

APLICAÇÕES DO FILTRO DE FEIXES GAUSSIANOS: MIGRAÇÃO E SEPARAÇÃO DE ONDAS P-SV

R. da Cruz Pestana¹ & R. M. Valença²

O presente trabalho mostra aplicações práticas para o filtro de feixes gaussianos, proposto por Pestana (2º Congresso Int. da SBGf, Salvador, BA, 1991). Este filtro tem a propriedade de sintetizar feixes gaussianos a partir dos dados sísmicos registrados para qualquer ponto da superfície ($z = 0$) e qualquer direção angular. É composto por dois parâmetros, independentes do modelo sísmico, que aparecem quando se faz a posição da fonte e o tempo complexos na representação clássica de uma fonte pontual. Assim, o filtro de feixes gaussianos é uma nova técnica para sintetizar feixes a partir de dados sísmicos e sugere várias aplicações práticas em sua utilização. Os feixes gaussianos são entidades no domínio da frequência que combinam as propriedades direcionais das ondas planas com uma região de suporte finita; com isto, podemos tirar vantagens para a realização de procedimentos que são úteis no processamento de dados sísmicos. Depois de uma completa demonstração do filtro proposto, fazemos a primeira aplicação prática: migração de dados empilhados. Para tanto, o modelo a ser migrado é discretizado em uma malha regular, onde a extrapolação descendente se dá através de um operador baseado na função de Green para o espaço livre. A contribuição de cada feixe é somada, para valores de frequências determinadas, e a seção migrada final é obtida após a aplicação da condição de imagem; os resultados deste método apresentam menores efeitos de borda e sensível redução dos ruídos de migração. Outra aplicação prática para o filtro de feixes gaussianos que apresentamos neste trabalho, é a separação do campo elástico de ondas em suas componentes P e SV. Para o método aqui apresentado é preciso que as velocidades das ondas P e SV sejam conhecidas na camada próxima à superfície. Novamente, usamos o filtro para decompor os dados sintéticos (registrados em duas componentes) nos respectivos feixes. Fazemos uma transformada $\tau - p$ e após a aplicação de uma matriz de rotação temos as ondas separadas em suas respectivas componentes.

Palavras-Chave: Feixes gaussianos; Migração; Separação de ondas P e SV.

APPLICATIONS OF THE GAUSSIAN BEAM FILTER: MIGRATION AND SEPARATION OF P-SV WAVES - *This work shows practical applications to the gaussian beam filter suggested by Pestana (1991). This filter can expand the seismic data, recorded in $z = 0$, into gaussian beams, for all offsets and all angular directions. It is formed by two parameters which are independents of the seismic model. These two parameters result from making both the source-point coordinate and the travel time complex in the classical representation of the point-source response. Gaussian beams are frequency-domain entities which combine the directional properties of plane waves with a finite support. After a complete demonstration of the filter, we show the first practical application: migration of zero offset data. The model that will be migrated, must be discretized into a regular grid, where the downward extrapolation is performed by an operator based in the free-space Green's function. The contribution for each beam is summed in each frequency and the final migration is obtained after imaging. The results present little edge effect and reductions in migration noises. We also present another practical application, which is the separation of elastic wavefield. The velocities in the layer near the surface must be known. Again, we use the filter to expand two dimensional data into gaussian beams. Performing a $\tau - p$ transform and using a rotation matrix, we can get the wave field separated into the components P and SV.*

Key words: Gaussian Beam; Migration; Separation of P-SV waves.

¹Depto. de Geofísica Nuclear, Instituto de Física/PPPG
Univ. Fed. da Bahia, Rua Barão de Geremoabo, 123
Campus Universitário da Federação - Salvador/BA - CEP 40210-290
E-mail: reynam@pppg.ufba.br
²Petrobrás/Dexba/Dirgef
Av. ACM, 1113 - Itagira - Salvador/BA - CEP 41856-900

INTRODUÇÃO

A utilização de feixes gaussianos na geofísica de exploração, principalmente em sísmica para exploração de petróleo, foi citada na literatura a partir do início da década passada. Surgiram algoritmos para a decomposição dos dados sísmicos em feixes gaussianos, como os propostos por Cervený et al. (1982), o método do empilhamento de feixes demonstrado por Raz (1987), entre outros. Mais recentemente surgiu uma nova técnica para decomposição de dados sísmicos em feixes gaussianos. Primeiramente Tygel et al. (1991) apresentaram um filtro que tem a propriedade de transformar dados sísmicos de fonte pontual em feixes gaussianos. O filtro é constituído de dois parâmetros, independentes do modelo sísmico, que aparecem quando fazemos a posição da fonte e o tempo complexos na representação clássica da resposta de uma fonte pontual (técnica denominada de "Complex Space-Time Beam"- CST-BEAM). Este filtro, apesar de eficiente, só permite a decomposição dos dados em feixes com incidência normal. Posteriormente, Pestana (1991) apresentou uma extensão do filtro inicial de modo a criar uma independência angular e poder sintetizar feixes em todas as direções. É com essa nova técnica que faremos a decomposição dos dados sísmicos em feixes gaussianos para realizar a separação do campo de ondas e migração.

No final da década passada os trabalhos de Costa (1989) e Hill (1990) são alguns exemplos que podemos citar, mostraram que a migração com os feixes gaussianos é um método estável e que permite a migração de frequências estabelecidas e, se necessário, de apenas algumas zonas em subsuperfície de interesse específico. Usando o filtro de feixes gaussianos estaremos utilizando uma nova técnica de decomposição dos dados sísmicos e vemos que a migração não apresenta resultados diferentes dos já obtidos anteriormente, comprovando a validade do novo filtro e demonstrando as vantagens do método como, por exemplo, a redução dos ruídos de migração. A aplicação em dados sintéticos com modelos geológicos de complexidades variadas demonstra a validade da migração.

O filtro também foi utilizado para decompor campos de ondas elásticas bidimensionais, com o objetivo de se fazer a separação das componentes longitudinal e cisalhante. Vários métodos para separação dos campos elásticos já foram apresentados e estão bem discutidos na literatura geofísica para exploração de petróleo, entre os quais a decomposição do campo original em ondas planas. Com o filtro, o campo

será decomposto em feixes gaussianos, ao invés de ondas planas, e a separação apresentará menores ruídos, causados pelos traços mais perto e mais afastados, que comumente estão presentes na decomposição e separação com ondas planas, devido à característica dos feixes de possuírem um suporte espacial finito.

O FILTRO DE FEIXES GAUSSIANOS

Filtro de Incidência Normal

Tygel et al. (1991) apresentaram um filtro de feixes gaussianos usando parâmetros complexos na resposta clássica da fonte pontual (CST-BEAM) para meios horizontalmente estratificados. No caso bidimensional, o filtro possui a seguinte representação no domínio $k_x - \omega$:

$$B^{\epsilon, \mu}(k_x, \omega) = e^{-i(\omega \epsilon - \mu k_x)}, \quad (1)$$

onde

$$\bullet k_x = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_0^2} - k_z^2};$$

- v_0 é a velocidade da camada próxima à superfície;
- μ é a posição complexa da fonte pontual;
- $\epsilon > \frac{\mu}{v_0}$ por razões de convergência.

O filtro acima é constituído apenas de dois parâmetros que são independentes do modelo sísmico. A única dependência existente no filtro é que a velocidade da primeira camada do modelo deve ser conhecida. Assim apresentado, o filtro permite a transformação de sismogramas de fonte pontual em sismogramas de feixes que se propagam essencialmente na direção vertical.

O filtro sugerido neste trabalho, para a decomposição de dados sísmicos em dados de feixes gaussianos, segundo os trabalhos de Cervený et al. (1982) e Hill (1990), no domínio $\omega - x$, é dado pela seguinte expressão:

$$b_m^{\epsilon, \mu}(x, \omega) = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\omega(\epsilon - \mu/v_0)} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4\alpha}}, \quad (2)$$

com

$$\alpha = \frac{\mu v_0}{2\omega} \quad (3)$$

Este filtro é uma versão aproximada do filtro apresentado na Eq. (1), conforme demonstrado no Apêndice A.

O filtro representa uma função, para valores de ω constante, do tipo gaussiana, onde o parâmetro α tem um papel significativo, pois representa a largura do feixe: o feixe gaussiano varia sua largura em função da frequência, para um dado valor de velocidade v_0 . Podemos também fazer um deslocamento horizontal ao longo do eixo x de uma quantidade x_m , resultando em feixes com posições diferenciadas na superfície. Desta forma, fazendo-se $x_m = 0$ não haverá deslocamento dos feixes na superfície.

O Filtro com Variação Angular

Posteriormente, Pestana (1991) apresentou um filtro de feixes gaussianos, também usando o método de CST-BEAM, que pode transformar sismogramas de fonte pontual em sismogramas de feixes, com os feixes gaussianos propagando-se em qualquer direção.

O novo filtro de feixes gaussianos pode ser obtido apenas introduzindo-se o deslocamento de fase $p_n = \sin\theta_n/v_0$, onde p_n é parâmetro do raio central do feixe e indica a direção de propagação do feixe. Assim, a expressão para o filtro de feixes passa a ser:

$$b_{p_n}^{\epsilon, \mu}(x, \omega) \cong \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\omega(\epsilon - \mu/v_0)} e^{-\frac{x^2}{4\alpha}} e^{i\omega p_n x}, \quad (4)$$

que representa um filtro que tem a propriedade de transformar sismogramas de fonte pontual em sismogramas de feixes gaussianos para qualquer direção angular.

Este é um filtro mais geral e difere do apresentado por Pestana (1991) apenas pelo fator de fase, que foi introduzido de forma a se criar uma dependência angular. O fator $e^{i\omega p_n x}$ representa uma modulação dos feixes gaussianos.

DECOMPOSIÇÃO DE CAMPOS DE ONDAS FEIXES GAUSSIANOS

Decomposição em Ondas Planas

Com o intuito de mostrar que qualquer campo de onda, registrado em $z = 0$, pode ser decomposto em feixes gaussianos, iremos, inicialmente, examinar a decomposição em feixes gaussianos de uma onda plana, pois este é o campo de onda mais simples que se pode construir.

Desta forma, podemos aproximar a seguinte onda plana,

$$u(x, z = 0, \omega) = e^{ikx} \quad (5)$$

que chega à superfície $z = 0$, como sendo a soma de diferentes feixes gaussianos deslocados de x_m ; inicialmente, usaremos uma soma de feixes gaussianos deslocados para representar a unidade, da seguinte forma:

$$1 = \frac{a}{2\sqrt{\alpha\pi}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-x_m)^2}{4\alpha}} \quad (6)$$

A equação acima é um caso particular ($k = 0$), de uma aproximação mais geral, mostrada no apêndice B. Combinando a Eq. (5) e a aproximação (6), podemos representar a onda plana como uma soma de feixes gaussianos:

$$u(x, z = 0, \omega) = e^{ikx} = \frac{a}{2\sqrt{\alpha\pi}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-x_m)^2}{4\alpha}} e^{ikx} \quad (7)$$

Decomposição de um Campo de Onda Genérico

A decomposição feita inicialmente para ondas planas pode ser usada para generalizar a decomposição em feixes gaussianos de qualquer campo de onda $u(x, z = 0, t)$.

Com a transformada de Fourier bidimensional podemos decompor o campo de onda $u(x, z = 0, t)$ em ondas planas e, conseqüentemente, as ondas planas podem ser decompostas em feixes gaussianos.

A transformada bidimensional de Fourier é definida por:

$$u(x, z = 0, t) = \sum_{\omega} \sum_k U(k, \omega) e^{i(kx - \omega t)}, \quad (8)$$

Desta forma, um método direto para decompor $u(x, z = 0, t)$ em feixes gaussianos é descartar as componentes evanescentes e em seguida expandir o fator e^{ikx} (onda plana), que aparece na Eq. (8), em feixes gaussianos, e dado por:

$$e^{ikx} = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-x_m)^2}{4\alpha}} e^{ikx}, \quad (9)$$

com as seguintes restrições:

$$2\sqrt{\alpha} > a \quad (10)$$

e

$$\frac{\pi}{\sqrt{\alpha}} \gg |k| \quad (11)$$

ou

$$\frac{2\pi}{a} \gg |k|, \quad (12)$$

com a representando o afastamento entre os feixes que chegam à superfície. As restrições acima são devido às aproximações apresentadas no apêndice B.

A TRANSFORMADA DE GABOR E O FILTRO DE FEIXES GAUSSIANOS

Podemos usar a transformada de Gabor sendo a função janela representada pelo filtro de feixes gaussianos descrito acima, para decompor sismogramas de fonte pontual em sismogramas de feixes. Assim, da mesma forma que na transformada de Gabor, o filtro de feixes $b_{m,n}^{\epsilon,\mu}$ pode representar a função janela (que tem largura definida pelo parâmetro $\alpha = \mu v_0/2\omega$) e que ao ser multiplicado, no domínio da frequência, com o campo de onda registrado na superfície, isto é, $U(x, z=0, \omega)$, teremos:

$$U_{m,n}^{\epsilon,\mu}(x, \omega) = b_{m,n}^{\epsilon,\mu}(x, \omega) \cdot U(x, z=0, \omega), \quad (13)$$

onde $U_{m,n}^{\epsilon,\mu}(x, \omega)$ representa apenas um feixe específico para cada valor de m e n . Desta forma, teremos vários feixes gaussianos resultantes da decomposição do campo de ondas original.

É importante notar que, se realizarmos o somatório dos feixes, podemos recompor o campo de onda (Costa, 1989; Hill, 1990):

$$U(x, z=0, \omega) = \sum_{m,n} U_{m,n}^{\epsilon,\mu}(x, \omega) \quad (14)$$

Este fato é de extrema importância, pois somando feixes já migrados podemos obter a seção migrada total ou só de alguns feixes de interesse, assim como somando apenas os feixes da parte longitudinal ou transversal, podemos obter o campo separado em ondas P e SV.

MIGRAÇÃO COM FEIXES GAUSSIANOS

A migração com feixes gaussianos surgiu recentemente como um método alternativo que apresenta vantagens em relação a alguns métodos consagrados no domínio da frequência (Stolt e Phase-Shift). Este trabalho de migração com feixes gaussianos utiliza uma metodologia diferente na decomposição do campo original através do filtro feixes gaussianos apresentado.

Migração em Meios Homogêneos

A resposta para fonte pontual no domínio da frequência (função de Green para o espaço livre), para um operador de Helmholtz em duas dimensões, é dado por

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) \cong [8\pi k|\vec{r} - \vec{r}'|]^{-1/2} \exp\left[ik|\vec{r} - \vec{r}'| + \frac{i\pi}{4}\right] \quad (15)$$

onde:

- $H_0^{(1)}$ é a função de Hankel de ordem zero do primeiro tipo,
- \vec{r} é o vetor posição dado por $\vec{r} = x\vec{i} + z\vec{k}$ e \vec{r}' é a posição da fonte.

Quando fazemos a posição complexa na representação clássica de uma fonte pontual, do tipo $\vec{r}' = i\mu\vec{k}$, ainda teremos uma solução que satisfaz a equação da onda e podemos usar a função de Green acima para realizar a extrapolação dos feixes gaussianos, conforme Deschamps (1971).

O lado direito da Eq. (15) é uma aproximação assintótica para $G(\vec{r}, \vec{r}')$. Assumindo uma rotação nos eixos coordenados para os eixos centrados nos feixes x_r, z_r , expresso na forma:

$$\begin{aligned} x_r &= (x - x_m) \cos \theta_n + (z - z_0) \sin \theta_n \\ z_r &= (x - x_m) \sin \theta_n - (z - z_0) \cos \theta_n \end{aligned} \quad (16)$$

com x_m a posição da janela no eixo horizontal e z_0 a profundidade que se quer migrar; considerando na região paraxial caracterizada por $|z_r - i\mu|^2 \gg x_r^2$ e fazendo-se uma expansão onde são desprezados os termos de ordem maiores que 2, poderemos reescrever a Eq. (15) de forma aproximada e mais simplificada da seguinte maneira:

$$G_{m,n}(x_r, z_r) \cong \omega^{3/4} \left(\frac{-i\mu}{z_r - i\mu} \right)^{1/2} \exp \left\{ ik \left[z_r + \frac{x_r^2}{2(z_r - i\mu)} \right] \right\} \quad (17)$$

onde k é o número de onda, $k = \omega/v$ e ω é a frequência,

válida para $k\mu \rightarrow \infty$ e $\left| \frac{x_r}{z_r - i\mu} \right| \rightarrow 0$.

A expressão de $G(x_r, z_r)$ (Eq. (17)) representa, segundo Raz (1987), basicamente o operador de propagação que será utilizado para a extrapolação do campo de onda no processo de migração.

Em todos os dados a serem migrados neste trabalho, o processo utilizado é basicamente invariável: primeiramente idealizamos o modelo em profundidade que queremos migrar. Definimos uma seção sísmica do tipo "zero-offset" em $x-t$. Fazemos a decomposição em feixes do campo de onda para diversos valores de janela (x_m) e ângulos de propagação (θ_n), ficando com várias seções $\omega-p$ para cada valor da posição da janela. Agora, para cada seção $\omega-p$ aplica-se o complexo conjugado do operador $G_{m,n}(x_r, z_r)$, representado na Eq. (17) que recupera a seção em profundidade $x-z$. Todas as respostas são então somadas e temos o resultado final da migração em profundidade.

Esquemáticamente, podemos representar o processo de decomposição em feixes e migração da seguinte maneira: com a seção em $x-t$, $U(x,t)$, passamos para o domínio da frequência, $\tilde{U}(x,\omega)$, e fazemos a decomposição em feixes utilizando o filtro:

$$\tilde{U}_{m,n}(x,\omega) = \tilde{U}(x,\omega) \times b_{m,n}^{e,41}(x,\omega) \quad (18)$$

onde:

- $\tilde{U}_{m,n}(x,\omega)$ representa um feixe gaussiano para uma determinada posição fixa da janela x_m e um ângulo de propagação (n);

- $b_{m,n}^{e,41}(x,\omega)$ é o filtro de feixes gaussianos.

Agora com o campo de ondas já decomposto em feixes, podemos fazer a depropagação dos feixes até a profundidade desejada de migração para cada valor de janela e para todos os valores de θ_n . Para a depropagação usamos o operador $G_{m,n}^*(x_r, z_r)$; desta forma, o campo migrado para um valor específico de "m" (posição de janela) será dado por:

$$U_m(x, z) = \tilde{U}_{m,n}(x, \omega) \times G_{m,n}^*(x_r, z_r) \quad (19)$$

onde $G_{m,n}^*(x_r, z_r)$ é o complexo conjugado do operador $G_{m,n}(x_r, z_r)$.

Finalmente, a seção migrada em profundidade será obtida fazendo-se a soma de todas as seções migradas em profundidade para os diversos valores de janela, de forma que:

$$U(x, z) = \sum_m U_m(x, z) \quad (20)$$

É importante notar que podemos fazer a migração dentro de limites pré-estabelecidos de frequência f_{\min} e f_{\max} e para valores específicos de θ_n , colocando, por exemplo, um incremento em p_n - parâmetros de raio - igual a 3, 6, 10, etc., aumentando consideravelmente a velocidade da migração.

Migração em Meios Verticalmente Estratificados

Para fazermos a migração de dados sísmicos em meios que apresentam variação vertical de velocidade (verticalmente estratificados), o procedimento com feixes gaussianos não apresenta maiores dificuldades. O ponto básico consiste em se fazer a migração a partir das camadas que apresentam velocidades constantes e depois a depropagação dos feixes sintetizados na superfície para as camadas mais abaixo e assim sucessivamente. O operador usado para realizar a extrapolação descendente dos feixes é:

$$e^{ik_z \Delta z}, \quad (21)$$

com

$$k_z \sqrt{\frac{\omega^2}{v(z)^2} - p_n^2},$$

onde p_n é o parâmetro de raio.

Assim, podemos fazer a depropagação dos feixes desde a superfície até a próxima interface (dentro de uma camada com velocidade constante), na forma:

$$\tilde{U}_{m,n}(x, z + \Delta z, \omega) = \tilde{U}_{m,n}(x, \omega) \exp \left[i\omega \sqrt{\frac{1}{v(z)^2} - p_n^2} \Delta z \right] \quad (22)$$

e depois usamos o operador de migração, Eq. (17), para realizar a migração até a profundidade de interesse, sempre utilizando a Eq. (22) toda vez em que seja necessário a extrapolação para uma outra interface.

Exemplos Numéricos

Apresentaremos agora os resultados obtidos com dados sintéticos para a migração com feixes gaussianos e a migração com o método por mudança de fase, a título de comparação. Os modelos sintéticos foram gerados pelo método da refletividade ou pelo traçado dos raios para seções com afastamento nulo entre fonte-receptor.

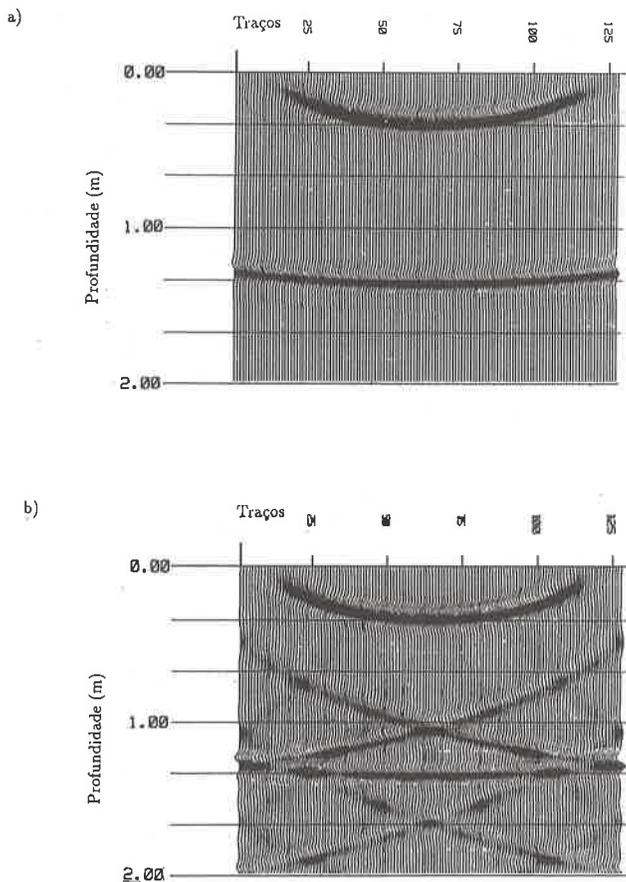


Figura 1 - Resposta impulsiva da migração: a) com feixes gaussianos; b) com migração por mudança de fase. Observam-se ruídos, efeitos de borda e periodicidade dos dados mais acentuados na Fig. 1a.

Figure 1 - Impulsive response migration: a) by gaussian beams; b) by phase shift method. Noises, edge effects and periodicities are reduced with gaussian beams method.

Primeiramente é necessário conhecermos a resposta impulsiva da migração, para tanto, consideramos um impulso posicionado numa seção em tempo em $x = 0$ de 128 traços, espaçados de 10 m. Fizemos a migração até uma profundidade de 2,0 km com velocidade constante igual a 3,0 km/s. A Fig. 1 mostra o resultado com os dois tipos de migração. Na Fig. 1a a migração com feixes gaussianos mostra que, devido a característica finita da região de suporte dos feixes gaussianos, não temos os ruídos e efeitos de borda presentes na migração com mudança de fase, conforme a Fig. 1b. Os dois eventos apresentados na Fig. 1b são devidos à periodicidade da transformada de Fourier no domínio do tempo.

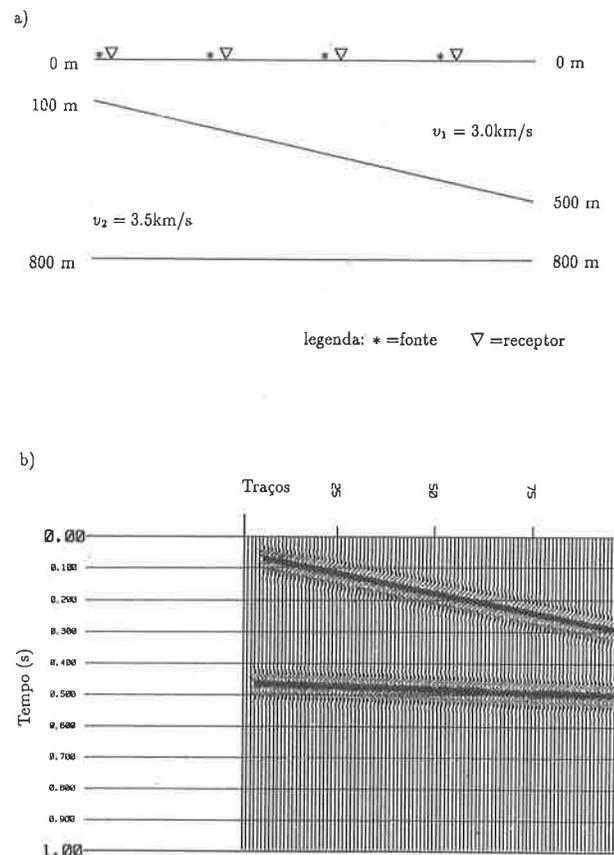


Figura 2 - (a) Modelo com velocidades intervalares para geração dos dados. (b) Seção de afastamento zero, gerados com a técnica de traçado de raios a partir do modelo mostrado na Fig. 2a.

Figure 2 - (a) Depth model with interval velocities. (b) Zero-offset section generated by ray tracing from the model shown in Fig. 2a.

Também testamos o método com um modelo de duas camadas, onde a primeira camada é inclinada e a segunda é horizontal. A camada inclinada começa na profundidade de 100 m e vai até 500 m. A camada horizontal está posicionada em 800 m. A Fig. 2a mostra o modelo e na Fig. 3a o resultado da migração com os feixes gaussianos. Neste caso, foram aplicados 9 janelas, com larguras de 150 m, nas posições: 250, 300, 370, 420, 500, 560, 620, 680 e 750 m. A extrapolação dos feixes foi efetuada até uma profundidade de 1000 m, sendo que a velocidade usada para migração foi constante e igual a 1,5 km/s (por este motivo, observa-se que o refletor mais profundo não ficou totalmente horizontal). O passo em profundidade para a migração foi de 10 m. Na Fig. 3b temos a migração do mesmo modelo usando o método da mudança de fase.

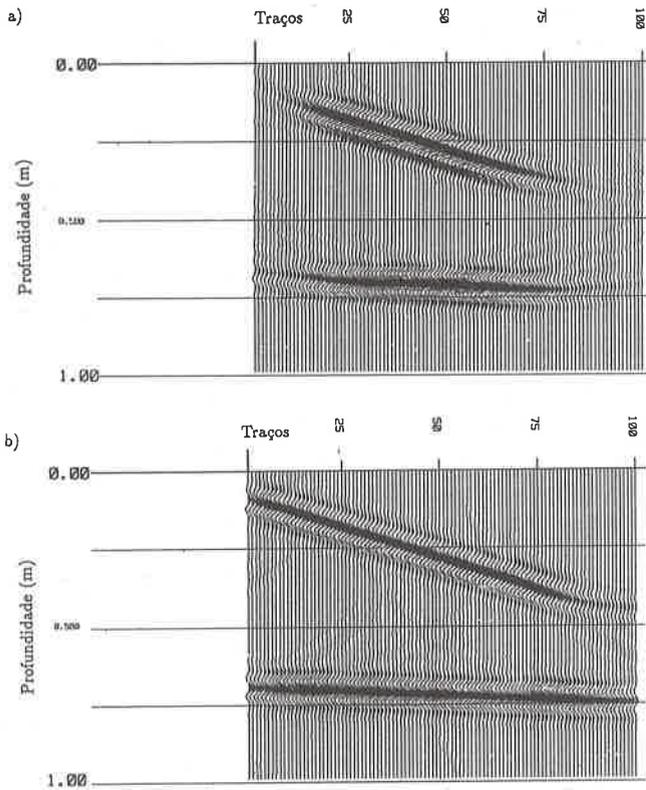


Figura 3 - (a) Migração com feixes gaussianos da seção mostrada na Fig. 2a. (b) Migração realizada por mudança de fase. Nos dois casos, a velocidade usada foi igual a 1,5 km/s em todo o modelo.

Figure 3 - (a) Result of the gaussian beam migration and (b) Phase shift migration of the data shown in Fig. 2a. On both, it was used a constant velocity equal to 1.5 km/s.

SEPARAÇÃO DE ONDAS P-SV

Seja $\vec{U}(x, y, t) = [U_x, U_z]^T$ o campo de ondas elásticas para o caso 2-D. Este campo de ondas elásticas pode ser expresso como uma superposição de ondas planas compressoriais (ondas P) e cisalhantes (ondas S), conforme Devaney & Oristaglio (1986), como segue:

$$\vec{U}(x, z, t) = \frac{|\omega|}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^\infty dp [A_p(p, \omega) \vec{p} e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} A_s(p, \omega) (\hat{y} \times \vec{s}) e^{i\vec{s} \cdot \vec{r}}] e^{-i\omega t} \tag{23}$$

onde:

- A_p e A_s são as amplitudes e \vec{p} e \vec{s} são os vetores de propagação das ondas P e S,
- \hat{y} é o vetor unitário na direção Y.

Fazendo-se os produtos internos dos vetores de propagação com os vetores de posição e algumas manipulações vetoriais, podemos obter as expressões para os campos de ondas compressoriais e cisalhantes, \vec{U}_p e \vec{U}_s . Assim, o campo contendo somente contribuições da onda P será dado por:

$$\vec{U}_p(x, z = 0, t) = \frac{|\omega|}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^\infty dp \frac{\vec{p}\vec{s}}{\vec{s} \cdot \vec{p}} \tilde{\tilde{U}}(\omega, p) e^{i(\omega p x - \omega t)} \tag{24}$$

Pelo mesmo procedimento pode-se obter o campo contendo apenas contribuições da onda S ou simplesmente pela subtração da contribuição \vec{U}_p do campo total representado na Eq. (23). Então, podemos escrever \vec{U}_s , como:

$$\vec{U}_s(x, z = 0, t) = \frac{|\omega|}{4\pi^2} \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^\infty dp \frac{(\hat{y} \times \vec{s})(\hat{y} \times \vec{p})}{\vec{s} \cdot \vec{p}} \tilde{\tilde{U}}(\omega, p) e^{i(\omega p x - \omega t)} \tag{25}$$

onde $\vec{p}\vec{s}$ e $(\hat{y} \times \vec{s})(\hat{y} \times \vec{p})$ são produtos diádicos.

APLICAÇÃO DO FILTRO DE FEIXES GAUSSIANOS PARA A SEPARAÇÃO DE CAMPO DE ONDAS

Com o campo de ondas $\vec{U}(x, z = 0, t)$ expresso como uma superposição de ondas planas mostrado na Eq. (23), podemos aplicar o filtro de feixes gaussianos para decompor as ondas planas em feixes gaussianos e então fazer a separação dos feixes ao invés das ondas planas.

Com este procedimento, veremos que a separação apresenta menores efeitos de borda, menos ruídos de "wrap-around", além da vantagem de podermos fazer a separação das ondas em alguns locais específicos de interesse.

Usando a teoria para decomposição do campo de ondas planas em feixes gaussianos, aplicaremos o filtro nas amplitudes $A_p(\omega, p)$ e $A_s(\omega, p)$ e faremos a separação do campo no domínio " $\omega - p$ " com uma matriz de rotação dada por:

$$\begin{bmatrix} U_{P_{m,n}} \\ U_{S_{m,n}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p\beta & \sqrt{1-(p\alpha)^2} \\ \sqrt{1-(p\beta)^2} & p\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{X_{m,n}} \\ U_{Z_{m,n}} \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde:

- $U_{P_{m,n}}$ e $U_{S_{m,n}}$ representam os campos já separados para um valor específico do feixe gaussiano com janela em " x_m " e valores de " θ_n ",
- $U_{Z_{m,n}}$ e $U_{X_{m,n}}$ representam os campos U_X e U_Z para um valor específico do feixe gaussiano com janela em " x_m " e valores de " θ_n ",
- α e β as velocidades das ondas P e SV próxima da superfície, respectivamente.

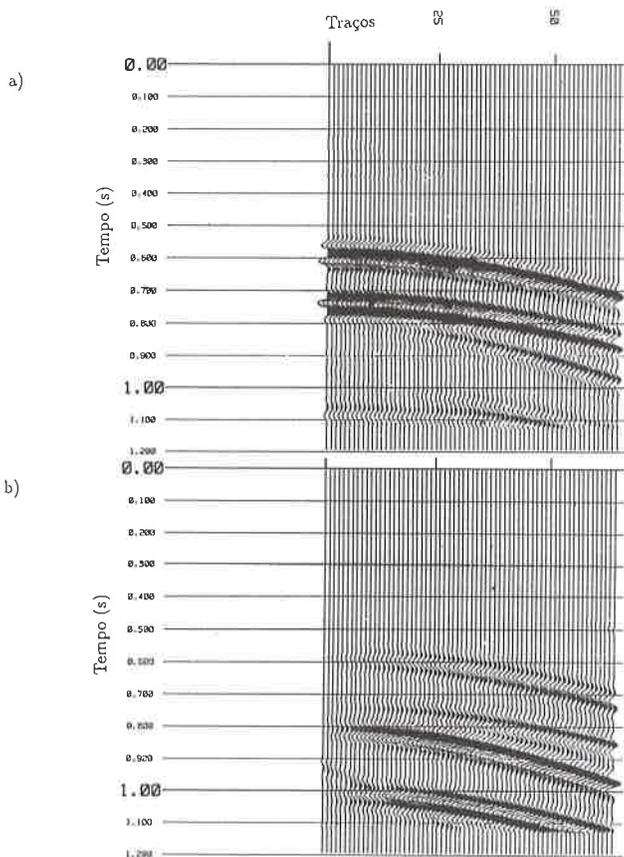


Figura 4 - Campos de ondas elástico 2-D. (a) Componente vertical e (b) componente horizontal.

Figure 4 - 2-D elastic wavefield. (a) Vertical component and (b) horizontal component.

Após a aplicação da matriz de rotação, faremos a soma das componentes "P" e "SV" em seus feixes gaussianos e teremos o campo original separado em P e SV.

Para ilustração do método, faremos a separação do campo de ondas demonstrado na Fig. 4. O exemplo sintético foi gerado usando um programa de modelamento elástico por diferenças finitas 2-D.

O modelo usado é bastante simples, mas permite a identificação dos eventos com bastante facilidade. É composto por duas camadas planas horizontais com velocidades de 3 km/s, 2,6 km/s e 3 km/s no semi-espaco para as ondas P e uma velocidade de 1,8 km/s em todas as camadas para as ondas S.

Na Fig. 5 vemos os campos separados nas ondas P e SV após aplicação do filtro de feixe gaussiano. O sismograma contendo só ondas P é mostrado na Fig. 5a e só com ondas S na Fig. 5b. Foram aplicadas 12 janelas gaussianas, com larguras de 150 m, espaçadas de 100 m uma da outra. Neste caso, é importante que haja uma superposição de janelas para que possamos ter uma perfeita separação das ondas.

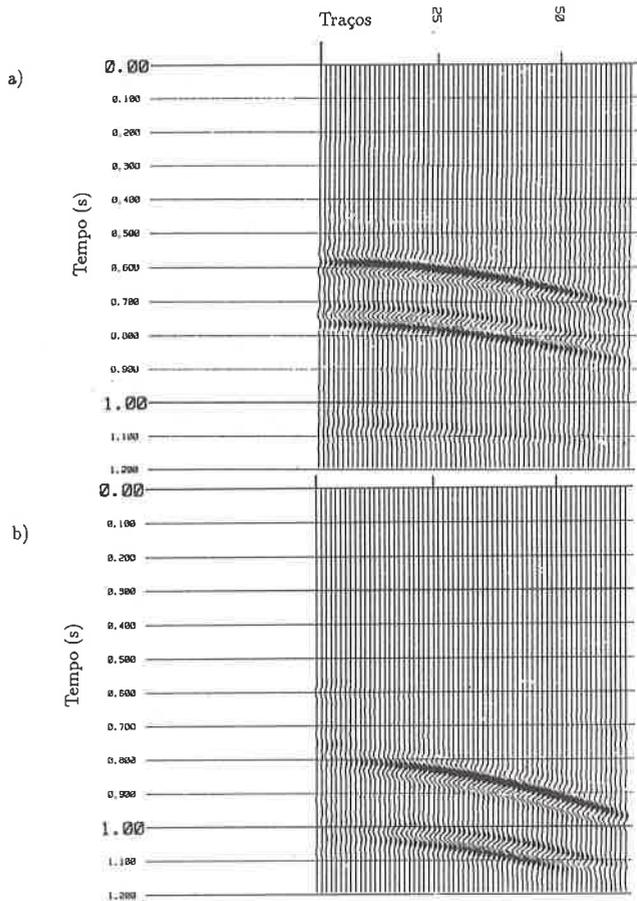


Figura 5 - Campos de ondas separados. (a) Sismograma contendo apenas as ondas P; (b) sismograma só com as ondas SV. Foram utilizadas 12 janelas afastadas de 100 m.

Figure 5 - Wave fields separated with gaussian beams. (a) Seismograms with only P waves; (b) only SV waves. 12 gaussian windows were used and the window interval was 100 m.

SEPARAÇÃO DO CAMPO DE ONDAS POR POTENCIAIS

Aplicamos a separação de ondas por potenciais ao campo a duas componentes mostrado na Fig. 4. O objetivo é comparar o resultado com a separação feita utilizando-se os feixes gaussianos. A Fig. 6 mostra que com os potenciais, apesar de termos uma boa separação das componentes P e SV, têm-se efeitos de bordas consideráveis e vários ruídos presentes nos dados. Fazendo-se uma comparação, vemos que com os feixes gaussianos não temos os ruídos e a ausência do efeito de borda deve-se à característica finita dos feixes. Além dessa vantagem, com

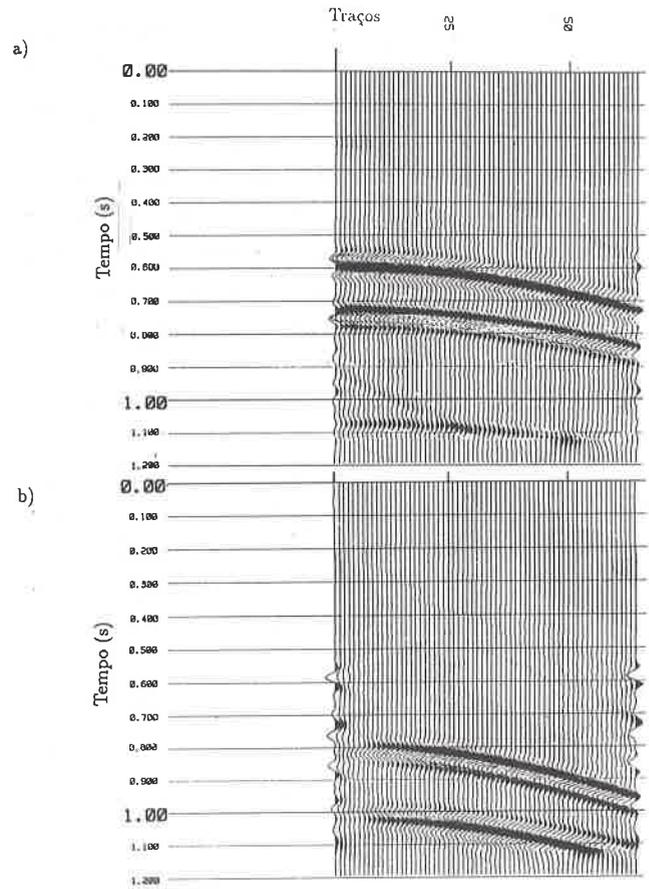


Figura 6 - Separação do campo de ondas utilizando potenciais. (a) P e (b) SV. Observam-se efeitos de bordas e ruídos ausentes na separação com feixes gaussianos.

Figure 6 - Wave field separated by potential method. (a) P and (b) SV. Note that edge effects and noises are absent in separation by the gaussian beams method.

os feixes gaussianos podemos fazer a separação do campo em locais pré-estabelecidos, bastando fazer o deslocamento das janelas para o local de interesse.

CONCLUSÕES

A migração de dados sintéticos após o empilhamento com a decomposição a partir do filtro apresentado é uma nova metodologia para este tipo de processamento — trabalhos anteriores fizeram a migração com feixes gaussianos partindo de outros tipos de decomposição (como o método do empilhamento de feixes (M.E.F.) ou “Beam

stacking", utilizado por Costa (1989), e demonstra uma das suas grandes aplicações práticas. Os dados migrados apresentam reduzidos ruídos de migração e menores efeitos de bordas, graças à característica finita dos feixes. Aliado a estes fatos, temos ainda a vantagem de realizar a migração de apenas alguma região específica de maior interesse em profundidade, pela escolha de tamanhos e posições de janelas adequadas em superfície. A partir das respostas aqui encontradas, vemos que a migração de dados sísmicos reais empilhados não deve apresentar maiores dificuldades, sendo objeto para pesquisas futura se para novas aplicações práticas do filtro de feixes gaussianos.

A separação do campo elástico 2-D em suas componentes P e SV, mostra outra importante aplicação para o filtro de feixes gaussianos. Novamente, devido à característica finita dos feixes, a separação com esta metodologia é isenta de efeitos de borda e apresenta menores ruídos causados pelos traços mais afastados e mais próximos. A comparação com o método de separação por potenciais destaca as vantagens do procedimento pesquisado neste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Petrobrás pelo apoio para a realização deste trabalho. Reynam Pestana agradece ao CNPq pelo suporte, através de bolsa de pesquisa, processo 3001.312/88 - 1(RE).

APÊNDICE A

Filtro de Feixes Gaussianos

Considere o filtro de feixes gaussianos sugerido por Tygel et al. (1991), no domínio $x - \omega$:

$$B^{\epsilon, \mu}(k_x, \omega) = e^{-\left(\omega \epsilon - \mu \sqrt{\frac{\omega^2}{v_0^2} - k_x^2}\right)} \quad (\text{A.1})$$

No caso em que $\omega^2/v_0^2 > k_x^2$, a raiz quadrada da Eq. (A.1) pode ser expandida em série de potências e, desprezando-se os termos de ordem maior do que dois, a expressão torna-se

$$B^{\epsilon, \mu}(k_x, \omega) \cong e^{-\left(\omega \epsilon + \frac{\mu \omega}{v_0}\right)} e^{-\alpha k_x^2}, \quad (\text{A.2})$$

com

$$\alpha = \frac{\mu v_0}{2\omega}. \quad (\text{A.3})$$

Usando-se os trabalhos de Cervený et al. (1982) e Hill (1991) sugerimos um filtro de feixes gaussianos no domínio $\omega - x$, que possui a seguinte representação:

$$b^{\epsilon, \mu}(x, \omega) \cong \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\omega(\epsilon - \mu/v_0)} e^{-\frac{x^2}{4\alpha}}. \quad (\text{A.4})$$

Efetuada-se a transformada de Fourier na direção x de $b^{\epsilon, \mu}(x, \omega)$, que dada por:

$$B^{\epsilon, \mu}(k_x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\omega(\epsilon - \frac{\mu}{v_0})} e^{-\frac{x^2}{4\alpha}} e^{-ik_x x} dx, \quad (\text{A.5})$$

obtém-se

$$B^{\epsilon, \mu}(k_x, \omega) = e^{-\omega(\epsilon - \frac{\mu}{v_0})} e^{-\alpha k_x^2}, \quad (\text{A.6})$$

que é exatamente o filtro apresentado na Eq. (A2), após a expansão em série de potências da raiz quadrada. Assim, o filtro apresentado, Eq. A4, é um caso particular do filtro dado pela Eq. A1.

APÊNDICE B

Soma de Funções Gaussianas Deslocadas

O filtro de Feixes Gaussianos, ou seja, a representação da função $b(x, \omega)$ como a soma de funções gaussianas deslocadas é dada por:

$$b(x, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\omega(\epsilon - \mu/v_0)} e^{-\frac{(x-ma)^2}{4\alpha}} \quad (\text{B.1})$$

A Eq. (B.1) pode ser considerada como sendo um caso particular de $B(x, \omega)$, dada abaixo, quando $k = 0$, ou seja:

$$B(x, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\omega(\epsilon-\mu/\nu_0)} e^{-\frac{(x-ma)^2}{4\alpha}} e^{ik(x-ma)}. \quad (\text{B.2})$$

Agora, para que $B(x, \omega)$ obedeça a seguinte aproximação:

$$B(x, \omega) = 1 \cong C \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-\omega(\epsilon-\mu/\nu_0)} e^{-\frac{(x-ma)^2}{4\alpha}} e^{ik(x-ma)}, \quad (\text{B.3})$$

precisaremos determinar a constante C de normalização. Para tanto, escreveremos (B.3) como sendo:

$$B(x, \omega) = C \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(x' - ma) e^{ik(x-x')} e^{-\frac{(x-x')^2}{4\alpha}} \quad (\text{B.4})$$

Com a equação

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(x' - ma) = \frac{1}{\alpha} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{i\frac{2\pi}{a}mx'} \quad (\text{B.5})$$

e a transformada de Fourier de uma Gaussiana dada por:

$$\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{-x^2/4\alpha} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ixr} e^{-\alpha r^2} dr, \quad (\text{B.6})$$

a Eq. (B.4) torna-se:

$$B(x, \omega) = C \frac{2\pi}{a} e^{-\omega(\epsilon-\mu/\nu_0)} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha(\frac{2\pi}{a}m-k)^2} e^{i\frac{2\pi}{a}mx} \quad (\text{B.7})$$

e com a condição que $2\pi/a \gg |k|$, o coeficiente de ordem $m = 0$ na Eq. (B.7) é o maior termo. O próximo termo a ser considerado é menor por um fator de aproximadamente

$$\exp\left[-\left(\frac{2\pi\sqrt{\alpha}}{a}\right)^2\right] \quad (\text{B.8})$$

Considerando que $2\sqrt{\alpha} > a$, a quantidade (B.8) é menor que $\exp(-\pi)$; conseqüentemente, é uma boa aproximação reter apenas o termo $m = 0$ na Eq. (B.7). Assim:

$$B(x, \omega) \cong C \frac{2\pi}{a} e^{-\alpha k^2} e^{-\omega(\epsilon-\mu/\nu_0)} = 1 \quad (\text{B.9})$$

com

$$C = \frac{a}{2\pi} e^{\alpha k^2} e^{\omega(\epsilon-\mu/\nu_0)} \quad (\text{B.10})$$

Para $k = 0$, obtemos, finalmente:

$$1 = \frac{a}{2\sqrt{\alpha}\pi} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-ma)^2}{4\alpha}} \quad (\text{B.11})$$

que é a equação que queríamos demonstrar.

REFERÊNCIAS

- CERVENÝ, V., POPOV, M. M. & PSENCIK, I. – 1982 – Computation of wave fields in inhomogeneous media – Gaussian approach. *Geoph. J. R. Astr. Soc.*, **70**:109-128.
- COSTA, C. A. – 1989 – Migração Através de Feixes Gaussianos: Tese de Doutorado em Geofísica, PPPG/UFBA, Univ. Federal da Bahia.
- DESCHAMPS, G. A. – 1971 – Gaussian Beams as a bundle of complex rays. *Electron. Lett.*, **7**:648-685.
- DEVANEY, A. M. & ORISTAGLIO, M. L. – 1986 – A plane-wave decomposition of elastic wave fields applied to the separation of P-waves and S-waves in vector seismic data: *Geophysics*, **51**:419-423.
- HILL, N. R. – 1990 – Gaussian Beam migration: *Geophysics*, **55**:1416-1428.
- PESTANA, R. C. – 1991 – Filtro de feixes gaussianos. Apresentado no segundo congresso internacional da SBGf, Salvador.
- RAZ, S. – 1987 – Beam stacking: A generalized preprocessing technique. *Geophysics*, **52**:1199-1210.
- TYGEL, M., KEYKAM, A., HUBRAL, P., AMORIM, W. N. & PESTANA, R. C. – 1991 – Transforming a point-source seismogram into a beam seismogram. *Geophysics*, **56**:1819-1824.

Submetido em: 31/05/96

Revisado pelo(s) autor(es) em: 20/04/97

Aceito em: 25/04/97

APPLICATIONS OF THE GAUSSIAN BEAM FILTER: MIGRATION AND SEPARATION OF P-SV WAVES

The point-source seismogram can be transformed by a beam filter into a response of a beam. This filter can expand the seismic data into gaussian beam, for all offsets and all directions. It is formed by two parameters which are independent to the seismic data. These two parameters result from making both the source-point coordinate and the travel-time complex in the classical representation of the point-source response. Gaussian beams are frequency-domain entities which combine the directional proprieties of plane waves with finite support. Gaussian beams have in recent years found wide application into seismic modeling and seismic wavefield extrapolation (Hill, 1990; Costa, 1989). In this work we have developed a filter that transform point-source data into gaussian beam data and shown

some practical applications as migration and separation of P-SV waves. In the migration process the gaussian beams are downward extrapolated by an operator based in the free-space Green's function suggested by Raz (1987). The contribution for each beam is summed in each frequency and the final migration is obtained after the application of the imaging condition. The results present little edge effect and also reductions in migration noises. In the case of the separation of elastic wavefield in P and SV waves we need to know the velocity of the first layer. Again, we use the filter to expand the data in gaussian beams. Afterwards, we perform a $\tau - p$ transform and use a rotation matrix in order to have the wavefield separated into P and SV components.

NOTES ABOUT THE EDITORS *NOTAS SOBRE OS EDITORES*

Paul L. Stoffa

Prof. Stoffa is a Professor and the Director of the Institute for Geophysics, the University of Texas at Austin. Presently, he is a member of the Editorial Board of the Brazilian Journal of Geophysics and Associate Editor of the Journal of Seismic Exploration. He was the academic adviser of several students from PETROBRAS. His most recent publications are:

- Varela, C.L., P.L. Stoffa, and M.K. Sen, 1996, Background velocity estimation using nonlinear optimization for reflection tomography and migration misfit, *Geophysical Prospecting*, submitted.
- Xia, G., M.K. Sen, and P.L. Stoffa, 1996, Linearized inversion of Mobil data in the tau-p domain, *Proceedings of SEG Workshop on Inversion of Mobil Data Set*, SEG Press, in press.
- Chunduru, R.K., M.K. Sen, and P.L. Stoffa, 1996, Hybrid optimization for geophysical inversion, *Geophysics*, in press.
- Calderon-Macas, C., M.K. Sen, and P.L. Stoffa, 1996, Hopfield neural networks, and mean field annealing for seismic deconvolution and multiple attenuation, *Geophysics*, in press.
- Sen, M.K., and P.L. Stoffa, (Book Review) Review of Wavelets in Geophysics, Efi Foufoula-Georgiou and Praveen Kumar (eds.), in *Mathematics of Computation*, in press.
- Christeson, G.L., Y. Nakamura, K.D. McIntosh, and P.L. Stoffa, 1996, Effect of shot spacing on ocean bottom seismograph and hydrophone data, *Geophysical Research Letters*, in press.
- Pulliam, J., J.A. Austin, Jr., E.C. Luhurbudi, S. Sastrup, and P.L. Stoffa, 1996, An ultra high resolution 3-D survey of the shallow subsurface on the continental shelf of New Jersey, *The Leading Edge*, 15(7), 839-845.
- Akbar, F.E., M.K. Sen, and P.L. Stoffa, 1996, Pre-stack plane

wave Kirchhoff migration in laterally varying media, *Geophysics*, 61(4), 1068-1079.

- Zhao, L.-S., M.K. Sen, P.L. Stoffa and C. Frohlich, 1996, Application of very fast simulated annealing to the determination of crustal structure beneath Tibet, *Geophysical Journal International*, 125, 355-370.
- Sen, M.K., and P.L. Stoffa, 1996, Bayesian inference, Gibbs' sampler and uncertainty estimation in geophysical inversion, *Geophysical Prospecting*, 44, 313-350.
- Jervis, M., M.K. Sen, and P.L. Stoffa, 1996, Pre-stack migration velocity estimation using nonlinear methods, *Geophysics*, 61(1), 138-150.
- Chunduru, R.K., M.K. Sen, and P.L. Stoffa, 1996, 2-D resistivity inversion by spline parameterization and simulated annealing, *Geophysics*, 61(1), 151-161.
- Chunduru, R. K., M. K. Sen, P. L. Stoffa, and R. Nagendra, 1995, Nonlinear inversion of resistivity profiling data for some regular geometrical bodies, *Geophysical Prospecting*, 43, 979-1003.
- Zhou, R., F. Tajima, and P.L. Stoffa, 1995, Application of genetic algorithms to constrain near-source velocity structure for the 1989 Sichuan earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am*, 85, 2, 590-605.
- Sen, M.K., A. Datta-Gupta, P.L. Stoffa, L.W. Lake, and G.A. Pope, 1995, Stochastic reservoir modeling using simulated annealing and genetic algorithms: A comparative analysis, *SPE Formation Evaluation*, 49-55.
- Zhou, R., F. Tajima, and P.L. Stoffa, 1995, Earthquake source parameter determination using genetic algorithms, *Geophysical Research Letters*, 22(4), 512-520.
- Oh, J., J.A. Austin, Jr., J.D. Phillips, M.F. Coffin, and P.L. Stoffa, 1995, Seaward-dipping reflectors offshore the southeastern U.S.: Seismic evidence for extensive volcanism accompanying sequential formation of the Carolina trough and Blake Plateau basin, *Geology*, 23(1), 9-12.