Relação entre o Fator Q e a Decomposição de Prony: Testes em Dados Sintéticos e Experimentais

Igor Barbosa de Oliveira[*1,3], Viatcheslav Ivanovich Priimenko[1,2], Sérgio Adriano Moura Oliveira[1,2,3], Dourival Edgar dos Santos Júnior[1], Georgiy Mikhailovich Mitrofanov[4,5,1], Fernando Sergio de Moraes[1,2,3]
[1] LENEP/UENF, [2] INCT-GP, [3] Invision Geofísica, [4] Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, [5] Novosibirsk State University

Copyright 2024, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

Este texto foi preparado para a apresentação no X Simpósio Brasileiro de Geofísica, Salvador, 08 a 10 de outubro de 2024. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do X SimBGf, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

Resumo

O nível de atenuação de um sinal acústico é diretamente influenciado pelo grau de inelasticidade e pela heterogeneidade do meio pelo qual ele se propaga. Consequentemente, o fator de qualidade (Q), determinado a partir dos dados sísmicos, é sensível a diversas propriedades das rochas. Apesar das inúmeras aplicações, a precisão dos métodos para determinação do fator Q ainda enfrenta desafios significativos na análise do processo de atenuação de sinais. Portanto, o objetivo deste trabalho é apresentar os resultados de teste de uma nova abordagem para a medição do fator Q com base na decomposição de Prony. Os resultados obtidos com dados modelados demonstram a precisão deste método para calcular o fator Q. Além disso, para dados reais, os valores de Q medidos correlacionam bem com os obtidos pelo método clássico da razão espectral. Esta nova abordagem apresenta a vantagem de estimar diretamente o fator Q da amostra de rocha, enquanto o método da razão espectral requer dados adicionais de uma amostra de referência.

Introdução

Quando as ondas sísmicas se propagam pelo subsolo, a inelasticidade - ou seja, a relação desproporcional entre a tensão e a deformação do meio - bem como a sua heterogeneidade, promovem dois efeitos nas ondas sísmicas (WANG, 2008): a absorção, que corresponde ao efeito de dissipação, quando a energia das ondas é absorvida pelo meio; e a dispersão, na qual diferentes componentes de frequência viajam com velocidades distintas.

Existem diversos modelos matemáticos para cálculo do fator Q, parâmetro inversamente proporcional à atenuação, essencial para a aplicação do filtro inverso Q, uma tecnologia de processamento de dados que melhora a resolução de imagens sísmicas por meio da compensação de amplitude e correção de fase. Esses algoritmos baseiam-se em modelos estabelecidos ou estimam valores de Q a partir dos dados sísmicos.

Visando melhorar a precisão e eficiência na determinação e interpretação do parâmetro de atenuação do sinal sísmico, propomos uma nova abordagem para a estimativa direta do parâmetro de atenuação a partir dos dados sísmicos e sua correlação com o fator Q do meio, utilizando a decomposição de Prony (PRONY, 1795).

A transformada de Prony e a decomposição derivada dela são utilizadas na solução de diversos problemas científicos (MARPLE, 1987), (AGHA, 1971), (BOX; JENKINS, 1970), (CHUANG; MOFFATT, 1976), (FELSEN; MARCUVITZ, 1973), (MCDONOUGH; HUGGINS, 1968). Existem numerosos algoritmos matemáticos que implementam essa decomposição, permitindo representar dados discretos como uma combinação linear de componentes exponenciais complexas ou senoides amortecidas. Cada uma dessas componentes é determinada por quatro parâmetros reais: amplitude (A), coeficiente de atenuação (α), frequência (f) e fase (φ).

O objetivo geral deste trabalho é apresentar os resultados da aplicação de um método novo para a estimativa de alta resolução do fator Q em meios viscoelásticos e poroelásticos, baseado na decomposição espectral de Prony de dados sísmicos. Para atingir este objetivo, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos: elaborar e implementar, em linguagem de programação Python, um fluxo de trabalho para aplicar a decomposição e filtragem de Prony em dados sísmicos, tanto em baixas quanto em altas frequências; comparar diferentes algoritmos para a estimativa dos parâmetros espectrais de Prony; analisar a correlação entre o coeficiente de atenuação α do método de Prony e o fator Q do meio; aplicar a nova metodologia em dados modelados e reais; e, por fim, comparar os resultados obtidos com os resultados do método da razão espectral.

Metodologia

O sinal sísmico pode ser decomposto utilizando a transformada de Prony como uma soma de senoides

amortecidas, caracterizadas por quatro parâmetros reais: amplitude, fator de atenuação, frequência e fase. Após estimar esses parâmetros dos traços sísmicos, aplica-se a filtragem de Prony (MITROFANOV; PRIIMENKO, 2011, 2013, 2015), um procedimento análogo ao filtro passa-banda, que permite filtrar qualquer um dos quatro parâmetros decompostos.

Para decompor o sinal sísmico, utiliza-se a formulação clássica do método de Prony, que requer que o número de amostras de dados seja pelo menos o dobro do número de termos da decomposição. Quando o número de amostras excede esse mínimo, o sistema de equações de Prony torna-se sobredeterminado, necessitando a aplicação de outras abordagens, como Mínimos Quadrados (MARPLE, 1987) e Matrix Pencil (RODRIGUEZ *et al*., 2018).

Este trabalho é baseado num fluxo de processamento para cálculo do fator Q (Figura 1), implementado computacionalmente em Python – uma linguagem de programação de alto nível, interpretada de *script*, imperativa, orientada a objetos, funcional, de tipagem dinâmica e forte. Para mais detalhes vejam OLIVEIRA (2021, 2023).

Figura 1: Fluxo de trabalho para cálculo do fator Q

Inicialmente, ocorre a etapa de entrada de dados, que pode ser um traço sísmico em formato de arquivo SEGY ou um sinal modelado. Em seguida, os dados de entrada são fatiados em janelas. Nesta fase, pode-se aplicar pré-processamento ao sinal. Posteriormente, para cada janela de dados, aplicam-se as seguintes etapas:

- <u>Decomposição e aproximação de Prony:</u> onde calculamos o espectro de Prony do sinal, definindo arbitrariamente o número de termos (funções exponenciais complexas) da decomposição ou através de um processo de otimização que estima o valor que minimiza o erro RMS entre o dado de entrada e o aproximado;
- <u>Filtragem de Prony:</u> etapa na qual selecionamos os parâmetros decompostos de acordo com o tipo de dado de entrada e parametrização;
- <u>Cálculo do fator Q:</u> onde estimamos o valor do fator Q utilizando os valores de α e f do espectro de Prony filtrado. Para mais detalhes vejam OLIVEIRA (2023).

Finalmente, os resultados são exportados para análise, através de gráficos e tabelas.

Resultados

Dados Sintéticos. Para este estudo, foi modelado um traço sísmico viscoacústico com fator Q igual a 40 e uma *wavelet* de Berlage com frequência dominante de 60 Hz. Além disso, os tempos de interface considerados foram $0\,ms$, $200\,ms$, $400\,ms$, $600\,ms$ e $800\,ms$. Aplicando a decomposição e aproximação de Prony ao traço modelado e seguindo o fluxo de processamento apresentado na Figura 1, conseguimos aproximar o sinal original com alta precisão e recuperar o valor do fator Q modelado. As Figuras 2 e 3 apresentam, respectivamente, a comparação entre o sinal modelado original e o aproximado pelo método de Prony, e o espectro de Prony obtido pela decomposição.

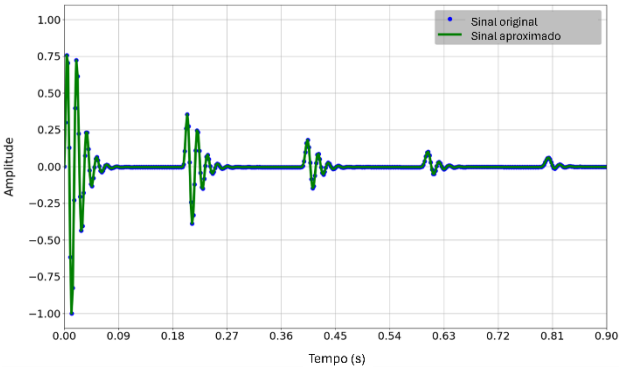

Figura 2: Comparação entre o sinal modelado original e o aproximado pelo método de Prony

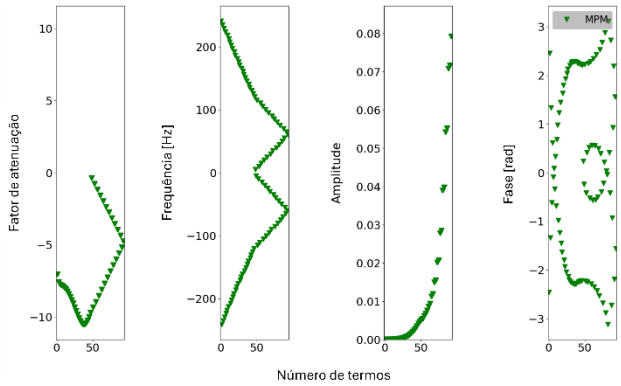

Figura 3: Espectro de Prony do sinal modelado

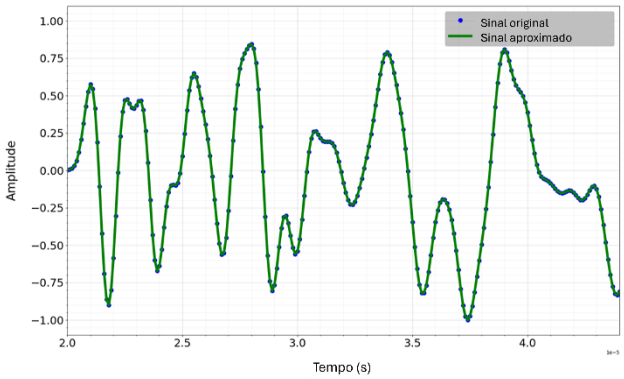

Figura 4: Comparação entre o sinal real original e o aproximado pelo método de Prony

Dados Experimentais. Os registros utilizados correspondem a uma série de medições de petrofísica elástica realizadas variando as pressões confinantes de uma amostra de rocha carbonática saturada com salmoura (um plugue de $5{,}85\ cm$ de comprimento e $3{,}8\ cm$ de diâmetro, da formação Riachuelo, membro Maruim, sub-bacia Sergipe), denominada amostra 4A1SE.

Para cada um dos 11 registros ultrassônicos adquiridos em experimentos de laboratório, nos quais variamos as pressões axiais e de confinamento da amostra 4A1SE, aplicamos o fluxo de trabalho desenvolvido para cálculo do fator Q. Abaixo, apresentamos os gráficos relativos ao registro adquirido com a amostra sujeita a uma pressão axial de $8\ MPa$ (Figuras 4, 5 e 6). Em seguida, compilamos os resultados obtidos para todos os registros e os comparamos com os resultados obtidos pela aplicação do método da razão espectral para o mesmo conjunto de dados (Tabela 1 e Figura 7).

A Figura 4 mostra a comparação entre o sinal real original e o sinal aproximado pelo método de Prony. As Figuras 5 e 6 ilustram o espectro de Prony antes e após a filtragem, definida para o intervalo de frequência entre $0{,}6\ MHz$ e $1{,}1\ MHz$, com base em análises qualitativas e quantitativas de todo o conjunto de dados.

Analisando a Tabela 1 e a Figura 7, observamos que os valores obtidos pelas duas metodologias são bastante semelhantes, apresentando uma boa correlação entre si. No caso da estimativa pelo método baseado na transformada de Prony, obtivemos um valor médio de $18{,}6$ para o fator Q, com desvio padrão de $4{,}4$, enquanto para o método da razão espectral, calculamos um valor médio de $17{,}0$, com desvio padrão de $3{,}0$. Esses resultados confirmam a eficácia da nova abordagem para a estimativa do fator Q.

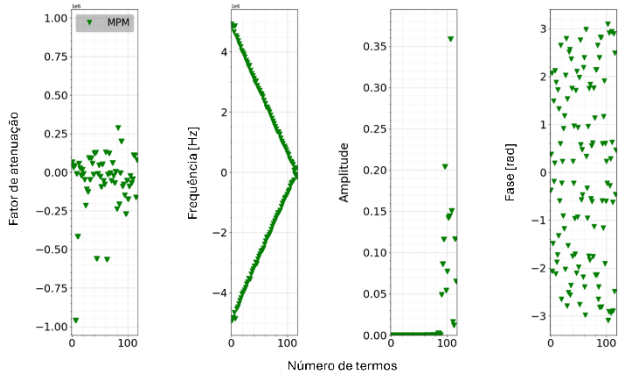

Figura 5: Espectro de Prony do sinal real

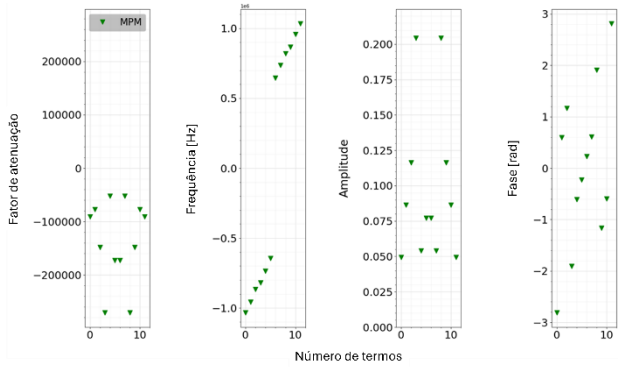

Figura 6: Espectro de Prony do sinal real após filtragem

Tabela 1: Comparação entre os valores do fator Q obtidos pela nova abordagem baseada na decomposição de Prony e pelo método da razão espectral

Compressão axial (MPa)	Fator Q	
	Razão espectral	Prony
6	13.2	12.6
7	14.1	14.0
8	14.1	17.9
9	14.1	12.7
10	14.7	20.0
12	17.0	16.7
15	18.7	21.5
18	19.5	20.7
20	20.2	21.5
22	20.4	19.6
25	20.5	27.1
Média	17.0	18.6
Desvio padrão	3.0	4.4

Conclusões

Foram apresentados os resultados de teste de um novo método para estimativa do fator Q de meios viscoelásticos e poroelásticos, baseado na decomposição espectral de Prony. Implementamos um fluxo de trabalho para aplicação da decomposição e filtragem de Prony aos dados sísmicos, tanto nos domínios de baixa quanto de alta frequência. Além disso, a nova metodologia foi aplicada a dados modelados e reais, e sua eficácia foi avaliada comparando os resultados obtidos com aqueles do método convencional da razão espectral, resultando em valores muito semelhantes e correlacionados. Esta nova abordagem, baseada somente na utilização dos valores de α e f do espectro de Prony, apresenta a vantagem de estimar diretamente o fator Q da amostra de rocha, enquanto o método da razão espectral requer dados de uma amostra de referência, geralmente um plugue de alumínio com propriedades físicas conhecidas.

Agradecimentos

Agradecemos ao Laboratório de Engenharia e Exploração de Petróleo da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (LENEP/UENF) por fornecer as condições necessárias para a realização deste trabalho, ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia - Geofísica do Petróleo (INCT-GP/CNPq/MEC) pelo apoio, à Petrobras pelo financiamento do projeto de pesquisa no qual este trabalho está inserido e a todos os pesquisadores do Grupo de Inferência de Reservatórios (GIR/LENEP/UENF) pelas valiosas discussões.

Referências

AGHA, M. A direct method for fitting linear combinations of exponentials. Biometrics, 1971.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. Time series analysis forecasting and control. Holden-Day, 1970.

CHUANG, C. W.; MOFFATT, D. L. Natural resonances of radar targets via Prony's method and target discrimination. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1976.

FELSEN, L. B.; MARCUVITZ, N. Radiation and scattering of waves. [S.l.]: Prentice-Hall, 1973.

MARPLE, S. L. Digital spectral analysis with applications. New Jersey: Prentice-Hall, 1987.

MCDONOUGH, R. N.; HUGGINS, W. H. Best least-squares representation of signals by exponentials. IEEE Transactions on Automatic Control, 1968.

MITROFANOV, G. M.; PRIIMENKO, V. I. Prony filtration of seismic data: Theoretical background. Brazilian Journal of Geophysics, 2011.

MITROFANOV, G. M.; PRIIMENKO, V.I. Prony filtering of seismic data: mathematical and physical modeling. Brazilian Journal of Geophysics, 2013

MITROFANOV, G. M.; PRIIMENKO, V. I. Prony filtering of seismic data. Acta Geophysica, 2015.

OLIVEIRA, I. B.; MITROFANOV, G. M.; PRIIMENKO, V. I.; FREIRES, J. C. P. S. Some aspects of the development of the prony filtering method. Brazilian Journal of Geophysics, 2021.

OLIVEIRA, I. B. Evaluation and interpretation of the seismic signal attenuation parameter. Thesis (Doctorate) – North Fluminense State University Darcy Ribeiro, Brazil, 2023.

PRONY, G. R. de. Essai experimental et analytique sur les lois de la dilatabilite des fluides elastiques, et sur celles de la force expansive de la vapeur de leau et de la vapeur de lalkool, a differentes temperatures. J Lecole Polytech, 1795.

RODRIGUEZ, A. F.; RODRIGO, L. S.; GUILLEN, E. L.; ASCARIZ, J. M. R.; JIMENEZ, J. M. M.; BOQUETE, L. Coding Prony's method in MATLAB and applying it to biomedical signal filtering. BMC Bioinformatics, 2018.

WANG, Y. Seismic Inverse Q Filtering. Singapore: Blackwell Publishing, 2008.

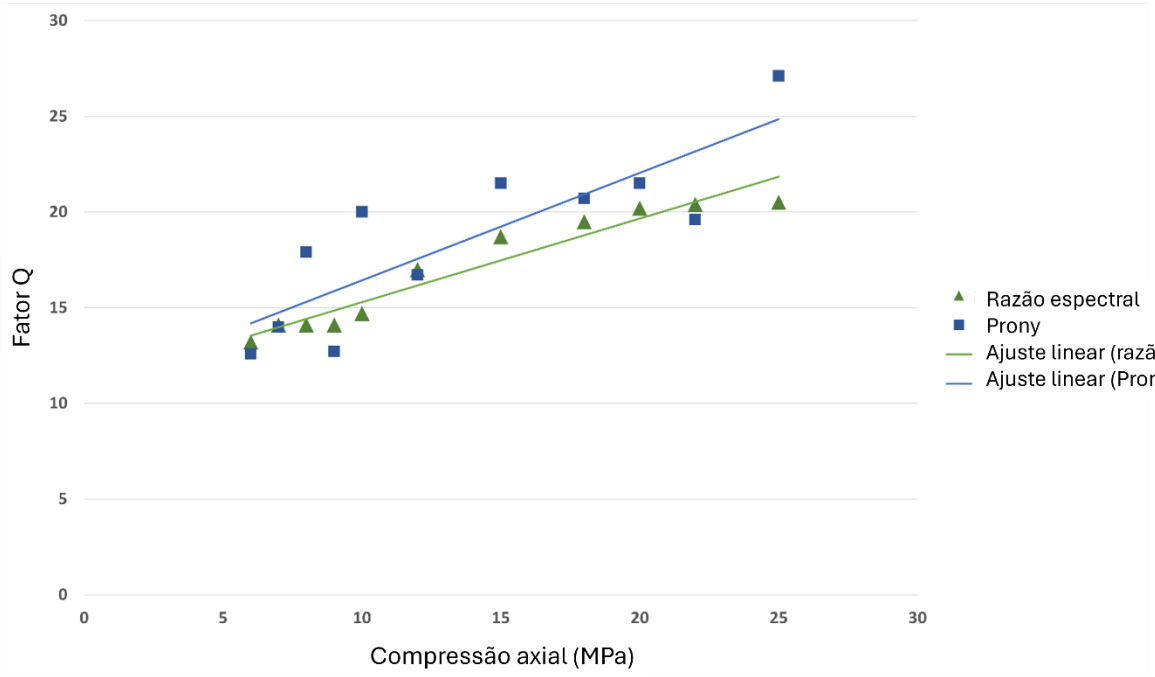

Figura 7: Comparação entre os valores do fator Q obtidos pela nova abordagem baseada na decomposição de Prony (reta e marcadores quadrados azuis) e pelo método da razão espectral (reta e marcadores triangulares verdes)