

INFLUÊNCIA SELETIVA DA TURBULÊNCIA SOBRE AS ONDAS DE ROSSBY E DE LAMB NA ATMOSFERA BAROTRÓPICA

V. Kadyschnikov & D. P. Casarin

Embora o modelo hidrodinâmico da atmosfera aceite a existência das ondas lentas, cuja velocidade é comparável com a do vento, bem como das ondas rápidas que se propagam com a velocidade do som, estas últimas, como mostram as cartas meteorológicas, praticamente não são observadas nas grandes escalas da dinâmica da atmosfera real. Para explicar este fenômeno examinamos o modelo barotrópico, onde as ondas lentas e rápidas são, respectivamente, as quase-geostróficas de Rossby e as ageostróficas de Lamb. Se, adicionalmente, incluirmos no modelo um fator diabático, o atrito turbulento vertical, observamos que três fatores (o tamanho da Terra, a velocidade angular da rotação dela em torno do seu eixo e o valor máximo da propagação de sinal na atmosfera) garantem que as ondas rápidas de qualquer comprimento se tornem atenuadas muito mais rapidamente do que as ondas lentas. O mecanismo do ajustamento geostrófico de desvios barotrópicos, que segue deste fato, é muito efetivo devido ao valor médio do coeficiente da mistura turbulenta vertical na atmosfera. Enquanto o tempo de vida das ondas de Rossby é aproximadamente igual a 7 dias, o tempo de vida das ondas de Lamb de escala sinótica é algumas dezenas de vezes menor.

Palavras-chave: Modelagem hidrodinâmica; Ondas atmosféricas; Balanço geostrófico.

THE SELECTIVE INFLUENCE OF THE TURBULENCE ON THE ROSSBY AND LAMB WAVES IN THE BAROTROPIC ATMOSPHERE - *Though a hydrodynamic model of the atmosphere allows both slow waves whose propagation speed is comparable to the wind speed and fast waves whose propagation speed is comparable to sound speed, the last ones practically are not observed in the large scale of the dynamics of the real atmosphere, i.e. mapped on meteorological charts. In order to explain this fact, we have considered the barotropic model in which the only slow and fast waves are the quasi-geostrophic Rossby waves and the ageostrophic Lamb waves, respectively. If the mechanism of the atmospheric turbulence is additionally included into the model, then 3 factors (the Earth size, the angular velocity of its rotation about its axis and the propagation velocity of a signal in the atmosphere) provide a much faster attenuation of the fast waves of all lengths in comparison with the slow waves. The mechanism of geostrophic adjustment is very effective due to a mean value of the vertical mixture coefficient in the atmosphere. While the lifetime of the Rossby waves is about 7 days, the lifetime of the synoptic scale Lamb waves is some tens less.*

Key words: Hydrodynamic modelling; Atmospheric waves; Geostrophic balance.

Universidade Federal de Pelotas
Centro de Pesquisas Meteorológicas
Avenida Ildefonso Simões Lopes, 2751
96.060-290 - Pelotas - RS
Fax: (0532) 23-48-14
Telefone: (0532) 77-66-90
E-mail: casarin@urano.cpmet.ufpel.tche.br

INTRODUÇÃO

Os processos atmosféricos obedecem a três leis fundamentais da natureza: a 2ª Lei de Newton, a condição de continuidade e 1º Princípio da Termodinâmica. Observações mostram que estes processos obedecem condições adicionais, tais como as de equilíbrio quase-geostrófico e hidrostático (Houghton, 1977; Holton, 1992).

Em termos do modelo linear da atmosfera que descreve os processos ondulatórios, estas condições são descritas a seguir. Considerando-se o caso mais simples, o barotrópico, onde existem somente dois tipos de ondas: de Rossby (Rossby, 1937) que se propagam com uma velocidade comparável com a do vento c , com grande precisão, são geostróficas; e as de Lamb (Lamb, 1910) que se propagam com a velocidade do som e não são geostróficas, as amplitudes das primeiras são muito maiores que as das segundas.

Uma das explicações para o fenômeno é que as ondas não geostróficas de Lamb dispersam-se rapidamente e as ondas geostróficas de Rossby deslocam-se muito lentamente (Rossby, 1937; Obukhov, 1949; Kibel, 1955; Gill, 1982). Mas, em primeiro lugar, num modelo adiabático, a integral espacial da energia de ambos os tipos de onda não muda com o tempo e, em segundo lugar, como a Terra é um espaço periódico (não é um plano infinito), as ondas que se dispersaram não podem desaparecer.

Vamos introduzir no modelo um fator adicional diabático, a turbulência, e mostraremos que, sob as condições da Terra, ele atenua efetivamente as ondas de Lamb e praticamente não afeta as ondas de Rossby. Isto permite considerar o balanço quase-geostrófico na atmosfera como uma conseqüência da mistura turbulenta.

MECANISMO DA MISTURA TURBULENTA VERTICAL NA ATMOSFERA

Dos diferentes modelos de turbulência atmosférica (Batchelor, 1967; Gill, 1982), nós escolhemos o mais simples. Na parte inferior da atmosfera, devido ao atrito sobre o solo, surge a camada limite planetária. Considerando-a homogênea e estacionária, temos na sua fronteira superior uma velocidade vertical de deslocamento,

$$w_w = \frac{1}{f} \sqrt{K/2} f \Delta \phi, \quad (1)$$

onde $K \sim 4m^2s^{-1}$ é o coeficiente da mistura turbulenta, $f = 2\Omega \sin\varphi \sim 10^{-4}s^{-1}$ é o parâmetro de Coriolis (Ω - a velocidade angular da rotação da Terra, φ - a latitude geográfica), Δ - operador de Laplace, ϕ - o geopotencial, cujas derivadas em relação às coordenadas horizontais x, y não dependem da altura (Ekman, 1927; Kibel, 1957; Holton, 1992).

Consideramos que na fronteira inferior da atmosfera livre a velocidade vertical é W_w (Kibel, 1957).

MODELO LINEAR DA ATMOSFERA BAROTRÓPICA SOBRE O PLANO β

As três leis fundamentais geram cinco equações diferenciais (a lei de Newton tem uma forma vetorial e por isso fornece três equações escalares).

Consideremos uma região pequena em comparação ao raio da Terra. Neste caso, podemos usar o sistema local de coordenadas cartesianas direcionando o eixo z para cima.

Usaremos o sistema direito (x para leste, y para norte) e consideraremos a rotação no sentido anti-horário como positiva.

Suponhamos que a condição hidrostática está obedecida. Nesse caso, podemos usar o sistema de coordenadas isobárico. A coordenada vertical é a pressão p e a função dependente é ϕ (Eliassen, 1949).

Depois da linearização em torno do estado de repouso com um perfil vertical da temperatura T (a barra significa o valor médio em relação a x, y), as equações do modelo baroclínico podem ser apresentadas como:

$$u_x + \phi_x - fv = 0, \quad (2)$$

$$v_y + \phi_y + fu = 0, \quad (3)$$

$$p\phi_p = -RT, \quad (4)$$

$$u_x + v_y + \omega_p = 0, \quad (5)$$

$$T_t = [RT(g - c_p y)/g c_p p] \omega, \quad (6)$$

onde $u = \frac{dx}{dt}$, $v = \frac{dy}{dt}$, $\omega = \frac{dp}{dt}$, t - o tempo, $R = 287m^2 s^{-2} K^{-1}$ é a constante dos gases para o ar, $g = 9,81ms^{-2}$ é a aceleração da gravidade, $c_p = 10^3 m^2 s^{-2} K^{-1}$ é o

calor específico a pressão constante, $y = -T_z$ (Holton, 1992).

As condições de contorno são as seguintes:

$$\omega = 0, \quad p = 0, \quad (7)$$

$$w = w_a, \quad p = P, \quad (8)$$

onde $P = 10^5 Pa$ é a pressão média no solo.

Vamos supor $T=T(p)$. Nesse caso, em superfícies isobáricas, temos $T_p = 0$ e, de acordo com (6), $(g - c_p \bar{y})\omega = 0$. $T_x = T_y = 0$ e assim, de (4), temos que ϕ_x e ϕ_y não dependem da altura. Por isso, supondo adicionalmente que no momento inicial u, v não dependem da altura, então, de acordo com (2) e (3), elas não mais dependerão daí em diante. Assim as Eqs. (2) e (3) pertencem ao modelo barotrópico. A terceira equação é obtida ao integrarmos (5) de $p=0$ até $p=P$. De acordo com (7) e (8), temos:

$$\omega_p/P + u_x + v_y = 0 \quad (9)$$

Por definição, $gw = \frac{d\phi}{dt}$, isto é, no modelo linear, de acordo com (8), para $p=P$, temos:

$$gw_a = \phi_t + \omega_p \bar{\phi}_p$$

Como (4) é válida também para os valores médios, com a ajuda de (9) obtemos:

$$gw_a = \phi_t + R\bar{T}_p(u_x + v_y)$$

Levando em conta (1), obtemos na forma final:

$$\phi_t + c^2(u_x + v_y) = \mu\Delta\phi \quad (10)$$

onde

$$\bar{T}_p = \bar{T}|_{p=P}, \quad c^2 = R\bar{T}_p, \quad \mu = \frac{g}{f} \sqrt{\frac{K}{2f}}, \quad (11)$$

($c \sim 300 \text{ms}^{-1}$, $\mu \sim 1,4 \cdot 10^7 \text{m}^2 \text{s}^{-1}$).

No caso de $f = \text{const}$, as Eqs. (2), (3) e (10) formam o modelo linear da atmosfera barotrópica no plano f .

Para o modelo descrever as ondas de Rossby, é preciso fazer a transferência do plano f para o plano β . Para conseguirmos este objetivo trocamos a Eq. (3) pela equa-

ção da vorticidade, isto é, $\frac{\partial}{\partial x}(3) - \frac{\partial}{\partial y}(2)$, colocamos $f_x = 0$, $f_y = \beta$ ($\beta \sim 1,6 \cdot 10^{-11} \text{m}^{-1} \text{s}^{-1}$) e obtemos:

$$v_{xt} - u_{yt} + f(u_x + v_y) + \beta v = 0 \quad (12)$$

Agora consideramos todos os coeficientes nas Eqs. (2), (10), (12), incluindo f e β , como constantes (Tompson, 1961). Por isso, podemos procurar soluções na forma das ondas:

$$\varphi = \hat{\varphi} e^{i(kx + jy - \lambda t)} \quad (\varphi \equiv u, v, \phi). \quad (13)$$

Das Eqs. (2), (10) e (12) é fácil deduzir a equação de energia:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{u_x^2 + v_x^2 + \left(\frac{\phi_x}{c}\right)^2}{2} + \left(u_x \phi_x + \beta \frac{v^2}{2}\right)_x + (v_x \phi_x)_y = \frac{\mu}{c^2} \phi_x \Delta \phi_x$$

Ela mostra que no caso sem a turbulência ($\mu = 0$), a integral na região periódica da forma quadrada positiva não muda com o tempo, isto é, todas as frequências em (13) são reais. Devido à turbulência (por exemplo $\varphi\varphi_{xx} = (\varphi\varphi_x)_x - \varphi^2_x$), a integral diminui necessariamente, pois todas as frequências tornam-se complexas com a parte imaginária negativa.

EQUAÇÃO DE DISPERSÃO. ONDAS DE ROSSBY E LAMB

Colocando (13) em (2), (10) e (12), obtemos para as amplitudes $\hat{u}, \hat{v}, \hat{\phi}$ um sistema de três equações algébricas homogêneas lineares. Para existir uma solução não trivial, o determinante do sistema deve ser igual a zero. Esta condição fornece:

$$c^2(\rho^2 \lambda + k\beta) - (\lambda + i\mu\rho^2) \left[\lambda^2 - f^2 + \frac{\beta}{k} \lambda \right] = 0 \quad \rho^2 = k^2 + l^2 \quad (14)$$

Esta equação cúbica em relação a λ não tem soluções reais. Para obtermos as raízes, supomos inicialmente que:

$$|\lambda^2| \ll f^2 \quad (15)$$

Como

$$\beta/k \ll f \quad (16)$$

(na realidade $k = 2\pi/L$, então o comprimento de onda L deve cumprir a condição $1,6 \cdot 10^{11} L \ll 2\pi \cdot 10^4$, isto é, $L \ll 40$ mil km), a expressão entre colchetes em (14) pode ser substituída por $-f^2$. Então, tem-se:

$$\lambda = -\frac{k\beta}{\rho^2} - i \frac{\mu f^2}{c^2}$$

De acordo com (11) e (16), a suposição (15) está cumprida. Esta é a frequência das ondas de Rossby. A velocidade de propagação delas no meio em repouso é (Eckart, 1960)

$$\sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial k} \operatorname{Re} \lambda\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} \lambda\right)^2} = \frac{\beta}{\rho^2}$$

e, na melhor das hipóteses, pode chegar no máximo a alguns metros por segundo. Tendo em vista (15) e (16), é fácil verificar que de acordo com (2) e (12) as ondas de Rossby são quase-geostróficas, isto é:

$$\hat{u} \approx -\frac{i l}{f} \hat{\phi}, \quad \hat{v} \approx \frac{i k}{f} \hat{\phi}$$

Agora vamos fazer a suposição oposta a (15), ou seja,

$$|\lambda^2| \gg f^2 \quad (17)$$

Nesse caso, de acordo com (16), a expressão entre colchetes em (14) pode ser substituída por λ^2 . Além disso, a expressão entre os primeiros parênteses em (14) pode ser substituída por $\rho^2 \lambda$. Então, temos uma equação quadrada com as soluções:

$$\lambda = -i \frac{\mu \rho^2}{2} \pm \sqrt{-\left(\frac{\mu \rho^2}{2}\right)^2 + c^2 \rho^2}$$

Sob a condição adicional $c^2 \rho^2 \gg (\mu \rho^2 / 2)^2$ (isto é $4c^2 \gg \mu^2 \rho^2$ ou $2c \geq \mu \rho \sqrt{10}$, então $L \geq 600 \text{ km}$) obtémos:

$$\lambda = \pm c \rho - i \frac{\mu \rho^2}{2}$$

É óbvio que a suposição (17) está cumprida. Estas são

as frequências das ondas de Lamb. A velocidade da propagação delas $\frac{\partial}{\partial \rho} \operatorname{Re} \lambda = \pm c$ é a velocidade do som.

CONCLUSÃO: CONDIÇÃO DO AJUSTAMENTO GEOSTRÓFICO

Comparando as velocidades de atenuação das ondas lentas e rápidas, vemos que as primeiras atenuam mais lentamente sob a condição $\frac{\mu f^2}{c^2} < \frac{\mu \rho^2}{2}$, ou, considerando $l=k$:

$$L < \frac{2\pi c}{f}$$

Como a parte direita desta desigualdade é

$$\frac{2\pi \cdot 300}{10^{-4}} \approx 20 \text{ mil km},$$

chegamos à conclusão de que a influência seletiva da camada limite planetária sobre a atmosfera livre pode explicar o balanço quase-geostrófico observado na atmosfera. Para as ondas com o comprimento N mil km, o tempo de vida das ondas de Rossby é aproximadamente $(2\pi/N)^2$ vezes maior do que as de Lamb. Quando, por exemplo, a onda de Lamb atenuar e vezes, a amplitude da onda de Rossby diminui menos que 8% para $N=5$, e menos que 3% para $N=3$.

REFERÊNCIAS

- BATCHELOR, G.K. - 1967** - An introduction to fluid dynamics. Cambridge Univ. Press, London and New York.
- ECKART, C. - 1960** - Hydrodynamics of ocean and atmospheres. Pergamon, Oxford.
- EKMANN, V.W. - 1927** - Eddy-viscosity and skin-friction in the dynamics of winds and oceans-currents. Mem. R. Meteorol. Soc 2: 161-172.
- ELIASSEN, A. - 1949** - The quasi-static equations of motion with pressure as independent variable. Geofys. Publ., Oslo 17(3): 1-44.
- GILL, A. E. - 1982** - Atmosphere - ocean dynamics. Cambridge Univ. Press, London, New York.
- HOLTON, I. R. - 1992** - An introduction to dynamic meteorology, 3a ed. Academic Press, New York.

HOUGHTON, I. T. - 1977 - The physics of atmospheres. Cambridge Univ. Press, London and New York.

KIBEL, I. A. - 1955 - On the adjustment of atmospheric motion to the geostrophic. Dokl. Akad. Nauk SSSR 104(1):60-63.

KIBEL, I. A. - 1957 - Introduction to hydrodynamic methods of short-term weather prediction. Gostekhizdat, Moscow.

LAMB, H. - 1910 - On atmospheric oscillations. Proc. R. Soc. London 84: 551-572.

OBUKHOV, A. M. - 1949 - On the question of the

geostrophic wind. Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Geogr. Geophys, 4: 281-306.

ROSSBY, C. G. - 1937 - On the mutual adjustment of pressure and velocity distributions in certain simple current systems. J. Maritime Res., 1: 15-28.

TOMPSON, P. D. - 1961 - Numerical weather analysis and prediction. MacMillan, New York.

Submetido em: 20/06/97

Revisado pelo(s) autor(es) em: 10/04/98

Aceito em: 20/04/98

(VIDE NOTAS SOBRE OS AUTORES NA PÁGINA 236)

THE SELECTIVE INFLUENCE OF THE TURBULENCE ON THE ROSSBY AND LAMB WAVES IN THE BAROTROPIC ATMOSPHERE

The atmospheric processes of synoptic and planetary scale are described by nonlinear differential equations of hydrodynamics. In order to understand better what kinds of movements are possible in the atmosphere of the Earth, the equations are linearized and their solutions are calculated in the form of elementary waves. It is known that in the free baroclinic atmosphere there are the acoustic waves, the Lamb waves, the gravity waves and the Rossby waves. The energy of the acoustic waves propagates almost vertically with the sound speed. The Lamb waves are barotropic, i.e. their amplitudes have a constant sign at height and their energy propagates with the sound speed, too, but horizontally. Two other kinds of waves are slow, i.e., their propagation velocities are comparable with the wind speed. Meanwhile, it is well known that large scale disturbances do not propagate with the sound speed in the real atmosphere, i.e., practically there are neither acoustic waves nor Lamb waves of large scale in the atmosphere. This article is concerned with the reasons of the absence of the Lamb waves.

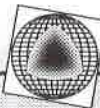
Therefore, we have examined the simple barotropic model of the hydrostatic atmosphere in which the only slow waves are the quasi-geostrophic Rossby waves that produce weather, and the only fast waves are the ageostrophic Lamb waves.

The energy of each wave in a linear model is conserved in time, under adiabatic conditions because there is not exchange of energy neither between waves of different lengths, nor between waves of different kinds. It is necessary to take into account, also, that the energy of periodic disturbances on the Earth can not disappear due to dispersion in the infinite as it could occur on the plane.

In our opinion, the vertical turbulent mixture can be considered as a mechanism which is able to explain the practical absence of the fast ageostrophic Lamb waves and consequently to explain why there exist the quasi-geostrophic balance of large scale barotropic disturbances in the atmosphere of the Earth. This supposition is based on the following considerations,

The linear equations of the barotropic model of the atmosphere on the b -plane are deduced, and we look for solutions of the equations in the form of harmonic waves. The correspondent dispersion equation is a cubic one for wave frequencies. Their three solutions for each wavelength are easily defined using a condition that one of them (the frequency of the Rossby waves) is much smaller than the angular velocity of the rotation of the Earth and the two others (the frequencies of the Lamb waves) are much larger than this velocity. The amplitudes of all waves, both slow quasi-geostrophic and fast ageostrophic are not changed in time under adiabatic conditions, because the linear system of equations possesses the quadratic energy integral. In order to take into account the influence of the vertical turbulent mixture on the disturbances, the Ekman planetary boundary layer is introduced into the model. The vertical velocity on its top is taken as the value on the lower boundary of the free atmosphere. Both wave kinds become attenuated due to this diabatic factor. But the intensity of the attenuation is very different.

The predominant intensity of attenuation of the fast Lamb waves in comparison with the Rossby waves does not depend on the value of the vertical turbulent coefficient. The predominance is defined by the propagation velocity of the signal in the atmosphere, $\sqrt{RT_p}$, (R - the gas constant of the air, T_p - the mean temperature of the atmosphere at the surface) and the angular velocity of the Earth rotation about its axis. The Earth size is such that the amplitudes of all fast waves attenuate much faster than the amplitudes of the slow waves. The intensity of the attenuation depends on the mentioned coefficient. Its mean value of about $4m^2s^{-1}$ provides the high effectiveness of the mechanism of filtering of the fast Lamb waves (their "lifetime" is approximately $N^2/50$ days, where N - a wavelength in thousands of kilometers) and consequently leads up to the geostrophic balance of disturbances in the barotropic atmosphere.



Thirteenth International Conference and Workshops

Applied Geologic Remote Sensing



PRACTICAL SOLUTIONS FOR REAL WORLD PROBLEMS

Vancouver, British Columbia, Canada

1-3 March 1999

call for presentations

You are invited to attend the Thirteenth International Conference and Workshops on Applied Geologic Remote Sensing and to visit Vancouver, British Columbia, Canada, *Spectacular by Nature*. This international conference primarily focuses on geologic remote sensing and geographic information systems (GIS) with special emphasis on mineral and hydrocarbon exploration, and environmental and engineering applications. The conference will take place at the Hotel Vancouver, located in the dynamic heart of the city.

The conference will feature over 300 technical presentations by experts from more than 30 countries, hands-on workshops, field trips, an exhibits program, student program, employment referral service, and guest and hospitality activities.

Interested contributors should submit a 250-word summary (no figures or references). Include the conference topic addressed. Camera-ready copy for the proceedings will be due by **1 December 1998**.

Accepted summaries received electronically can be accessed on the World Wide Web before and after the conference.

Electronic submissions:

E-mail: geology@erim-int.com

Website: <http://www.erim-int.com/CONF/GRS.html>

Written and faxed summaries and inquiries:

EI/Geologic Conference

P.O. Box 134008

Ann Arbor, MI 48113-4008 USA

Telephone: 1-734-994-1200, ext. 3234

Fax: 1-734-994-5123

Inquiries: wallman@erim-int.com

Please provide your complete mail/delivery/e-mail address and facsimile number on all correspondence

conference topics

- Mineral Exploration
- Petroleum Exploration
- Mining Geology
- Geologic Hazards
- Environmental Monitoring
- Regulatory Reform
- Hydrogeology/Hydrology
- Geobotany/Vegetation Response
- Case Histories
- Offshore Slicks & Seeps
- Operations Support
- Photogeology
- Geologic Mapping
- Soils Mapping
- Hyperspectral Applications
- Radar Applications
- New Data Sources
- DEM Generation & Analysis
- Image Processing & Visualization
- Data Quality & Assessment
- Integrated Data Analysis
- Developing GIS Databases
- Education & Training
- Establishing Business Need for Remote Sensing