplitudes. Para melhorar a visualização, a amplitude dos traços, na Fig. 8, foi multiplicada por três em relação à escala da Fig. 7, onde podemos observar que as equações com densidade constante e com densidade variável só se distingue onda refletida, enquanto que o sistema de Biot apresenta uma forte diferença também na onda direta, comparada com as outras duas equações.



**Figura 7** - Cinco traços sísmicos, registrados na posição do receptor  $R_1$  do primeiro modelo, correspondentes à solução numérica das equações: densidade constante, densidade variável, parte sólida do sistema de Biot, parte fluida do sistema de Biot e diferença entre as partes sólida e fluida.

**Figure 7** - Five seismic traces, recorded at the geophone location  $R_1$  in the first model, corresponding to the numerical solution of the following equations: constant density, variable density, the Biot system solid part contribution, the Biot system fluid part contribution and also the difference between the solid and fluid parts.

E por último foram realizados nove testes com o objetivo de verificar o comportamento das três equações com relação às variações dos parâmetros: porosidade ( $\phi$ ), permeabilidade ( $\kappa$ ) e viscosidade ( $\eta$ ).



**Figura 8** - Traços sísmicos correspondentes aos primeiros 4 (quatro) traços da figura anterior, subtraídos do traço sísmico gerado pela solução com diferenças finitas da equação da onda com densidade constante.

*Figure 8* - Seismic traces corresponding to the first four traces of Fig. 7 subtracted by the trace generated with the finite difference solution of the constant density wave equation.

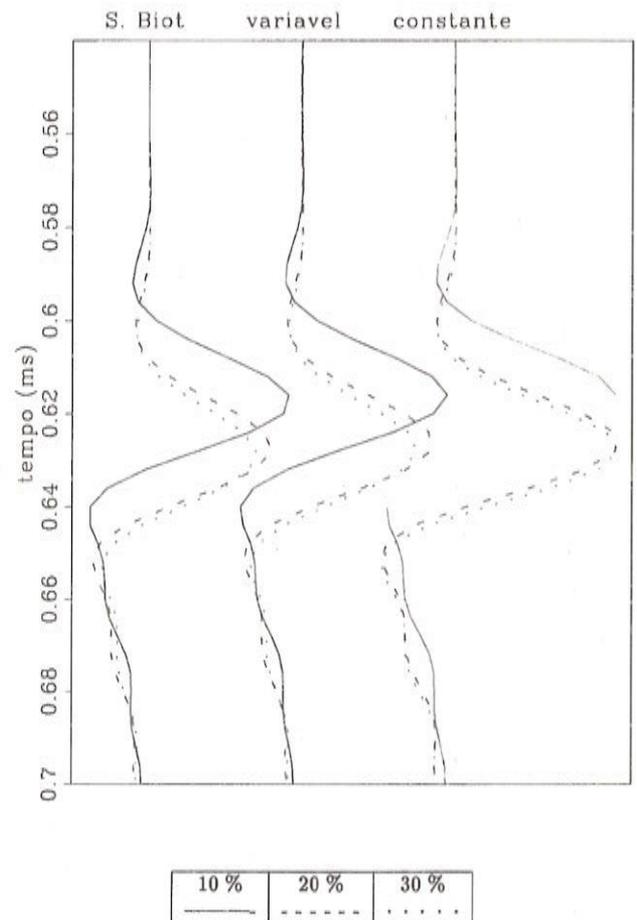
Os valores destes parâmetros são mostrados na Tab. 2. Estas variações só ocorrem na primeira camada e os demais dados são os mesmos mostrados na Tab. 1:

TABELA II	TESTES COM: ( $\phi, \kappa, \eta$ )								
testes	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\phi$ (%)	10	20	30	30	30	30	30	30	30
$\kappa$ (mD)	400	400	400	10	400	8000	400	400	400
$\eta$ (cP)	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	20	100
$k_0$ ( $\times 10^9 N/m^2$ )	1,8	1,0	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
$k$ ( $\times 10^9 N/m^2$ )	8,8	7,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3
$r$	5,5	3,0	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17	2,17
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2250	2100	1950	1950	1950	1950	1950	1950	1950
$V_p$ (m/s)	2620	2579	2574	2574	2574	2574	2574	2574	2574
$f_c$ (KHz)	22	44	66	2700	66	0,33	130	2700	66000

**Tabela 2** - Testes com variações em porosidade e permeabilidade do meio e viscosidade do fluido.

*Table 2* - Tests done with variable porosity, permeability and viscosity.

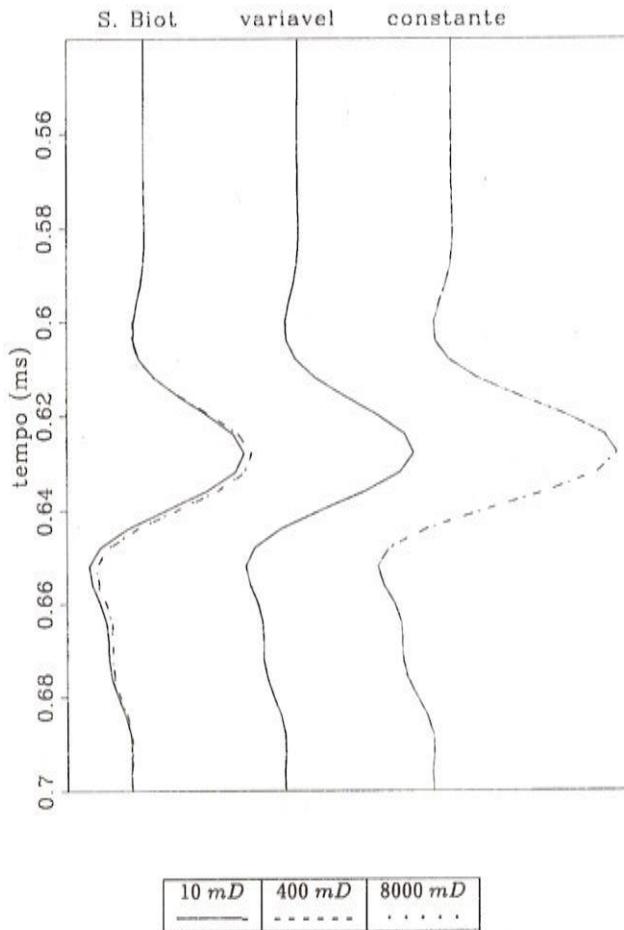
Os resultados destes testes são mostrados nas Figs. 9, 10 e 11, para as variações de ( $\phi$ ), ( $\kappa$ ) e ( $\eta$ ), respectivamente. Com relação à variação de porosidade, pode-se observar que há um aumento do tempo de chegada da onda, devido ao aumento da porosidade, e esta diferença no tempo de chegada é praticamente a mesma para as três equações consideradas. Porém a atenuação da onda é observada nos dois últimos casos, ou seja, equação da onda com densidade variável e sistema de Biot. Isto se deve às derivadas de primeira ordem, presentes nestas duas últimas equações.



**Figura 9** - Comparação da modelagem feita pelas três equações: equação com densidade constante, equação com densidade variável e sistema de Biot, a partir dos traços sísmicos registrados no receptor 2 do primeiro modelo, considerando a variação da porosidade ( $\phi$ ).

*Figure 9* - Comparison of the modeling results obtained from the three equations: constant density, variable density and Biot's system, using the receiver location R2 of the first model and taking into consideration variations in porosity ( $\phi$ ).

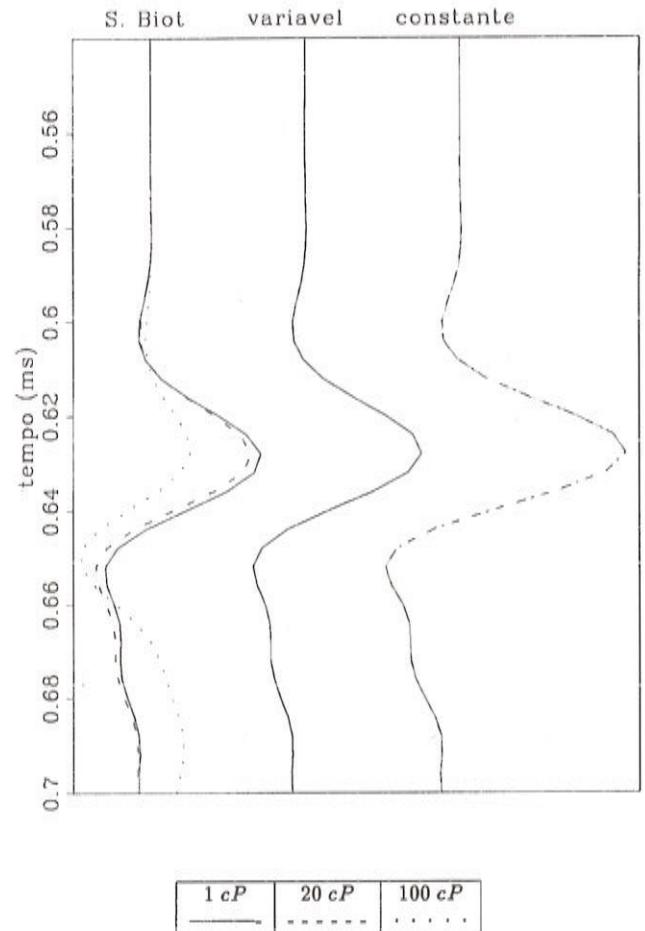
No caso da variação de viscosidade e permeabilidade, vide Figs. 10 e 11, as duas primeiras equações não conseguem distinguir esta variação. Para valores grandes de viscosidade, o sistema de Biot mostra uma atenuação na onda. Isto é devido à influência da derivada de primeira ordem no tempo, existente no algoritmo.



**Figura 10** - Comparação da modelagem feita pelas três equações: equação com densidade constante, equação com densidade variável e sistema de Biot, a partir dos traços sísmicos registrados no receptor 2 do primeiro modelo, considerando a variação da permeabilidade ( $k$ ).

*Figure 10* - Comparison of the modeling results obtained from the three equations: constant density, variable density and Biot's system, using the receiver location R2 of the first model and taking into consideration variations in permeability ( $\kappa$ ).

É interessante mostrar que no caso de um valor muito grande de permeabilidade, podemos observar, na Fig. 10, que a onda está menos distorcida, considerando o sistema de Biot. O fato da permeabilidade ser muito grande faz o mesmo efeito quando temos um valor de viscosidade muito pequeno, ou seja, a influência da derivada temporal de primeira ordem, na equação de Biot, torna-se bem reduzida, o que suprime o efeito da atenuação da onda e também o problema da instabilidade do algoritmo.



**Figura 11** - Comparação da modelagem feita pelas três equações: equação com densidade constante, equação com densidade variável e sistema de Biot, a partir dos traços sísmicos registrados no receptor 2 do primeiro modelo, considerando a variação da viscosidade ( $\eta$ ).

*Figure 11* - Comparison of the modeling results obtained from the three equations: constant density, variable density and Biot's system, using the receiver location R2 of the first model and taking into consideration variations in viscosity ( $\eta$ ).

TABELA III		DADOS E PARÂMETROS DO MODELO M2												
ca- mada	$k_s$	$k_f$	$\mu$	$k_o$	$k$	$\rho_s$	$\rho_f$	$\rho$	$\kappa$	$\eta$	$\phi$	$f_c$	$\tau$	$V_{p_1}$
	$\times 10^9 N/m^2$					$kg/m^3$			$mD$	$cP$	%	Khz	-	$m/s$
1	15	8	7	7,5	15	2500	1000	2460	3	0,6	2	240	25,5	3197
2	14.5	3	7	1,3	8.5	2650	800	2280	400	0,1	20	4,5	3	2794
3	15	8	7	7,5	15	2500	1000	2460	3	0,6	2	240	25,5	3197

Tabela 3 - Dados e parâmetros do modelo M2.

Table 3 - Parameters of model M2.

O segundo modelo tenta simular uma situação onde podemos encontrar interfaces inclinadas e falhas apresentando quinas de difração. A geometria deste modelo está ilustrada na Fig. 12. A Tab. 2 apresenta os dados parâmetros calculados de acordo com as relações empíricas deste modelo, onde  $V_{p_1}$  é a velocidade compressional da onda de primeira espécie calculada a partir da relação empírica de Geertsma & Smit (1961).

A propagação do campo de onda neste modelo é mostrada através de instantâneos, na Fig. 13, para 2 (dois) instantes de tempo de 0,3 e 0,5 segundos, evidenciando as reflexões nas interfaces inclinadas e a difração gerada pela quina da falha. A Fig. 14 mostra dois sismogramas, um registrado na superfície e outro registrado na direção vertical simulando um VSP-Vertical Seismic Profile.

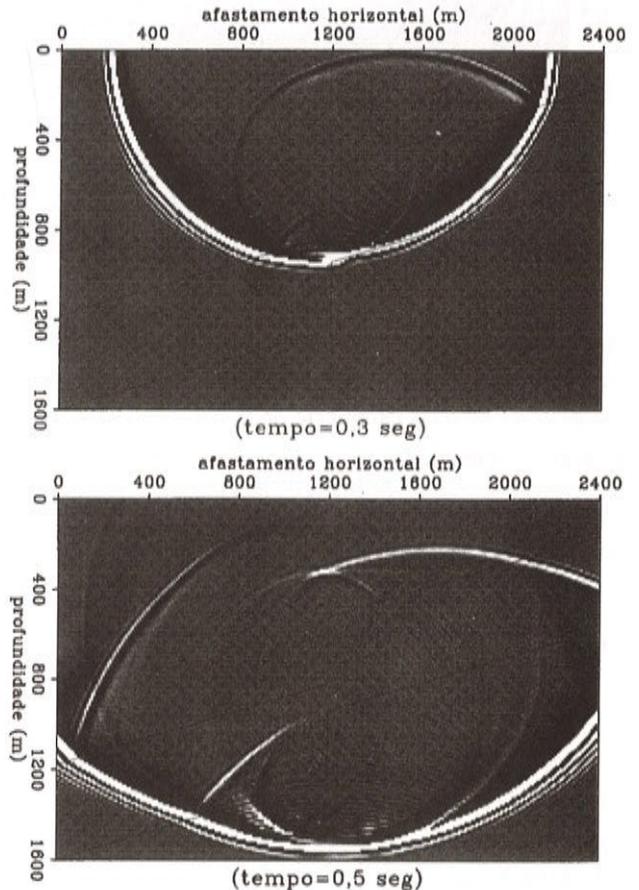
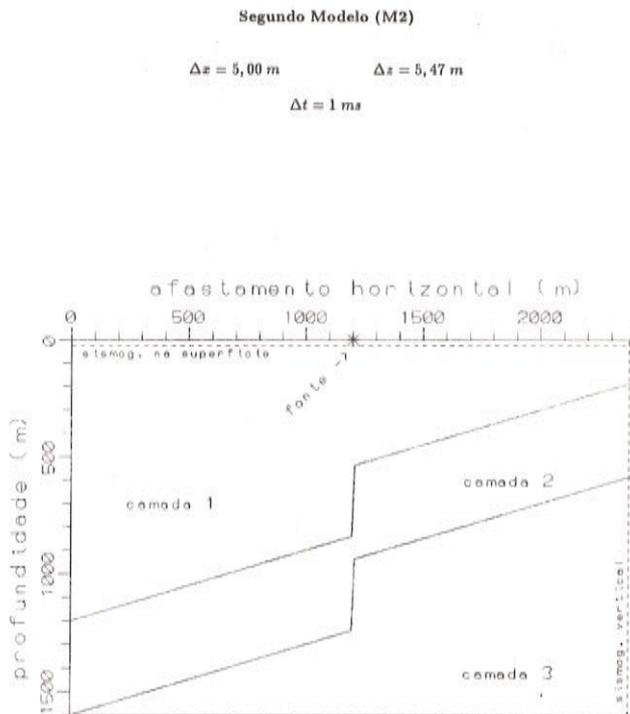
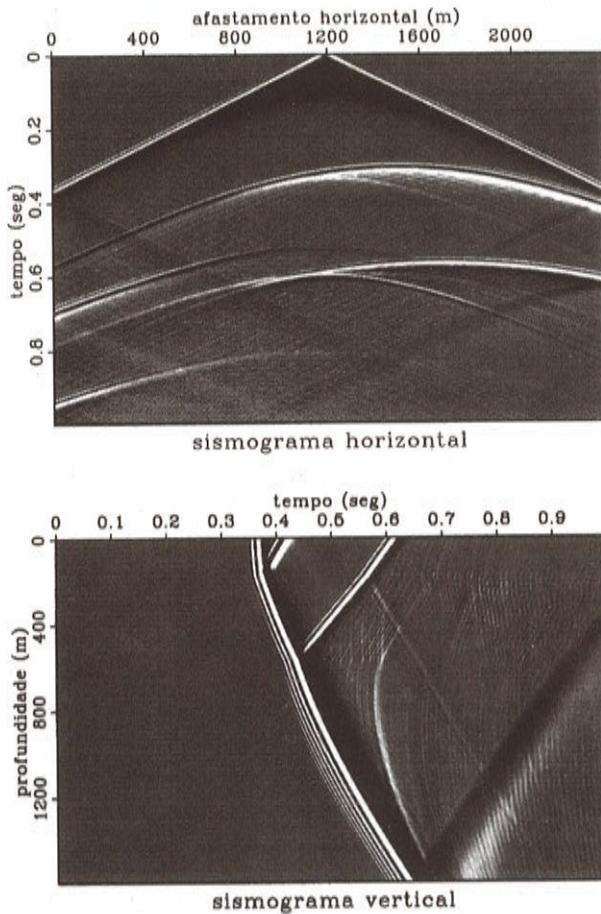


Figura 12 - O segundo modelo simula um meio geométrico com três camadas inclinadas com uma falha vertical.

Figure 12 - The second model consisting of three dipping layers and a vertical fault.

Figura 13 - Instantâneos da propagação de ondas sísmicas no segundo modelo nos instantes de tempo de 0,3 e 0,5 segundos.

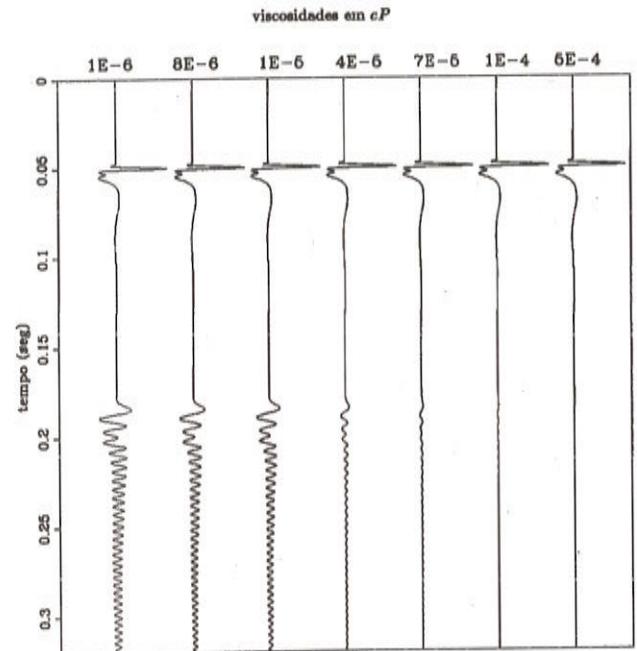
Figure 13 - Snapshots of seismic waves propagating through the second model at the time instants of 0.3 and 0.5 seconds.



**Figura 14** - Sismogramas correspondentes às famílias de tiros comuns registrados na superfície e na vertical, gerados pelo registro do campo de onda que propaga através do segundo modelo.

*Figure 14* - A surface shot-gather and a vertical shot-gather generated by recording the wavefield across the second model.

Inequivocadamente a grande vantagem da modelagem numérica da propagação de ondas em meios poro-acústicos por diferenças finitas usando o sistema de equações de Biot é a obtenção das ondas P-lenta e P-rápida, vide Pinheiro Neto (1994) e Pinheiro Neto & Botelho (1995). A onda P-lenta é muito sensível à viscosidade do meio, a Fig. 15 ilustra o desaparecimento da onda P-lenta em função do aumento da viscosidade, considerando os parâmetros petrofísicos empregados neste trabalho e a função fonte de acordo com a Fig. 1.



**Figura 15** - Efeito da viscosidade na atenuação da onda P de segunda espécie. Os traços referem-se ao deslocamento relativo entre as partículas sólida e fluida da equação de Biot.

*Figure 15* - Influence of viscosity on the attenuation of the slow P wave. The traces show the relative particles displacement between the solid and the fluid parts of the Biot's equation.

## CONCLUSÕES

O uso da equação acústica da onda com densidade variável ressalta com mais intensidade o sinal de reflexão se encontrarmos uma interface com baixo contraste de velocidade, porém com expressiva diferença de densidade. A equação com densidade variável e o sistema de Biot consegue expressar com mais realidade a propagação da onda neste meio, comparados com a equação da onda com densidade constante.

A equação de Biot é sensível às variações dos parâmetros permeabilidade e viscosidade, o que não ocorre com as duas primeiras equações. O aumento do tempo de chegada da onda devido ao aumento da porosidade é coincidente para as três equações. Entretanto, a equação com densidade variável e o sistema de Biot apresentam, neste caso, uma atenuação na onda, isto devido ao efeito atenuador da derivada de primeira ordem, presente nestas duas equações.

Considerando os valores de viscosidades encontrados nos fluidos existentes nos modelos reais, torna-se difícil observar a onda compressional de segunda espécie pre-

vista pela teoria de Biot (1956a), pois a faixa de valores em que a onda de segunda espécie é observada está bem abaixo do real, mesmo assim supõe-se que para valores reduzidos das dimensões dos modelos e com frequência de propagação mais alta, na faixa de ultra-som, pode-se realizar a propagação da segunda onda sem que ela seja totalmente atenuada.

O uso conjunto da equação da onda com densidade constante, da equação da onda com densidade variável, levando em consideração relações empíricas que descrevem o meio bifásico e também do próprio sistema de equações de Biot no cálculo do campo de ondas sísmicas que atravessa meios porosos, permite descrever com mais precisão as variações dos parâmetros deste meio que simula reservatórios. Portanto é possível usar a modelagem que simula os meios bifásicos como forma de interpretar os dados, tendo em conta as amplitudes e os tempos de chegadas das ondas sísmicas, no processo de caracterização dos reservatórios.

## REFERÊNCIAS

- ALFORD R.M., KELLY, K.R. & BOORE, D.M. - 1974 - Accuracy of finite-difference modeling of acoustic wave equation. *Geophysics*, **39**: 834-841.
- ALTERMAN, Z. & KARAL, F. C. - 1968 - Propagation of elastic waves in latered media by finite difference methods. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **58(1)**: 367-398.
- ALTERMAN, Z. & KORNFELD, P. - 1968 - Finite difference solution for pulse propagation in a sphere. *Israel J. of Technology*, **6**: 138-149.
- ALTERMAN, Z. & LOEWENTHAL, D. - 1970 - Seismic waves in a quarter and three-quarter plane. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **20**: 101-126.
- BERRYMAN, J. G. - 1980 - Long-wavelength propagation in composite elastic media, I. Spherical inclusions. *J. Acoust. Soc. Am.*, **77**: 954-961.
- BIOT, M. A. - 1956a - Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I: Low frequency range. *J. of Acous. Soc. Amm.*, **28**: 168-178.
- BIOT, M. A. - 1956b - Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, II: Higher frequency range. *J. of Acous. Soc. Amm.*, **28**: 179-191.
- BIOT, M. A., - 1962 - Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media, *J. of Acous. Soc. Amm.*, **34**: 1254-1264.
- BOORE, D. M. - 1972 - Finite-difference methods for seismic wave propagation in heterogeneous material. In Adler, B., Fernbach, S. & Rotenberg, M., (Eds.), *Methods in computation physics*, 2; Academic Press, 1-37.
- BOTELHO, M. A. B. - 1986 - Modelamento Sísmico na Baía do Recôncavo usando a técnica de traçamento de raios. Tese de Doutorado, PPPG/UFBA.
- BOTELHO, M. A. B. & PINHEIRO NETO, V., - 1995 - Acoustic Modelling in Biot Media. Expanded Abstract, 57th EAEG Meeting, Glasgow.
- BOURBIÉ, T., COUSSY, O., & ZINSZNER, B. - 1987 - Acoustics of porous media. Paris, Gulf Publ. Co.
- CERVENÝ, V., MOLOTOV, I.A. & PŠENCÍK, I. - 1977 - Ray method in seismology, Praha, Univ. Kerlova.
- GASSMANN - 1951 - Elastic waves through a packing of spheres. *Geophysics*, **16**: 673-685.
- GEERSTMA, J. & SMIT, D.C. - 1961 - Some aspects of elastic wave propagation in fluid-saturated porous solids. *Geophysics*, **26**: 169-181.
- HASSANZADEH, S. - 1991 - Acoustic modeling in fluid-saturated porous media. *Geophysics*, **56**: 424-435.
- ILAN, A. & LOEWENTHAL, D. - 1976 - Instability of finite difference schemes due to boundary conditions in elastic media. *Geophys. Prosp.*, **24**: 431-453.
- KELLY, K.R., WARD W. R., TREITEL, S. & ALFORD, R. M. - 1976 - Synthetic seismograms: A finite-difference approach. *Geophysics*, **41**: 2-27.
- OTTAVIANI, M. - 1971 - Elastic-wave propagation in two evenly wilded quarter spaces. *Bull. Seis. Soc. Am.*, **61**: 1119-1152.
- PINHEIRO NETO, V. - 1994 - Modelamento de dados sísmicos de reflexão e transmissão em meios bifásicos. Dissertação de Mestrado, PPPG/UFBA.
- PINHEIRO NETO, V. & BOTELHO, M. A. B. - 1996 - Solução do sistema de equações de Biot para meios acústicos porosos usando diferenças finitas. *Revista Bras. de Geofísica*, **14(2)**: 131-145.
- TSINGAS, C., VAFIDIS, A. & KANASEWICH, E. R. - 1990 - Elastic wave propagation in transverse isotropic media using finite-differences. *Geophys. Prosp.*, **38**: 933-949.
- VIRIEUX, J.E. - 1986 - PS-V wave propagation in heterogeneous media; velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, **51**: 889-901.
- WHITE - 1983 - Underground sound: application of seismic waves. Elsevier, Amsterdam.
- ZHU, X. & McMECHAN, G. A. - 1991 - Numerical simulation of seismic responses of poroelastic reservoirs using Biot theory. *Geophysics*, **56**: 328-339.

Submetido em: 23/01/95

Revisado pelo(s) autor(es) em: 01/06/96

Aceito em: 05/06/96